JOHANN KEPPLER'S

ASTRONOMISCHE WELTANSICHT.

DARGESTELLT

VON

Dr. ERNST FRIEDRICH APELT

AUSSERORDENTLICHEM PROFESSOR ZU JENA.

LEIPZIG,

T. O. WEIGEL

1849.

4, 5, 16-18, 21, 2, 5, 6, 38, 43, 8, 53, 63, 5, 9, 8,

Seite 85-89, 89, 90, 2, 109, 111-114 wurden, wie heute am 1. Oktober 1903 festgestellt worden ist, durch Bleistiftstriche u. Bemerkungen verunstaltet gefunden.

Unter Hinweis auf die einschlagenden gesetzlichen Bestimmungen, besonders auf § 304 des Reichs-Strafgesetzbuchs, wird vor jeder Beschädigung und Verunstaltung der Bücher der Königlichen öffentlichen Bibliothek gewarnt.

JOHANN KEPPLER'S

ASTRONOMISCHE WELTANSICHT.

DARGESTELLT

VON

Dr. ERNST FRIEDRICH APELT
AUSSERORDENTLICHEM PROFESSOR ZU JENA.

LEIPZIG,
T. O. WEIGEL.
1849.

DEM

SINNREICHEN ERFINDER NEUER GEOMETRISCHER METHODEN

DEM

TIEFEN KENNER DER MECHANIK DES HIMMELS

HERRN

AUGUST FERDINAND MOEBIUS

PROFESSOR DER ASTRONOMIE IN LEIPZIG

WIDMET

ALS EIN ZEICHEN SEINER FREUNDSCHAFT

DIESEN

BEITRAG ZUR GESCHICHTE DER ASTRONOMIE

E. APELT.

EINLEITUNG.

Am Anfange des siebzehnten Jahrhunderts, dem ruhmvollsten in der Geschichte der Astronomie, steht ein glänzendes Dreigestirn grosser Männer: Tycho de Brahe, Keppler und Galilei.

Tycho de Brahe, der Erfinder neuer astronomischer Instrumente und der Gründer einer neuen Beobachtungskunst, hinterliess ein Fixsternverzeichniss genauer, als das von Ulugh Beg. Er befreite zuerst seine Beobachtungen von den Fehlern der Refraction, entdeckte die Variation des Mondes, sowie die Bewegung der Knoten und der Neigung der Mondsbahn und constatirte die Thatsache, dass die Kometen jenseits dieser Bahn sind. Dadurch wurden diese Körper aus der Region der Meteore, dem Feuerkreise der Ionier und des Aristoteles, in die Region der Gestirne versetzt. Den grössten Dienst leistete er aber der Wissenschaft durch jenen reichen Schatz von Planetenbeobachtungen, welcher Kepplern das Material zu seinen grossen Entdeckungen lieferte. Tycho de Brahe nahm nicht bloss durch sein Talent und sein Verdienst, sondern auch durch seinen hohen Rang eine ausgezeichnete Stellung unter den Gelehrten seines Jahrhunderts ein, und wenn man des Schatzes gedenkt, mit dem er die Wissenschaft bereicherte, darf man auch der königlichen Freigebigkeit nicht vergessen, welche ihm die Mittel darbot, denselben zu sammeln und anzuhäufen.

Galilei, von Jugend an ein Gegner des Aristoteles, wurde durch das Studium des Archimedes auf die richtige Spur der Ausbildung der Naturphilosophie geführt. „Galilei, sagt Libri, war nicht nur Geometer, Astronom und Physiker, er war der Reformator der Naturphilosophie, die er auf neue Grundlagen stützte, auf Beobachtung, Erfahrung und Induction und in welche er zuerst den geometrischen Geist und das Maass eingeführt hat.“ Galilei studirte das Buch der Natur und er entdeckte den Schlüssel zu diesem Studium. Er selbst sagt: „es gebe kein anderes unfehlbares Buch als die Natur, in welcher die ganze Philosophie in mathematischen Charakteren verzeichnet sei.“*) Er gab das erste Beispiel, wie man durch Experiment und Beobachtung der Natur ihre Gesetze abfragen könne und lenkte dadurch die Naturforschung in eine ganz neue Bahn.

