

Bei unendlichen Mengen hingegen war bisher überhaupt weder in meinen Arbeiten noch sonst wo von einer präcis definirten *Anzahl* ihrer Elemente die Rede, wohl aber konnte auch ihnen eine bestimmte, von ihrer Anordnung völlig unabhängige *Mächtigkeit* zugeschrieben werden.

Die kleinste Mächtigkeit unendlicher Mengen musste, wie leicht zu rechtfertigen war, denjenigen Mengen zugeschrieben werden, welche sich gegenseitig eindeutig der ersten Zahlenklasse zuordnen lassen und daher mit ihr gleiche Mächtigkeit haben. Dagegen fehlte es bisher an einer ebenso einfachen, natürlichen Definition der höheren Mächtigkeiten.

Unsere oben erwähnten Zahlenklassen der bestimmt-unendlichen realen ganzen Zahlen weisen sich nun als die natürlichen, in einheitlicher Form sich anbietenden Repräsentanten der in gesetzmässiger Folge aufsteigenden Mächtigkeiten von wohldefinirten Mengen aus. Ich zeige aufs Bestimmteste, dass die Mächtigkeit der zweiten Zahlenklasse (II) nicht nur verschieden ist von der Mächtigkeit der ersten Zahlenklasse, sondern dass sie auch thatsächlich die nächst höhere Mächtigkeit ist; wir können sie daher die zweite Mächtigkeit oder die Mächtigkeit zweiter Classe nennen. Ebenso ergibt die dritte Zahlenklasse die Definition der dritten Mächtigkeit oder der Mächtigkeit dritter Classe u. s. w. u. s. w.

§ 2.

Ein anderer grosser, den neuen Zahlen zuzuschreibender Gewinn besteht für mich in einem neuen, bisher noch nicht vorgekommenen Begriffe, in dem Begriffe der *Anzahl* der Elemente einer *wohlgeordneten* unendlichen Mannichfaltigkeit; da dieser Begriff immer durch eine ganz bestimmte Zahl unseres erweiterten Zahlengebietes ausgedrückt wird, wofern nur die sogleich näher zu definirende Ordnung der Elemente der Menge bestimmt ist und da andererseits der Anzahlbegriff in unserer inneren Anschauung eine unmittelbare gegenständliche Repräsentation erhält, so ist durch diesen Zusammenhang zwischen Anzahl und Zahl die von mir betonte Realität der letzteren auch in den Fällen, dass sie bestimmt-unendlich ist, erwiesen.

Unter einer *wohlgeordneten* Menge ist jede wohldefinirte Menge zu verstehen, bei welcher die Elemente durch eine bestimmt vorgegebene Succession mit einander verbunden sind, welcher gemäss es ein *erstes* Element der Menge giebt und sowohl auf jedes einzelne Element (falls es nicht das letzte in der Succession ist) ein bestimmtes anderes folgt, wie auch zu jeder beliebigen endlichen oder unendlichen Menge von Elementen ein bestimmtes Element gehört, welches das ihnen allen *nächst* folgende Element in der Succession ist (es sei denn, dass es ein ihnen