$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} \sin bx \sin cx\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}.e^{-\frac{(b^2+c^2)}{4a}}.\,\mathfrak{Sin}\left(\frac{bc}{2a}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2}\,\mathfrak{Sin}\,bx.\,\mathfrak{Sin}\,cx\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}.e^{\frac{b^2+c^2}{4a}}.\,\mathfrak{Sin}\left(\frac{bc}{2a}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} \cos bx\,\mathfrak{Cos}\,cx\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}.e^{\frac{c^2-b^2}{4a}}.\,\cos\left(\frac{bc}{2a}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} \sin bx\,\mathfrak{Sin}\,cx\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}.e^{\frac{c^2-b^2}{4a}}.\,\sin\left(\frac{bc}{2a}\right)$$

Aehnliche Relationen würde man erhalten, wofern es gelänge, die Werthe der beiden coordinirten Integrale $\int_0^\infty e^{-ax^2}\sin bx\,dx$ und $\int_0^\infty e^{-ax^2}\,\mathfrak{Sin}\,bx\,dx$ durch ungeschlossene Ausdrücke darzustellen. Allein das scheint, wenn es nicht vielleicht gar zu den Unmöglichkeiten gehört, mit eben so großen Schwierigkeiten verknüpft zu sein, als es leicht ist, unendliche Reihen für sie aufzufinden, die nach ganzen Potenzen des Quotienten $\frac{b^2}{a}$ fortschreiten. Zu dem Ende hat man von dem bekannten und für alle ganze Zahlen n gültigen Integrale $\int_0^\infty e^{-x^2}x^{2n-1}dx = 3.4.5\ldots(n-1)$ auszugehen. Führt man hier anstatt x die Variable $x\sqrt{a}$ ein und multiplicirt zugleich mit $\frac{b^{2n-1}}{(2n-1)!}$; so nimmt es die andere allgemeinere Gestalt $\int_0^\infty e^{-ax_2}\frac{(bx)^{2n-1}}{(2n-1)!}dx = \frac{(n-1)!}{(2n-1)!}\frac{b^{2n-1}}{2a^n} = \frac{1}{[2n-1]^{n}}\cdot\frac{b}{2a}\cdot\left(\frac{b^2}{a}\right)^{n-1}$ an. Jetzt hat man nur der Zahl b der Reihe nach alle ganzen Zahlenwerthe von 1 bis ∞ zu ertheilen und die so gewonnenen Gleichheiten entweder alle durch das Vorzeichen (+) oder alternirend durch (+) und (—) zu einer Summe zu vereinigen, um die Integrale:

$$\int_0^\infty e^{-ax^2}\,\mathfrak{Sin}\,bx\,dx = \frac{b}{2a}\left(1+\frac{b^2}{2.3a}+\frac{b^4}{3.4.5a^2}+\frac{b^6}{4.5.6.7a^3}+\ldots\right)$$

$$\int_0^\infty e^{-ax^2}\sin bx\,dx = \frac{b}{2a}\left(1-\frac{b^2}{2.3a}+\frac{b^4}{3.4.5a^2}-\frac{b^6}{4.5.6.7a^3}+-\ldots\right)$$

zu erhalten. Die Reihen convergiren für jeden beliebigen Werth von a und b; sie nehmen dadurch, daß man a mit a^2 vertauscht und $\frac{b}{a} = \vartheta$ setzt, die einfachere Form an:

$$\int_0^\infty e^{-a^2x^2}\,\mathfrak{Sin}\,\vartheta ax\,dx = \frac{\vartheta}{2a}\left(1+\frac{\vartheta^2}{2.3}+\frac{\vartheta^4}{2^2.3.5}+\frac{\vartheta^6}{2^3.3.5.7}+\ldots\right)$$