Dem stolzen Dänen und dem bewunderten Italiener steht unser grosser Landsmann Johann Keppler würdig zur Seite. Es ist bemerkenswerth, dass sich in diesem grossen Geiste fast alle die Züge vereinigen, die den Charakter des schwäbischen Stammes ausmachen: gemüthlicher Humor, eiserner Fleiss, zähe Beharrlichkeit, Biederkeit und frommer Sinn gepaart mit der Vorliebe zum Geheimnissvollen und Wunderbaren. Sein ganzes Leben bestand aus einer Kette von Widerwärtigkeiten und Ungemach. Aus einer herabgekommenen und durch häusliches Unglück zerrütteten Familie entsprossen, vom eigenen Vater in zartester Kindheit verlassen, vernachlässigt in seiner ersten Erziehung, bleibt ihm, als er seine Laufbahn beginnt, nichts als sein Genie und die unerschütterliche Standhaftigkeit seines Charakters. Tycho de Brahe, der ihn in seinen Dienst zog, kränkte den bescheidenen Mann durch seinen hochfahrenden Sinn. Die Kaiser, denen er diente, erniedrigten ihn zum astrologischen Hofdienst und zwangen ihn zu der ermüdenden Berechnung der Rudolphinischen Tafeln, für deren Ausführung man ihm selbst die nöthigen Mittel entzog. Auf die amtliche Frage des kaiserlichen Geheimenraths Wakher von Wakenfels: warum die Tafeln so lange nicht erschienen, antwortete Keppler: „Damit die Ehre des Kaisers, bei

*) *Opere ed. Milano.* 808. Th. II. S. 285.

dessen Kammerbefehlen ich verhungern müsste, geschont werde, schrieb ich nichtswerthe Kalender mit *Prognostica*; dies ist etwas besser, als betteln. Als mein Mädchen starb, verliess ich die Tafeln und wendete mich zur Harmonie des Himmels.“ Diese Antwort, die keines Commentars bedarf, gestattet einen interessanten Blick in Keppler's Inneres. Sie offenbart den festen und entschiedenen Charakter, den weder Schläge des Schicksals, noch der Druck der Verhältnisse beugen. Der Mann, dessen Beruf darin bestand, Kalender zu schreiben und aus den Sternen zu weissagen, wurde aus innerem Drange der Schöpfer der theoretischen Astronomie, und dies bewundernswürdige Werk der Vereinigung von Fleiss und Genie vollbrachte er inmitten des wildesten Kriegsgetümmels, verfolgt und seiner Habe beraubt durch die Feinde seiner Religion, angefeindet selbst von seinen Glaubensgenossen, flüchtig und umhergejagt im eigenen Vaterland, gebeugt vom Gram über die Schande, mit welcher ein Hexenprozess seine Mutter brandmarkte. Wie ein Held ertrug er die Widerwärtigkeiten seines Geschicks und wie ein Genius von höherer Abkunft entsiegelte er der Menschheit die grossen Geheimnisse der Natur. Seine Persönlichkeit und sein dramatisches Geschick hat der Freiherr von Breitschwert in einer anziehenden Biographie geschildert.*) Man verweilt nicht ohne lebhaftes Interesse bei dem Bilde eines Mannes, der, von den finstern Mächten des Schicksals unaufhörlich verfolgt, die Harmonie der Sphären belauschte, und man weiss kaum, ob man mehr die Fruchtbarkeit seines Geistes oder den Adel seiner Gesinnung und die unbeugsame Standhaftigkeit seines Charakters bewundern soll. Wenn der Biograph vorzugsweise nach den Lebensschicksalen eines solchen Mannes forscht, so findet dagegen der Philosoph sowohl wie der Astronom einen reichen Stoff des Nachdenkens in seinen Arbeiten.

Keppler,**) obwohl er von sich selbst sagt, er sei ein unsicherer und wenig gewandter Rechner, scheint dennoch mit einer ungemeinen Leichtig-

*) Johann Keppler's Leben und Wirken, nach neuerlich aufgefundenen Manuskripten bearbeitet von J. L. C. Freiherrn von Breitschwert. Stuttgart, Löflund und Sohn. 1831.

**) Ich folge der Schreibart des Namens mit pp, weil Keppler in deutscher Sprache sich stets so schrieb. In lateinischer Sprache dagegen unterzeichnete er sich: *Joannes Keplerus.*

