ordine magnitudinis, quarum quae intermediae non sint inter proportionales medias proportionis cujuscunque, sive actu continuatae sive potestate continuandae interpositione omissarum: intermediae tales proportionem extremarum non dividunt in commensurabilia.

1. Commensurabilia enim ex eo dicuntur, quod habeant unam communem mensuram, quam quodlibet contineat secundum certum numerum aliquoties exacte, sic ut nihil, quod ea mensura minus sit, restet residuum. 2. Jam vero mensura proportionum communis est et ipsa aliqua proportio, minor utraque mensuranda. 3. Omnis vero proportio est inter duos terminos. 4. Et proportio repetitione sui, mensurans aliam proportionem, incipit ab uno mensurandae termino eique sociat alium, pro ratione quantitatis suae minoris, tum illo jam pro antecedenti sumto, statuit alium consequentem, hoc identidem, quoadusque permeatur proportionis mensurandae quantitas, non aliter quam cum intervallo pedum circini metimur lineam, fixo pede circini in una lineae extremitate, pede altero punctum signamus, deinde pede priore in hoc punctum translato, punctum aliud altero pede metamur versus ulteriora, donec emensi fuerimus totam lineam. 5. Et proportio proportionem exacte mensurare dicitur, quando in hac continua terminorum interpositione et coaptatione tandem ultimus terminus proportionis mensurantis cum secundo termino mensuratae coincidit in quantitate. Igitur identitas illa proportionis mensurantis continue repetitae efficit terminos continue proportionales (prop. 7). Ergo si proportio aliqua duas proportiones exacte metitur, necesse est ut termini, quos ipsa mensurans interponit, sint cum ipsius mensurandae terminis continue proportionales. Si ergo nulla unquam quantumvis parva proportio potest inveniri, quae repetitione sui terminos ultimos assequatur proportionum mensurandarum, sic ut tam major communis terminus, quam duo minores proportionum mensurandarum sint cum mensurantis terminis interpositis continue proportionales, proportiones illae sunt inter se incommensurabiles.

Propositio IX. *Cum duae longitudines effabiles non fuerint ad invicem, ut duo numeri ejusdem speciei figurativae, v. c. duo quadrati aut duo cubi: non cadent inter illas longitudines aliae effabiles mediae proportionales numero tot, quot ipsa species postulat, v. c. quadrati unam, cubi duas, biquadrati tres* etc.

Sint enim duae longitudines A, D, habentes se quidem ad invicem ut numerus ad numerum, at non ut numerus cubicus ad cubicum; et quia de cubo agimus, de duabus igitur mediis proportionalibus erit dicendum, sint eae B et C: dico B et C non esse longitudines effabiles.

Si enim quis contendat, esse effabiles, esto hoc positum: sunt igitur ut numeri, sunt autem simul mediae proportionales inter A, D ex hypothesi, et quia etiam A, D sunt ut numeri, quippe effabiles et ipsae supponuntur, habent vero duas medias B et C ut numeros, quare (Eucl. VIII. 21.) A et D similes erunt solidi, quare (27. ejusd.) erunt ad invicem ut numerus ad numerum cubicum. Hoc vero est contra primam propositionis hypothesin, falsum igitur positum fuit, B et C esse longitudine effabiles, vera igitur est negatio in propositione comprehensa.

Eodem modo etiam de quadratis et de una media proportionali ratiocinari possumus deductione ad impossibile, nec minus de ceteris speciebus, post quadratum et cubum sequentibus.

Propositio X. *Si ex aliquot quantitatibus effabilibus, ordine magnitudinis invicem sequentibus, duae extremae non fuerint ad invicem ut duo*