so folgt: dass sich keine allgemeine, algebraische Gleichung für die Primzahlenreihe aufstellen lässt. Daher auch a priori folgt, dass jede dafür ausgegebne Formel für die Primzahlenreihe, die algebraisch ist (z. B. die von Fermat, die Euler auch betrachtet, und wie auch Lambert für unzureichend befunden hat, nehmlich $\frac{b^{a-1}-1}{a}$, wo a jede Primzahl, und b jede andere durch a untheilbare Zahl bedeutet; siehe hierüber *Lamberts Zusätze zu log. u. trigon. Tabellen*, Berlin 1770 p. 43 ff. wo überhaupt viele Sätze über Factoren und Primzahlen sich finden, welche in diese Abhandlung nicht gehören, wiewohl sich diese Abhandlung dort auch nicht findet), als falsch erkannt wird; wiewohl solche Formeln immer mit bestimmter Einschränkung *einige* Primzahlen entdecken. Euler sagt, man habe bisher kein Gesetz entdecken können, nach welchem die Primzahlen fortschreiten. Wir haben das Gesetz gefunden, es ist nehmlich ein beständig durch jede Reihe der Primzahlen gesetzmässig verändertes; es ist ein unendlich vielseitiges, bei immer weiterem Fortschreiten weiter bestimmtes. Daher werden wir uns nicht weiter bemühen, ein endliches, algebraisches Gesetz aufzufinden, wo ein unendliches waltet. Also wird man auch nicht hoffen, dass sich die Fortschreitung der Primzahlen an das endliche Gesetz irgend eines Zahlensystems, z. B. des decadischen oder dyadischen, oder dodecadischen knüpfen werde. Daher kommt es auch, dass oft innerhalb eines frühern 100 weniger Primzahlen vorkommen, als innerhalb eines spätern; wiewohl auch im Ganzen hier die almählige Abnahme der Primzahlen zu bemerken ist. Man kann diess in unserer beigefügten Primzahlentafel bis 100000 nachsehen. Die Zahlen bedeuten die Hunderte, die dabei stehende Letter, nach Anweisung des darüber gesetzten Zeigers, die 2 übrigen Ziffern. Beim Gebrauche muss man bemerken, ob ein Buchstabe im ersten oder 2ten Alphabete vorkommt, weil danach die Bedeutung verschieden ist. Z. B, die Primzahlen von 78000 bis 78100 sind

78000 g n r u y g.
78007, 17, 31, 41, 49, 59, 79.

(Also ists auch unmöglich, dass die Primzahlen mit bestimmten arithmetischen Differenzen wiederkehren.)

Um die vorige Betrachtung zu erläutern, stehe folgende Tafel hier:

Die Primzahl x	2	3	5	7	11
nimmt aus S	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}-(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3})$	$\frac{1}{5}-(\frac{1}{2}+\frac{1}{6})\cdot\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}-(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{15})\cdot\frac{1}{7}$	$\frac{1}{11}-(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{15}+\frac{4}{105})\cdot\frac{1}{11}$
oder:	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}\cdot\frac{1}{7}$	$\frac{8}{35}\cdot\frac{1}{11}$
das ist:	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{105}$	$\frac{8}{385}$
alle vorige nehmen aus S:	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{81}{105}=\frac{27}{35}$	$\frac{305}{385}$
also bleiben problematisch	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{35}$	$\frac{80}{385}$

Viertes Kapitel.

Von der Aufsuchung aller einfachen Factoren jeder Zahl n, und der Entscheidung, ob n überhaupt Theiler habe oder eine Primzahl sei.

16.

Die Factoren jeder Zahl lassen sich auf einfache Factoren bringen, und nach ihrer Grösse ordnen. Denn es seien von n, die, n in ihrem Producte gebenden Factoren a, b, c, d: so ist a entweder eine Primzahl, oder eine zusammengesetzte Zahl; ist letzteres, so suche man wieder die Factoren von a, sie seien $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, so ist α wieder eine zusammengesetzte Zahl oder eine Primzahl; ist ersteres, so suche wieder die Factoren von α, und fahre so fort, bis man auf Primzahlen kommt. Wollte jemand diess leugnen, so müsste n ein unendliches, nicht aber ein endliches Product sein. Z. B. $360 = 4\cdot 90$; $4 = 2\cdot 2$; $90 = 2\cdot 45$; $45 = 3\cdot 15$; $15 = 5\cdot 5$. Es sind also alle einfache Factoren von 360, nach der Grösse geordnet $2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 5$, oder: $2^3\cdot 3^2\cdot 5$. Hieraus kann man nun leicht combinatorisch alle Factoren von 360 finden, wenn man die einfachen zu 2, zu 3, zu 4 ..... zu m (wenn deren m sind) verbindet. Z. B.

2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 5 = 360
4, . 6. 10,
9, 15,
8, 12, . 20,
18, 30,
45,
24, . 40,
36, 60,
90,
72, 120,
180.

Es seien α, β, γ ... die Urtheiler der Zahl N, und m, n, p ... die Zeiger, wievielmal die Factoren α, β, γ, ... nach der Reihe in N enthalten sind, so dass $N = \alpha^m \cdot \beta^n \cdot \gamma^p \ldots$ Um nun alle Theiler von N zu finden, nehme man alle Glieder des Products $(1+\alpha+\alpha^2+\ldots+\alpha^m)(1+\beta+\beta^2+\ldots+\beta^n)(1+\gamma+\gamma^2+\ldots+\gamma^p)$ Die Anzahl aller Theiler aber ist $(m+1)(n+1)(p+1)$ (Francoeur math. pures I p. 27)
für 360 kommt $= 2^3\cdot 3^2\cdot 5$, $(1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2)\,5$.
also 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360

Alle einfache Theiler der Zahl 360, deren Product eben 360 ist, sind also: 2, 2, 2, 3, 3, 5. Und alle mögliche daraus zusammengesetzte Factoren, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180.

Aus diesem Beispiele ist klar, dass es eine grosse Tabelle werden würde, wenn man von allen zusammengesetzten Zahlen alle mögliche Theiler angeben wollte; dass diese Arbeit aber überflüsig sei, indem man aus den einfachen Theilern alle zusammengesetzte, wenn man deren benöthigt ist, combinatorisch darstellen kann. Sehr brauchbar aber würde eine Tabelle sein, welche von allen zusammengesetzten Zahlen alle, sie selbst producirenden, einfachen Factoren angäbe. Doch könnte

für 210 hat man $(1+2)(1+3)(1+5)(1+7)$, daraus kommt 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210

1.