keit gearbeitet zu haben. Das Feuer seines Geistes gestattete ihm nicht lange bei dem bloss Mechanischen der Rechnung zu verweilen, sondern riss ihn mit Ungeduld zu der Verkettung der Ideen fort. Es war ihm eine bewundernswürdige, fast divinatorische Erfindungsgabe eigen. Er selbst pflegte zu sagen: es begleite ihn ein Genius, der ihm die Wahrheiten von Ferne zulispele. Ein eiserner Fleiss unterstützte diese Genialität und besiegte alle mechanischen Schwierigkeiten. In dieser seltenen Vereinigung von Fleiss und Talent liegt der Schlüssel zur Erklärung, wie Keppler zu seinen mühsamen Entdeckungen gelangte. Die Glorie des Ruhms, die Keppler's Haupt umgiebt, wird strahlen, so lange die Gestirne ihre Bahnen nach den von ihm gefundenen Gesetzen ziehen. Aber merkwürdig bleibt es, dass die Entdeckung seiner drei Gesetze, welche seinen Namen unsterblich gemacht hat, von seiner Mitwelt nicht anerkannt und selbst von Galilei niemals auch nur erwähnt worden ist. Die Gesetze Keppler's wurden von seinen Zeitgenossen nicht verstanden oder für nicht mehr als Hypothesen gehalten. Man hatte damals noch keinen Begriff von Inductionen. Lansberg suchte die tychonischen Beobachtungen und die auf sie gegründete Theorie Keppler's zu verdächtigen und selbst Johann Dominik Cassini wollte noch an die Stelle der Ellipse eine Curve setzen, bei welcher nicht die Summe, sondern das Product der Radii Vectores eine constante Grösse ist.*) Erst die einander befreundeten Engländer Horrox und Crabtree verglichen die kepplerschen Gesetze mit dem Himmel, fanden ihre Wahrheit bestätigt und verschafften ihnen Anerkennung in England. Diese Männer bilden das verbindende Mittelglied zwischen Keppler und Neuton. Erst die Entdeckung der Gravitation verschaffte den kepplerschen Gesetzen allgemeine Anerkennung. Das Ansehen, welches er bei seiner Mitwelt genoss, gründete sich mehr auf die hohe Mei-

*) Die Gleichung dieser Curve, welche vier verschiedene Formen annehmen kann, deren eine die Lemniskate ist und die in ihrer einfachen ovalförmigen Gestalt die Cassinoide heisst, findet man in Francoeur's Vollständigem Lehrkurs der reinen Mathematik, übersetzt von Külp, Ersten Bandes viertes Buch, S. 183. (Fig. 108.) Die beiden andern Formen dieser Curve, von denen die eine die Figur eines Doppelovals bildet, haben keine besondern Namen.

nung, die man von seinem Scharfsinn und seinen Kenntnissen hegte, auf seine optischen Entdeckungen, auf seine kühnen und geistreichen Vermuthungen über die Natur der Sterne und die Erfüllung der Himmelsräume, endlich auch auf die Geistesblitze, die aus seinen astrologischen Prophezeiungen leuchteten. Was seinen Zeitgenossen imponirte, hat für die Geschichte der Wissenschaft meist nur ein vorüberschwindendes Interesse gehabt, dagegen entging gerade das, was er für die Astronomie dauernd geleistet hat, ihrer Beachtung. Denn die Keime, aus denen seine Entdeckungen erwuchsen, die Zwecke, für die sie gemacht wurden, hat man in der Geschichte der Wissenschaft mit dem Vorwurf müssiger Grübeleien der Vergessenheit übergeben. Und dennoch lässt sich die Grösse dieses ausserordentlichen Mannes in ihrem ganzen Umfange nur aus dem würdigen, was Whewell als den mystischen Theil seiner Arbeiten bezeichnet. Dieser Theil seiner Arbeiten trägt den Stempel des Genies in eben so hohem Grade, als die Gesetze, welche seinen Namen verewigen, und auf denen die neuere Astronomie ruht. Ja er ist als der unmittelbare Ausfluss seiner Persönlichkeit zu betrachten und es liegt gerade in ihm der Grundgedanke, der den ganzen Gang seiner Forschung bestimmte. Denn das ist das Wunderbare an diesem Manne, dass er während seines ganzen Lebens einem nichtigen Phantom nachging und nur im Interesse und für die Begründung desselben seine drei Gesetze entdeckte. Was ihm die Hauptsache war, das hat die Wissenschaft als irrig verworfen, was er dagegen nur als ein unentbehrliches Hilfsmittel brauchte, das ist das unerschütterliche Fundament für das grosse Gebäude der Astronomie geworden. Dabei darf man jedoch nicht vergessen, dass zu seiner Zeit die Astronomie noch in einem sehr schwankenden Zustande sich befand und noch keineswegs eine so sichere Basis und ein so festes Ziel der Ausbildung, wie zu Neuton's und Flamsteed's Zeiten hatte.*)

*) Wer ein Bild von dem damaligen Zustande der Astronomie erhalten will, braucht nur einen flüchtigen Blick in des Riccioli *Almagestum novum* zu werfen, ein Werk, das nach seines Verfassers Absicht eine ganze astronomische Bibliothek ersetzen kann und das sich mehr durch Gelehrsamkeit als durch eigenen geometrischen Geist empfiehlt. Der gelehrte Jesuit, der noch im Jahre 1650 das ptolemäische System vertheidigt und der auf die

Keppler begnügte sich nicht damit, nach einem bereits bestehenden Plane das Wachsthum der Wissenschaft in ihren Theilen zu befördern, sondern trat als Reformator der ganzen Wissenschaft auf.

