also nimmt R7 weg: $\frac{8}{30} \cdot \frac{1}{7} = \frac{8}{210} = \frac{4}{105}$. Und da 210 die erste Coincidenz oder Einfallszahl von 2, 3, 5, 7 ist: so nimmt
also von je 210 Zahlen aus S 7, noch 8 weg; und von S bleiben vermöge R2 + R3 + R5 + R7 noch übrig (weil R2 + R3 +
R5 wegnahmen $\frac{22}{30}$, und R7 wegnimmt $\frac{4}{105}$, also R2 + R3 + R5 + R7 wegnehmen $\frac{22}{30} + \frac{4}{105} = \frac{22}{2.3.5} + \frac{4}{3.5.7} =$
$\frac{22.7 + 4.2}{2.3.5.7} = \frac{162}{210}$) $\frac{210}{210} - \frac{162}{210} = \frac{48}{210} = \frac{24}{105}$.

Da nun 210 die erste Einfallszahl von 2, 3, 5, 7 ist, so müssen diese 48 Zahlen in gleichen Distanzen, wie bei den ersten
Zahlen wiederkehren. Die ersten solchen 48 Zahlen sind:

1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 91, 101, 103,
107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187,
191, 193, 197, 199, 209.

Daher sind alle vermöge R2 + R3 + R5 + R7 noch problematische Zahlen, also auch alle Primzahlen > 7, der Form:

n210 + 1, s11, s13, s17, s19, ..., s199, s209.

Die R11 nähme für sich aus S weg $\frac{1}{11}$ S, allein von diesem $\frac{1}{11}$ ist nur noch $\frac{24}{105} = \frac{48}{210}$ übrig, was nicht schon unter den R2,
R3, R5, R7 enthalten wäre; also nimmt R11 nur $\frac{48}{210} \cdot \frac{1}{11}$ S weg, $= \frac{48}{2310}$ S $= \frac{24}{1155}$ S. Da nun R2 + R3 + R5 + R7
zusammen wegnehmen $\frac{162}{210}$, und R11 wegnimmt $\frac{48}{2310}$: so nehmen R2 + R3 + R5 + R7 + R11 weg: $(\frac{162}{210} + \frac{48}{2310})$ S
$= (\frac{162}{2.3.5.7} + \frac{48}{2.3.5.7.11})$ S $= \frac{11.162 + 48}{2.3.5.7.11}$ S $= \frac{1830}{2310}$ S; also bleibt nun noch problematisch: $\frac{2310 - 1830}{2310}$ S $= \frac{480}{2310}$ S
$= \frac{240}{1155}$ S $= \frac{48}{231}$ S $= \frac{80}{385}$ S. Von jeden 2310 Zahlen, bleiben also noch 480 problematisch; und da 2310 die erste Coinci-
denz von 2, 3, 5, 7, 11 ist, so müssen diese 480 Zahlen nach jedem Vielfachen von 2310 (nach n.2310) immer in densel-
ben Distanzen wiederkehren. Wenn es nicht zu weitläuftig wäre, könnte ich leicht die Form der nun noch problematischen
Zahlen aufstellen. Der Mathematikverständige kann sie leicht construiren, der Andere construirt sie so nicht nach, wenn sie
auch hier ständen. Diese Form ist kurz: n2310 + *jeder von den 480 übrigen Zahlen.* Setzte man das Verzeichniss der nun
noch, vermöge der R2 + R3 + R5 + R7 + R11 problematischen Zahlen bis auf 1000000 fort, so würde man doch bis auf
diese Grenze 207600 und einige wenige darüber, noch problematische Zahlen finden.

Wer nun auf diesem Wege eine Primzahlentafel verfertigen will, der muss die nun noch problematischen Zahlen, bis
auf die Grenze verzeichnen, bis auf welche seine Tafel reichen soll, dann die Berechnung auf 13, 17, 19, 23, 29, 31,
37, ..., fortsetzen, bis er seinen Zweck erreicht hat. Da ich aber auf diese Art die Primzahlentafel zu verfertigen nicht
für zweckmäsig halten kann, indem so eine Tafel mit einer Factorentafel zugleich entsteht: so sei es genug, den Weg die-
ser Berechnung für Jeden, der sie anstellen will, eröffnet zu haben.

Hier ziehen wir nur die nächsten Folgerungen für die Unendlichkeit und für die Art der Gesetzmäsigkeit des Fort-
schreitens der unendlichen Reihe der Primzahlen. Euclid hat gezeigt, dass man über jede angebliche Zahl hinaus eine
grösere Primzahl könne angeben (Elem, IX, 20.), dass also die Reihe der Primzahlen endlos sei. Uns aber ist hier ein ge-
netischer und das innere Verhältniss dieser Reihe selbst darstellender Beweiss aus den vorigen Betrachtungen gegeben,
welcher kurz ausgedrückt im Folgenden dargestellt ist:

