kann der Menge stets eine solche Succession ihrer Elemente gegeben werden, dass sie in dieser Succession *durch* eine beliebig vorgegebene Zahl der zweiten Zahlenclasse abgezählt wird, welche Zahl die Anzahl der Elemente der Menge mit Bezug auf jene Succession angiebt.

Die analogen Gesetze gelten für die Mengen höherer Mächtigkeiten. So ist jede wohldefinirte Menge von der Mächtigkeit *zweiter* Classe abzählbar *durch* Zahlen der *dritten* Zahlenclasse und nur *durch* solche, und zwar kann der Menge stets eine solche Succession ihrer Elemente gegeben werden, dass sie in dieser Succession *durch* eine *beliebig vorgegebene* Zahl der *dritten* Zahlenclasse abgezählt*) wird, welche Zahl die Anzahl der Elemente der Menge mit Bezug auf jene Succession bestimmt.

§ 3.

Der Begriff der *wohlgeordneten Menge* weist sich als fundamental für die ganze Mannichfaltigkeitslehre aus. Dass es immer möglich ist, jede *wohldefinirte* Menge in die *Form* einer *wohlgeordneten* Menge zu bringen, auf dieses, wie mir scheint, grundlegende und folgenreiche, durch seine Allgemeingültigkeit besonders merkwürdige Denkgesetz werde ich in einer späteren Abhandlung zurückkommen. Hier beschränke ich mich auf den Nachweis, wie aus dem Begriffe der *wohlgeordneten* Menge die Grundoperationen für die ganzen, sei es endlichen oder bestimmt-unendlichen Zahlen, in der einfachsten Weise sich ergeben und wie die Gesetze derselben aus der unmittelbaren inneren Anschauung mit apodictischer Gewissheit erschlossen werden. Sind zunächst zwei *wohlgeordnete* Mengen M und M_1, denen als Anzahlen die Zahlen α und β entsprechen, gegeben, so ist $M + M_1$ wieder eine *wohlgeordnete* Menge, welche entsteht, wenn zuerst die Menge M und auf sie folgend die Menge M_1 gesetzt und mit jener vereiniget wird; es entspricht also auch der Menge $M + M_1$ in Bezug auf die sich ergebende Succession ihrer Elemente eine bestimmte Zahl als Anzahl; diese Zahl wird die Summe von α und β genannt und mit $\alpha + \beta$ bezeichnet; hier zeigt sich sofort, dass, wenn nicht α und β beide endlich sind, $\alpha + \beta$ im Allgemeinen von $\beta + \alpha$ verschieden ist. Das *commutative* Gesetz hört also bereits bei der Addition auf im Allgemeinen gültig zu sein. Es ist nun so einfach, den Begriff der Summe von mehreren in bestimmter Folge gegebenen Summanden, wobei diese Folge selbst eine bestimmt-unendliche sein kann, zu bilden,

*) Was ich bisher in den früheren Nummern dieses Aufsatzes „abzählbar" genannt habe, ist nach der jetzt eingeführten, zugleich verschärften und verallgemeinerten Definition nichts anderes, als Abzählbarkeit *durch* Zahlen der ersten Classe (endliche Mengen) oder *durch* Zahlen der zweiten Classe (Mengen von der ersten Mächtigkeit).