Aussprüche der griechischen Philosophen und die Meinungen der Kirchenväter ein ebenso grosses Gewicht legt, wie auf die Beweise der Astronomen, trägt die neue Lehre Keppler's nicht sowohl nach dessen eigenen Schriften, als vielmehr nach der *Astronomia Philoloica* des Ismael Bullialdi vor. Er nennt die Gesetze Keppler's geradezu Hypothesen und er hat von dem Wesen der Induction noch so wenig einen Begriff, dass er an Keppler gerade das tadelt, was wir an ihm loben: dass er seine Lehre von der elliptischen Bewegung der Planeten *a posteriori* begründet habe. Sein Urtheil ist zu charakteristisch, als dass ich mir versagen könnte, es hier vollständig mitzutheilen. *Tom. I. Lib. VII. Sect. II. Cap. V.*, wo er *De Hypothesi Kepleri et Bullialdi* handelt, heisst es p. 529.: *Summa argumentorum a posteriori est* (nemlich die Uebereinstimmung des berechneten mit dem beobachteten Orte des Planeten). *Sic Bullialdus theorem.* 13. *narrat observatum sibi Julioduni* 1630 *Decembris* 12. *mane hora* 6, 50′ *post mediam noctem Mercurium, ope distantiae a Spica Virginis, et correcto loco per refractionem, in Scorpii* 29° 13′. *Ejus vero locum geometrice inquisitum in perfecto circulo Eccentrico provenire in* 28° 41′ 39″. *At in Ellipsi* ♏ 29° 8′ *et, adhibita curtatione ob latitudinem, in* ♏ 29° 12′ 59″. *Rursus Anno* 1635 *Decemb.* 1. *H.* 5. 30′ *post Meridiem Diniae per distantias a stellis Ophiuchi Mercurium in* ♑ 0° 26′ *computata refractione, erat enim altus supra Horizontem* 1⅔°. *Calculus vero geometricus innixus circulo dat locum* ☿ *in* ♑ 0° 47′ 35″, *sed innixus Ellipsi proxime accedit ad locum observatum, seu ponit* ☿ *in* ♑ 0° 23′. *Cum ergo circa matutinas et vespertinas digressiones, in locis fere oppositis observatus sit Mercurius et caeteris paribus in Radio Eccentrici, in Eccentricitate et in Anomalia, prodeat ex Ellipsi locus Planetae multo exactior, quam ex circulo; concludit Bullialdus, Mercurium non per circuli peripheriam, sed per Ellipseos circumvolvi. Eodem pariter argumento Keplerus in Marte a cap.* 40 *ex Solis et Martis observatis locis ostendere conatur viam Planetae dum accedit ad longitudines medias non exorbitare a circulo extrorsum, ut in Copernici et Tychonis epicyclis, sed introrsus accedendo ad centrum Eccentrici; atque adeo esse Ooidem seu Ovalem, secus enim aequationes non respondere locis observatis.*

His non obstantibus ipsemet Bullialdus lib. I. c. 13. *et lib. II. ad finem theorem.* 7. *ac* 13. *fatetur ingenue, quod de Solis orbita confessus erat Keplerus in Marte c.* 40. *videlicet non posse ex solo calculo et collatione observationum discerni, an hi Planetae moveantur in Ellipsi potius, quam in Circulo; Sol quidem et Venus ob exiguam eccentricitatem, qua fit ut diameter minor Ellipseos illis ex hypothesi attribuendae vix sensibiliter minor sit axe, seu diametro majori, atque adeo insensibiliter Ellipsis eorum a circulo recedat; Saturnus autem et Jupiter ob tarditatem motus, qua fit ut perexiguus error in observatione majorem quam in aliis errorem gignat, ideoque non posse evidenter constare utrum dissidium inter calculum geometricum et observationem oriatur a figura in calculo adhibita circulari potius quam elliptica, an vero ab observationum fallacia, cuivis quan-*

Er bildete sich eine völlig neue astronomische Weltansicht, welche in der Kette der Entwickelung wissenschaftlicher Ansichten als das Zwischenglied zwischen unserer mechanischen Naturansicht und der teleologisch-ästhetischen Weltansicht griechischer Zeit dasteht. Die sinnbildlichen dichterischen Mythen pythagorischer und platonischer Weltgemälde, wandelbar wie die Phantasie, die sie erzeugt, fanden noch einen Widerschein in Keppler's Kosmophysik,*) aber dadurch, dass Keppler die Induction mit der geometrischen Speculation verband, erhielt er eine festere und naturgetreuere Zeichnung des Weltgemäldes selbst.

