Die hyperbolischen Functionen, deren große Wichtigkeit in der Analysis zumal seit dem Erscheinen der vortrefflichen Schrift Gudermann's über diesen Gegenstand*) allgemein anerkannt ist, spielen in der Theorie der bestimmten Integrale doch nur eine untergeordnete Rolle: besonders ist hier auf den Parallelismus in der Rechnung mit cyclischen und hyperbolischen Funktionen, welcher in der sogenannten niederen Analysis durchgreifend Statt hat, wenig zu rechnen. Die Gründe davon liegen nahe. Einmal nämlich bewegt sich dieses Geschlecht der Functionen, mit bloßer Ausnahme der Tangente, zwischen den Grenzen 0 und ∞ oder auch 1 und ∞, wenn ihren Arcus oder Argumenten die Zahlenwerthe von 0 bis ∞ beigelegt werden; hierdurch werden sehr viele bestimmte Integrale, die zwischen den Grenzen 0 und ∞ genommen und solchen mit cyclischen Functionen analog sind, unendlich große Werthe erhalten und darum unbestimmt oder nichtssagend sein. Es gehören dahin beispielsweise die Integrale

$$\int_0^\infty \frac{\mathrm{Sin}\,x}{x}dx,\quad \int_0^\infty \frac{\mathrm{Sin}\,x\;\mathrm{Cos}\,ax}{x}dx,\quad \int_0^\infty \frac{\mathrm{Cos}\,ax}{1+x^2}dx,\quad \int_0^\infty \begin{matrix}\mathrm{Sin}\\ \mathrm{Cos}\end{matrix}(ax)x^n dx,\quad \int_0^\infty \begin{matrix}\mathrm{Sin}\\ \mathrm{Cos}\end{matrix}(x^2)dx$$

u. a. m., welche bekanntlich insgesammt für die goniometrischen Funktionen einen bestimmten Werth haben. Ein zweiter und ohne Frage bedeutsamerer Grund liegt darin, daß die Periodicität der hyperbolischen Functionen sich auf einen imaginären Inder bezieht, wogegen dieser bei dem coordinirten Geschlechte die reelle Zahl 2π ist. Welch' große Menge der ausgezeichnetsten bestimmten Integrale aber liegt nicht zwischen Grenzen, die durch Vielfache von π angegeben sind! Bei den hyperbolischen Functionen, wo das imaginäre $2n\pi i$ $(i=\sqrt{-1})$, respective $n\pi i$ die Wiederkehr derselben Functionswerthe vermittelt, hat die Ludolph'sche Zahl in den Grenzen zugehöriger Integrale nicht viel mehr zu bedeuten, als jede andere Zahl auch; durch ihr Auftreten würde daher in den meisten Fällen der eigentliche Charakter der bestimmten Integrale vernichtet werden, welches ebenfalls dann Statt finden würde, wofern man die Grenzen oder auch nur eine derselben durch das imaginäre $a\pi i$ determiniren wollte.

*) Theorie der Potenzial- oder cyclisch-hyperbolischen Functionen von Dr. C. Gudermann. Crelle's Journal der Mathematik. Band 6, 7, 8 und 9.