

addirt durch 3 aufgehen; also geht 75 durch 3 auf, 67 aber, oder 76 nicht. Aber auch bei jedem 100, bei jedem 1000 u. f. w. gilt dasselbe wie bei 10; denn $10 \cdot 10$ ist 100, also bleibt bei 100, $10 \cdot 1 = 10$ übrig, also 1, wie bei 10, u. f. f. ins Unendliche. Daher darf man nur die Ziffern jeder decadischen Zahl, abgesehen von ihrer decadischen Bedeutung, addiren, und sehen, ob dadurch eine Zahl entsteht, die durch 3 aufgeht; ist letzteres, so geht auch die ganze Zahl durch 3 auf; widrigenfalls nicht. Dabei kann man fogleich alle Ziffern 3, 6, 9 in allen Stellen weglassen, weil sowohl 30, 300, 3000 als 30000 durch 3 aufgehen.

Alle Zahlen, die der Form $2^n 5^m$ sind, gehen in irgend einer decadischen Stelle in das Einfache derselben auf. Denn 10 ist $= 2 \cdot 5$:

$$100 = 10 \cdot 10 = 10^2 = 2^2 \cdot 5^2; \text{ also geht in 100 sowohl 2, 4, als 5, 10, 25, 50 auf.}$$

$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 2^3 \cdot 5^3$; daher gehen in 1000 alle Zahlen auf der Form: das eine geringere Potenz der 2 als die 4te mit einer geringern Potenz der 5 als die 4te multiplicirt wird. Daher kann man leicht alle Factoren von 1000 finden, wenn man combinatorisch dabei verfährt:

$$\begin{array}{r} 2, 2, 2, 5, 5, 5 \\ \hline 2, 4, 10, 25, 5 \\ \hline 8, 20, 50, 125 \\ \hline 40, 100, 250 \\ \hline 200, 500 \end{array}$$

$$10000 = 10^4 = 2^4 \cdot 5^4.$$

u. f. f. ins Unendliche.

Daher geht 16 gewiss in 10000, 20000, 30000 . . . 90000 auf, denn 16 ist $= 2^4$, aber 2^4 ist ein Factor von 10000. Auch geht 80 gewiss in 10000 auf, denn $80 = 5 \cdot 16 = 5 \cdot 2^4$; aber $5 \cdot 2^4$ ist ein Factor von 10000, denn $5 \cdot 2^4 \cdot 5^3 = 2^4 \cdot 5^4 = 10^4 = 10000$.

Geht aber eine Zahl in einer niedern Ordnung auf; so geht sie auch in der nächst höhern auf, und in allen höhern; denn die nächsthöhere und alle höhere sind Vielfache der niedern. Welche Zahl aber in einem Einfachen aufgeht, die geht auch in dessen 2fachen, 3fachen . . . und jedem Vielfachen auf. Da also 16 in 10000 aufgeht, so geht es auch in 100000, 1000000 u. f. f. auf.

Um daher zu sehen, ob eine Zahl durch 4 aufgeht, betrachte man nur die beiden letzten niedersten Ziffern; denn da 4 in 100 aufgeht, so geht 4 auch in allen Taufendern, Zehntausendern u. f. f. auf. Wenn aber die beiden letzten Ziffern sollen durch 4 aufgehen, so müssen sie zweimal hintereinander durch 2 aufgehen, oder doppelt gerade sein (pariter pares). Z. B. 374924; um zu sehen, ob diese Zahl durch 4 aufgehe, betrachte man nur 24; wenn dies zweimal durch 2 aufgeht, nach einander, so geht auch 374924 durch 4 auf; $24 : 2 = 12$; $12 : 2 = 6$. Also geht 374924 durch 4 auf.

Und um zu sehen, ob n durch 8 aufgehe, betrachte man, da 1000 durch 8 aufgeht, nur die letzten 3 Ziffern von n ; gehen diese durch 8 auf, oder was das Gleiche ist, lassen sich diese 3mal nacheinander durch 2 dividiren (sind sie pariter pariter pares), so geht n durch 8 auf; widrigenfalls nicht. Z. B. $n = 3257331144$; $144 : 2 = 72$; $72 : 2 = 36$; $36 : 2 = 18$; also geht n durch 8 auf.

Bei 16 betrachte man 4 Stellen, und sehe, ob diese Zahl sich 4mal durch 2 dividiren läßt.

Bei 32, 5 Stellen, und suche 5mal durch 2 zu dividiren.

Bei 2^p , p Stellen, und sehe, ob n sich p mal mit 2 dividiren läßt, oder p mal gerade ist.

Das Gleiche gilt von den Zahlen, welche Potenzen von 5 sind.

5 selbst geht in 10 auf; soll also n mit 5 aufgehen, so muß die letzte Ziffer 5 oder 0 sein.

Soll n durch 25 aufgehen, so müssen die beiden letzten Ziffern durch 5 zweimal hintereinander aufgehen, auf 25, 50, 75 oder 00 sein.

Soll n durch $125 = 5^3$ aufgehen, so müssen die 3 letzten Ziffern dreifach gefünfte Zahlen sein, also sich 3mal hintereinander durch 5 dividiren lassen. Es sei z. B. 37777875 zu untersuchen, ob es durch 125 aufgehe; so dividire 875 3mal nacheinander mit 5, und siehe, ob es aufgeht; $875 : 5 = 175$; $175 : 5 = 35$; $35 : 5 = 7$. Also geht auch 37777875 durch 125 auf.

Soll n durch 5^p theilbar sein, so siehe, ob dessen p letzte Stellen p mal hintereinander in 5 aufgehen.

So bei allen Zahlen, welche der Form $2^m \cdot 5^n$ sind; z. B. wenn untersucht werden soll, ob n durch 500 aufgehe; so ist $500 = 5^3 \cdot 2^2$; also müssen die beiden letzten Stellen durch 4, und die 3 letzten durch 125 aufgehen.

Bei den Zahlen dieser Form giebt's also große decadische Abkürzungen; nur das uns dies für die Entdeckung der Primzahlen nicht viel hilft; weil man da, wie gezeigt, nur durch die Reihe der Primzahlen selbst n zu untersuchen hat.

Soll eine Zahl durch 6 aufgehen, so muß sie zugleich durch 2 und durch 3 aufgehen; also gerade sein, und die gezeigte Probe mit 3 aushalten.

Um dies für 7 zu untersuchen; müssen wir wieder die Potenzen der 10, welche die höheren decadischen Ordnungen geben, im Vergleich mit dem Theiler 7 untersuchen; aber

$$\begin{array}{r} 10 \text{ läßt Rest } 3; \text{ also} \\ 100 \text{ — — } 10 \cdot 3 = 30 = 2; \text{ also} \\ 1000 \text{ — — } 10 \cdot 2 = 20 = 6; \text{ also} \\ 10000 \text{ — — } 10 \cdot 6 = 60 = 4; \text{ also} \\ 100000 \text{ — — } 10 \cdot 4 = 40 = 5; \text{ also} \\ 1000000 \text{ — — } 10 \cdot 5 = 50 = 1; \text{ also} \\ 10000000 \text{ — — } 10 \cdot 1 = 10 = 3; \text{ also wieder} \\ \text{von vorne ins Unendliche.} \end{array}$$

Daher