Galilei und Keppler haben das uralte Geheimniss des Himmels enträthselt, der eine durch die raumdurchdringende Kraft des Fernrohrs, der andere durch die inductorisch geleitete Macht des Calculs. Beide Männer haben mit beispielloser Hingebung und Aufopferung für die Wahrheit der neuen Lehre des Kopernikus gekämpft. Aber die Waffen, die jeder von ihnen handhabte, die Wege, die sie einschlugen, sind so verschieden, wie die Natur ihrer Geister selbst. Galilei, der heftige Gegner des Aristoteles, liebte eine durchsichtige Klarheit und mathematische Anschaulichkeit über Alles, Keppler hatte eine geheime Neigung zum Mysteriösen und Wundervollen. Jener wollte sich nur der Induction und Geometrie anvertrauen, dieser rief beide in den Dienst der pythagorischen Philosophie.

Michael Mästlin hat das doppelte Verdienst den Galilei auf einer Reise nach Italien von der Wahrheit des kopernikanischen Systems über-

---

tumvis accurato observatori facile obrepente. De Marte autem majori quidem conjectura colligitur, et quodammodo demonstratur; sed non absolute, nec ita ut dissensus observationum a calculo circulum supponente, non possit partim in Solis Eccentricitatem, partim in alias causas referri potius quam in Ellipseos neglectum. In Mercurio maxime sensibilis est Ellipsis, verum iis locis apud nos non videtur, ex quibus rem ita esse certissime colligamus: verba sunt Bullialdi, quibus alludit ad viciniam Solis ac Horizontis, in qua observatur semper Mercurius, cum suspicione refractionis nondum certe in eo exploratae quantitatis. Riccioli hält Keppler's erstes Gesetz für ungewiss, weil er die inductorische Beweisart nicht versteht und die seltsamen Gründe *a priori*, welche Bullialdi im Sinne der aristotelischen Metaphysik für die elliptische Theorie anführt, stehen bei ihm in grösseren Ansehen, als Keppler's Begründung dieser Theorie durch die Erfahrung.

*) A. von Humboldt's Kosmos. Bd. 2. S. 351.

zeugt*) und den Keppler in die Geheimnisse dieser Lehre eingeweiht zu haben. „Bester Lehrer!“ antwortete Keppler auf das Lob, das Mästlin seinen Schriften ertheilt, „du bist die Quelle des Flusses, der meine Felder befruchtet.“

Keppler wurde durch Geistesverwandtschaft und das kopernikanische System ein Pythagoreer. Man wird das letztere sehr natürlich finden, wenn man bedenkt, dass Kopernikus selbst die Lehre von der Bewegung der Erde für eine altpythagorische hielt. Diese Lehre, vom Aristoteles und den Scholastikern verworfen und in der ganzen Christenheit verrufen, schien an dem kopernikanischen System eine neue Stütze gefunden zu haben. Aber Keppler befand sich in Bezug auf die Pythagoreer in zwei Irrthümern. Einmal glaubte er, die Wache des Zeus (*Jovis custodia*) sei die Sonne und diese habe man in das Centrum der Welt gesetzt, weil ihr als dem würdigsten Körper der würdigste Platz gebühre, und dann glaubte er, die Bewegung der Erde, welche die italische Schule annahm, sei die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne gewesen.**) Den letztern Irrthum theilte er mit Kopernikus und er war es wohl hauptsächlich, der sein Interesse für pythagorische Weisheit erweckte. Diese beiden Irrthümer sind von weit hinreichenden Folgen begleitet gewesen, nicht unähnlich dem Irrthum des Ptolemäus, welcher die Entdeckung Amerika's durch Kolumbus begünstigt hat.***) Erst Böckh hat durch seine scharfsinnigen Untersuchungen erwiesen, dass

---

*) So berichtet Vossius *de universae Matheseos nat. et const. p.* 192. Galilei selbst erzählt dagegen, dass er die Bekanntschaft mit dem kopernikanischen System einigen öffentlichen Vorträgen verdanke, die ein gewisser Christian Wursteisen (*Vurstisius*) aus Rostock in einer Academie gehalten habe (*Systema Cosm. p.* 119.). Dem Galilei standen hier wohl in seinem Greisenalter die Erlebnisse seiner Jugend nicht mehr treu vor der Erinnerung. *Christianus Vurstisius* aus Basel war Professor der Mathematik zu Zürich und ein treuer Anhänger des Purbach, zu dessen Theorie der Planeten er 1568 einen Commentar herausgab. Es ist in hohem Grade unwahrscheinlich, dass derselbe in Italien das System des Kopernikus gelehrt habe.

