

selben Zahl sich vereinigt finden, die bei den endlichen Zahlen nie zusammen vorkommen, sondern disparat sind. Findet sich doch schon an einer der im vorigen § citirten Stellen die Ueberlegung, eine unendliche ganze Zahl müsste, falls sie existirte, sowohl eine gerade, wie auch eine ungerade Zahl sein und da diese beiden Merkmale nicht vereinigt auftreten können, so existirt deshalb keine solche Zahl.

Man nimmt hier offenbar stillschweigend an, dass Merkmale, welche an den hergebrachten Zahlen disjunct sind, auch an den neuen Zahlen dieses Verhältniss zu einander haben müssten und schliesst daraus auf die Unmöglichkeit der unendlichen Zahlen. Wem springt hier der Paralogismus nicht in die Augen? Ist denn nicht jede Verallgemeinerung oder Erweiterung von Begriffen mit einem Aufgeben von Besonderheiten verbunden, ja selbst ohne ein solches undenkbar? Hat man nicht erst in neuerer Zeit den für die Entwicklung der Analysis so wichtigen, zu den grössten Fortschritten hinleitenden Gedanken gefasst, die complexen Grössen einzuführen, ohne ein Hinderniss darin zu sehen, dass sie weder positiv noch negativ genannt werden können? Und nur ein ähnlicher Schritt ist es, den ich hier wage; es wird vielleicht sogar dem allgemeinen Bewusstsein viel leichter werden mir zu folgen, als es möglich war von den reellen Zahlen zu den complexen überzugehen; denn die neuen ganzen Zahlen haben, wenn sie sich auch durch intensivere, substantielle Bestimmtheit vor den hergebrachten auszeichnen, dennoch als Anzahlen durchaus die gleichartige Realität mit diesen gemein, wogegen der Einführung der complexen Grössen sich so lange Schwierigkeiten entgegenstellten, bis man ihre geometrische Repräsentation durch Punkte oder Strecken in einer Ebene nach vielen Mühen gefunden hatte.

Um auf jene Ueberlegung mit dem Gerade- und Ungeradesein noch kurz zurückzukommen, betrachten wir wieder die Zahl ω , um an ihr zu zeigen, wie jene an den endlichen Zahlen unvereinbaren Merkmale hier sich ohne jeglichen Widerspruch beisammen finden. In dem § 3 sind die allgemeinen Definitionen für die Addition und die Multiplication aufgestellt und ich habe hervorgehoben, dass bei diesen Operationen das commutative Gesetz im Allgemeinen keine Gültigkeit hat; hierin erblicke ich einen wesentlichen Unterschied zwischen den unendlichen und endlichen Zahlen. Beachte man noch, dass ich in einem Product $\beta\alpha$ unter β den Multiplicator, unter α den Multiplicandus verstehe. Ohne Weiteres ergeben sich alsdann für ω folgende zwei Formen: $\omega = \omega \cdot 2$ und $\omega = 1 + \omega \cdot 2$. Ihnen gemäss kann also ω sowohl als eine gerade, wie als eine ungerade Zahl aufgefasst werden. Von einem andern Gesichtspunkt, wenn nämlich 2 als Multiplicator genommen wird, liesse sich aber auch sagen, dass ω weder eine gerade noch eine ungerade Zahl ist, weil, wie man leicht beweisen kann, ω weder

us!

us!

us!

us!

us!

us!

us!