$$\int_0^\infty \mathfrak{Cos}\, x^{-(2q+1)} dx = \frac{1.3.5\ldots(2q-1)}{2.4.6\ldots\ 2q}.\frac{\pi}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Diese Formeln versagen nur, jene für $q=1$, diese für $q=o$; allein in Bezug auf diese Fälle lehrt die Relation (1), daß $\int_0^\infty \frac{dx}{\mathfrak{Cos}\, x^2} = 1$ und $\int_0^\infty \frac{dx}{\mathfrak{Cos}\, x} = \frac{\pi}{2}$ sei. Uebrigens ist in Betreff dieser Integrale zu bemerken, daß sie sich auch für jede anderen Grenzen analytisch darstellen lassen, wodurch sie den specifischen Charakter bestimmter Integrale einbüßen.

Indem nämlich allgemein $\int \frac{dx}{\mathfrak{Cos}\, x} = l(x) + c$ ist, wo die durch Gudermann in die Analysis eingeführte Longitudinalfunction l durch die Gleichung $l(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \mathfrak{Sin}\, x = \arcsin \mathfrak{Tg}\, x$ oder auch implicite durch die andere $\operatorname{num}\log x = \operatorname{tg} \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + l(x)\right)$ bestimmt ist, so führt die Reductionsmethode zu den beiden Ausdrücken:

$$\int \frac{dx}{\mathfrak{Cos}\, x^n} = \frac{\mathfrak{Tg}\, x}{n-1}\left\{ \mathfrak{Cos}\, x^{2-n} + \frac{n-2}{n-3}\mathfrak{Cos}\, x^{4-n} + \ldots \frac{(n-2)(n-4)\ldots 6.4.2}{(n-3)(n-5)\ldots 7.5.3} \right\} + C \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\int \frac{dx}{\mathfrak{Cos}\, x^n} = \frac{\mathfrak{Tg}\, x}{n-1}\left\{ \mathfrak{Cos}\, x^{2-n} + \frac{n-2}{n-3}\mathfrak{Cos}\, x^{4-n} + \ldots \frac{(n-2)(n-4)\ldots 7.5.3}{(n-3)(n-5)\ldots 6.4.2} \right\} + \frac{1.3.5\ldots(n-2)}{2.4.6\ldots(n-1)}.l(x) + C \ldots (5)$$

von denen jener für gerade, dieser für ungerade n gilt, und welche bei den Grenzen 0 und ∞ in die Werthe (2) und (3) übergehen.

Wir wenden uns wieder zu der Gleichung (1) und betrachten die Fälle, wo $q = p + 1$ oder $= p + \frac{1}{2}$ wird. Dadurch werden die beiden Integrale erhalten:

$$\int_0^\infty \frac{\mathfrak{Cos}\, 2px}{\mathfrak{Cos}\, x^{2p+2}} dx = \frac{4^p}{2p+1} \text{ und } \int_0^\infty \frac{\mathfrak{Cos}\, 2px}{\mathfrak{Cos}\, x^{2p+1}} dx = \frac{1.3.5\ldots(4p-1)}{1.2.3\ldots\ 2p}.\frac{\pi}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

Ist hierin p eine ganze Zahl, so läßt sich $\mathfrak{Cos}\, 2px$ in eine nach fallenden Potenzen von $\mathfrak{Cos}\, x$ fortlaufende Reihe entwickeln, deren Bildungsgesetz absolut übereinstimmend ist mit dem der für $\cos 2px$ mehrseitig*) hergeleiteten Reihe, so daß eine buchstäbliche Uebertragung Statt hat: und mit Bezug hierauf lassen sich zwei Arten von Reihen summiren, deren Glieder aus den Coefficienten der besagten Entwickelung und den Specialwerthen der Integrale (2) und (3) gebildet sind. Es genüge aber, hiermit die Andeutung gegeben zu haben. Ebenso soll bloß im Vorbeigehen erwähnt werden, wie durch wiederholte Differentiation der Gleichung (1), sei es nach p oder nach q oder nach p und q zugleich, neue Integrale sich herleiten lassen, deren Werth von den Differentialquotienten der Function $B(p,q)$ abhängig sind und unter Zuziehung der desfallsigen vortrefflichen Untersuchungen Binet's **) zuweilen unter einfachen Gestalten sich bestimmen lassen.

---

*) Vergleiche Schloemilch's Handbuch der mathematischen Analysis, erster Theil, Seite 241.

**) Binet, Mémoire sur les intégrales définies Eulériennes.