**) *Epitome Astronomiae Copernicanae Lib. IV.* 2.

***) S. meine Epochen der Geschichte der Menschheit. Bd. 1. S. 170.

die Bewegung der Erde, welche Philolaos lehrte, zwar eine fortschreitende, aber nicht die jährliche Bewegung um die Sonne, sondern eine tägliche um den Heerd der Hestia ist.

Philolaos erklärt nur den Wechsel von Tag und Nacht, Kopernikus aber auch den Wechsel der Jahreszeiten durch eine Bewegung der Erde. Der Erstere hatte nur zu zeigen, dass man den Auf- und Untergang der Gestirne und die tägliche Bewegung des Himmels durch den 24stündigen Umlauf der Erde um den Heerd der Vesta in der Ebene des Aequators eben so gut wie durch den Umschwung der Fixsternsphäre darstellen könne. Der Andere musste auch den Sonnenlauf und die Unregelmässigkeiten der planetarischen Bewegungen durch die Bewegung der Erde darstellen. Die ganze Weltmaschine musste da gleichsam umgebaut, das ganze Weltgemälde musste von einem völlig neuen und ungewohnten Standpunkte aus in Perspective gebracht werden. Während man früher die himmlischen Erscheinungen in Bezug auf den ruhenden Mittelpunkt des Kreises dargestellt hatte, musste man sie jetzt in Bezug auf einen Punkt darstellen, der in der Peripherie dieses Kreises umläuft. Alle astronomischen Begriffe wurden dadurch verwandelt. Die Vorstellung des Himmelsgewölbes, wie es der Augenschein zeigt, mit der ruhenden Erde in seiner Mitte musste gänzlich aufgegeben werden. Die sphärische Vorstellungsweise musste in eine stereometrische übersetzt werden. Aus der Schiefe der Ekliptik wurde die Neigung der Erdaxe gegen die Ebene ihrer Bahn; aus der festen Lage der Weltaxe in der Mitte der Welt wurde der Parallelismus der Erdaxe; aus dem Zurückweichen der Nachtgleichen endlich eine kegelförmige Bewegung der Axe der Erde. Welche Sicherheit des geometrischen Blicks gehörte dazu, um diese Verwandelung der astronomischen Vorstellungen richtig zu erkennen und darzustellen! Welche Geometrie liegt schon allein in der kopernikanischen Erklärung des Wechsels der Jahreszeiten aus der beständigen Parallelität der Erdaxe und der Schiefe der Ekliptik, dem Winkel, den der Erdäquator mit der Ebene der Erdbahn macht! Galilei selbst legt das Bekenntniss ab, dass das kopernikanische System, obschon einfacher in seinen Erklärungen als das ptolemäische, dennoch weit schwieriger zu verstehen

sei.*) Die Dunkelheit und Unverständlichkeit, mit der zum Theil jene Gegenstände in dem Werke des Kopernikus behandelt sind, forderte Männer wie Keppler und Galilei auf, eine einfachere und lichtvollere Darstellung zu suchen. Schon allein darin zeigte sich ein neues Feld für den mathematischen Scharfsinn.

Ueberdies stellte das kopernikanische System eine ganz neue und höchst schwierige Aufgabe an die Geometer: es verlangte neue Regeln für die Berechnung der Planetenörter, d. i. eine neue Theorie. Im ptolemäischen System giebt die Theorie unmittelbar den geocentrischen Ort eines Planeten, d. h. seinen Ort an der Himmelskugel, im kopernikanischen dagegen nur den heliocentrischen Ort desselben, und aus diesem und dem jedesmaligen Ort der Erde im Raume muss dann erst der geocentrische Ort des Planeten berechnet werden. Die Aufgabe, den Ort eines Planeten an der Himmelskugel für jede bestimmte Zeit zu finden, zerfällt also im kopernikanischen System in zwei Theile, deren erster die Punkte im Raum verlangt, wo der Planet und die Erde sich befinden; der zweite nur die Aufsuchung der Gesichtslinie von der letztern nach dem erstern. Zur Lösung dieser beiden Aufgaben reichte offenbar die sphärische Astronomie nicht mehr aus. Was den ersten Theil der Aufgabe betrifft, die ich später genauer erörtern werde, so muss man einerseits die Bahn der Erde, sowie die Bahn des Planeten um die Sonne ihrer Figur, Grösse und Lage nach kennen, andererseits aber auch das Gesetz, nach denen Erde und Planet diese ihre Bahnen durchlaufen. Obschon über die Figur der Bahn (das Gesetz ihrer Construction) bis auf Keppler und David Fabricius kein Zweifel herrschte, indem man allgemein den Kreis dafür annahm, so war man desto ungewisser über die Grösse und Lage und die dadurch bestimmten Elemente der Planetenbahnen. Diese Elemente bedurften einer ganz neuen und genaueren Untersuchung, wenn man mit einiger Zuverlässigkeit die Oerter der Planeten aus ihnen