Durch R2 wird aus S (S selbst = 1 gesetzt) $\frac{1}{2}$ weggenommen, es fehlt also noch $\frac{1}{2}$, ehe S ganz aufgehoben wäre. Durch
R3 wird aber nicht einmal $\frac{1}{3}$, sondern nur $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$, also $\frac{1}{6}$ weggenommen. Also vernichten R2 + R3 von S nur $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Es ist
also noch $\frac{1}{3}$ der unendlichen Reihe S übrig. Aber R5 nimmt nicht einmal $\frac{1}{5}$, sondern nur $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ weg (weil von der
Reihe von 5 selbst nicht mehr bleibt, als was von S, welche Reihe S in den Coefficienten der R5 ganz wiederkehrt, vermö-
ge R2 + R3 übriggelassen ist, also nur $\frac{1}{3}$). Also nimmt R2 + R3 + R5 weg $\frac{2}{3} + \frac{1}{15} = \frac{11}{15}$; bleibt von S noch übrig $\frac{4}{15}$. Nun
aber wird durch R7 nicht ganz $\frac{1}{7}$, sondern nur $\frac{4}{15} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \cdot \frac{4}{15}$ genommen; nun ist $(\frac{1}{7} \cdot \frac{4}{15}) < \frac{4}{15}$, also nimmt auch noch R7 zu den
vorigen hinzu genommen noch nicht die ganze S weg, sondern es bleibt $\frac{4}{15} - (\frac{1}{7} \cdot \frac{4}{15})$ übrig, d. i. $\frac{28 - 4}{105} = \frac{24}{105} = \frac{8}{35}$. Also
lassen R2 + R3 + R5 + R7, übrig $\frac{8}{35}$ S. Von der R11 wird also $(\frac{1}{11} \cdot \frac{8}{35})$ weggenommen; diess ist $< \frac{8}{35}$. Also bleibt wie-
der etwas übrig; nehmlich $\frac{8}{35} - (\frac{1}{11} \cdot \frac{8}{35}) = \frac{88 - 8}{385} = \frac{80}{385}$. Die Reihe von 13 nimmt also von diesem Reste von S $= \frac{80}{385}$
weg $\frac{1}{13} \cdot \frac{80}{385}$, welches $< \frac{80}{385}$; es läst also, um es nicht weiter bestimmt zu berechnen, auch noch R13 $\frac{a}{b}$ übrig; R17 läst
also $\frac{a}{b} - (\frac{1}{17} \cdot \frac{a}{b})$ übrig; aber $\frac{a}{b} - (\frac{1}{17} \cdot \frac{a}{b}) < \frac{a}{b}$; der Rest sei $\frac{c}{d}$; so nimmt die nächste Primzahl, sie heisse p, weg, nicht
das ganze $\frac{c}{d}$, sondern nur $(\frac{1}{p} \cdot \frac{c}{d}) < \frac{c}{d}$; es bleibt also $\frac{e}{f}$ übrig, die nächste Primzahl, q, nimmt weg $(\frac{1}{q} \cdot \frac{e}{f}) < \frac{e}{f}$; es
bleibt also $\frac{g}{h}$ $(< \frac{e}{f} < \frac{c}{d} < \frac{a}{b})$ übrig; u. s. f. ins Unendliche. Es ist also die Reihe der Primzahlen eine unendliche. Jede
Reihe jeder Primzahl, die noch hinzugenommen wird, nimmt noch einige weg, aber immer wenigere. Diess letztere ist
hieraus klar, weil die von S bleibenden Reste $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}, \frac{g}{h} \ldots\ldots \frac{x}{y}$.. so beschaffen sind, dass sie immer kleiner werden;
der Zähler aber giebt an, wie viele innerhalb der Grenze des Nenners in der Reihe S Zahlen wegfallen; da nun diese Brüche
immer abnehmen, so wird auch das Verhältniss der Zähler zu den Nennern kleiner, also werden immer wenigere Zahlen
innerhalb derselben Grenze weggenommen, wenn man zu höheren Primzahlen fortgeht. Diess läst sich durch wirkliche
Construction nachweisen, wenn man die erste Coincidenzzahl aller Primzahlen bis auf die beliebig-höchste nimmt. Es läst
sich auch das Verhältniss dieser Abnahme, aus den Verhältnissen dieser Brüche finden, und leicht zeigen, dass zwar immer
weniger, aber immer weniger-weniger von den je höheren Primzahlenreihen weggenommen werden. Diess hier weiter zu
verfolgen, habe ich nicht Lust, weil ein Mathematikverständiger es nach der gegebnen Anleitung leicht selbst entwickelt,
ein Jeder andere aber, dem die Lehre vom Verhältniss nicht vertraut ist, doch nicht verstehen würde, auch es auserhalb
diesem Zwecke liegt. Wenn nun aber diese Brüche nach einem beständigen Verhältnisse abnähmen, und wieder in der Ab-
nahme abnähmen, so liesse sich auch eine algebraische Gleichung für die Primzahlen aufstellen. Dass diess aber nicht der
Fall ist, ist daraus klar, weil die ersten Primzahlen regellos für ein beständiges Verhältniss, oder Verhältniss des Verhältnis-
ses folgen, und folgen müssen; und da diess eben darum für die ganze unendliche Reihe der Primzahlen statt finden muss,

 so