*) *Systema Cosmicum p. 372.: Systema Copernicanum intellectu difficile et effectu facile est.* Galilei giebt daselbst *adhibito alio quodam explicationis genere, quam quod Copernicus usurpavit*, eine sehr klare und leicht verständliche Erklärung von dem Wechsel der Jahreszeiten.

ableiten wollte. So forderte die neue Lehre des Kopernikus gleichmässig zur Fortsetzung astronomischer Beobachtungen wie zur Vervollkommnung der astronomischen Theorie auf.

Ausser diesen neuen Aussichten, die es dem Entdeckungsgeiste eröffnete, und ausser jener zufälligen Dunkelheit in der Darstellung enthielt aber auch das ursprüngliche kopernikanische System noch weit wesentlichere Mängel. Mit der Lehre von der jährlichen Bewegung der Erde hatte Kopernikus wohl den wahren Grund von der sogenannten zweiten Ungleichheit der Planeten (ihren Stationen und Rückgängen im Zodiacus) ausfindig gemacht, aber die erste Ungleichheit (die unregelmässige Bewegung der Planeten in ihren eigenen Bahnen) suchte er immer noch durch Epicykeln und excentrische Kreise zu erklären. Dieser Theil seines Lehrgebäudes ist im Grunde weiter nichts, als eine Uebertragung der ptolemäischen Vorstellungen in die veränderte Constructionsweise der heliocentrischen Hypothese. Es war dies nur ein Nothbau, den Keppler später gänzlich niederriss und auf dessen Trümmern er sein dauerhaftes Gebäude errichtete. Aber auch der andere Theil des kopernikanischen Systems, die Lehre von der Bewegung der Erde und die Erklärung der davon abhängigen himmlischen Erscheinungen, bedurfte noch einer verbessernden Hand. Diese legte Galilei an.

Das kopernikanische System brachte einen völligen Umsturz aller bisherigen Begriffe von Bewegung hervor. Früher hatte man ganz unbefangen vorausgesetzt, dass eine Bewegung, die man an einem Körper beobachtet, diesem auch wirklich zukomme. Das kopernikanische Gesetz dagegen erklärte die Stillstände und die rückläufigen Bewegungen, welche man an den Planeten beobachtet, für blossen Schein, hervorgerufen durch die Bewegung der Erde. Man wurde dadurch ganz irre in der Anwendung der Begriffe von Bewegung und Ruhe und Galilei sah sich noch genöthigt, das System von dem Vorwurf zu reinigen, dass es die Richtschnur aller Naturphilosophie: Sinnesanschauung und Erfahrung, verrücke.*) Jene Scheinbarkeit der Bewegung ist in der That nichts Anderes, als eine Folge von der Relativität aller

*) *Systema Cosmicum p.* 236.

Bewegung. Alle Beobachtung der Bewegung beziehen wir auf den Raum, in dem wir uns befinden, d. h. auf einen relativen Raum und nicht auf den absoluten Raum, und wenn nun dieser relative Raum mit den darin befindlichen Körpern selbst sich bewegt, so wird offenbar die Bewegung eines ausser demselben befindlichen Körpers ganz anders erscheinen, als sie wirklich ist. Dies ist der einfache Grund der Entstehung von scheinbaren Bewegungen, die sich in der Beobachtung mit den wirklichen vermischen und die Construction des wahren Verlaufs der Phänomene erschweren. Allein in dieser Einfachheit stellten sich diese Verhältnisse erst nach Galilei's Entdeckungen dar. Kopernikus selbst irrte sich noch in dem Gebrauch der Begriffe von absoluter und relativer, wirklicher und scheinbarer Bewegung. Er erklärte nemlich die Beständigkeit der Parallelität der Erdaxe im jährlichen Umlauf aus einer dritten Bewegung der Erde, die er die Declinationsbewegung nannte, indem er die Lage der Erdaxe auf den Mittelpunkt der Drehung und nicht auf den absoluten Raum, das ist hier: die Fixsterne, bezog. Allein diese dritte Bewegung ist bloss scheinbar. Denn in Bezug auf die Fixsterne, also im absoluten Raume, bleibt die Lage der Erdaxe während des jährlichen Umlaufs unverändert, und eben deshalb scheint sie sich in Bezug auf die Sonne jährlich einmal umzudrehen.*) Es gehörte vor

*) Auf den ersten Anblick dürfte es vielleicht scheinen, als ob der eben angeführte Fall nicht unter jenem Gesetz stünde, weil ein Zuschauer auf der Sonne eine Veränderung der Lage der Erdaxe von einem ruhenden Raume aus beobachtet. Dies ist indessen nur eine Täuschung, nicht der Anschauung, sondern der Begriffe. Die Axe der Erde ruht in Bezug auf die Fixsterne, d. h. sie geht verlängert immer durch dieselben Punkte der Himmelskugel. Der Nordpol ist daher auch immer derselben Stelle des Firmaments zugewendet: er behält eine unveränderte Lage gegen Alles, was unbeweglich ausserhalb des Systems steht, obschon er durch den jährlichen Umlauf der Erde den ganzen Umkreis der Erdbahn durchläuft. Betrachtet man nun diesen Umkreis der Erdbahn als den relativen Raum, der sich um die Sonne dreht, so wird in Bezug auf diesen die Erdaxe, da sie kosmisch ruht, sich jährlich einmal umdrehen. Dieser relative Raum ist es, auf den ein Beobachter auf der Sonne seine Beobachtung bezieht. Ein Bewohner der Sonne mit seinem Blick der jährlichen Bewegung der Erde folgend, dreht sich nemlich selbst um, und indem er diese seine eigene Umdrehung ausser Acht lässt, beobachtet er eine Bewegung der Erdaxe, während ein Bewohner des Polarsterns, der sich wahrhaft in Ruhe befindet, keine Bewegung der Erdaxe sieht.

allen Dingen eine tiefere Einsicht in die Natur der relativen Bewegung dazu, wenn die Richtigkeit des kopernikanischen Systems allgemein anerkannt und von den nicht unerheblichen Einwürfen der Gegner befreit werden sollte. Denn das ist gerade die Basis des ganzen Systems, dass die relativen Bewegungen der Planeten dieselben bleiben, unter der heliocentrischen wie unter der geocentrischen Voraussetzung, oder mit anderen Worten: dem Beobachter auf der Erde stellen sich die Bewegungen der Planeten auf die nemliche Weise dar, mögen sie nun nach dem System des Kopernikus oder dem des Ptolemäus erfolgen. Aber das System des Kopernikus scheint der Evidenz der Sinne zu widersprechen. Denn wir sehen tagtäglich Sonne, Mond und Sterne von Osten nach Westen fortrücken. Allein gerade das, was sich uns so unverfänglich als Sinnesanschauung darstellt, sind wir genöthigt nach jenem System für Sinnenschein zu erklären. Hier war es keineswegs so leicht, die richtige Entscheidung zu finden, und diese, die uns jetzt so leicht scheint, hat erst Galilei durch die Entwickelung des Grundsatzes der Relativität aller Bewegung nicht ohne grossen Aufwand von mathematischem Tiefsinn gegeben. Wenn man die Verdienste, welche Galilei und Keppler um die Fortbildung der kopernikanischen Lehre haben, gegen einander stellt, so zeigen sich die des Erstern darin, dass er mit einem tiefen Blick in die Natur der mathematischen Anschauung denjenigen Theil der Lehre weiterbildete, der sich mit der Erklärung der zweiten Ungleichheit der Planeten beschäftigt, während der Andere ganz neue Erklärungsgründe für die erste Ungleichheit fand. So trat ohne Verabredung zwischen beiden Männern eine Theilung der Arbeit ein und darin mag wohl hauptsächlich der Grund liegen, dass Galilei die kepplerschen Gesetze keiner Aufmerksamkeit würdigte.*)

---

*) Das *Systema Cosmicum*, welches zuerst in italienischer Sprache zu Florenz im Jahre 1632 erschien, also 23 Jahre später als Keppler's *Commentarius de stella Marte*, nimmt gar keine Rücksicht auf die erste Ungleichheit der Planeten. Das erste Gespräch handelt von der Verwandtschaft des Mondes mit der Erde, das zweite verbreitet sich über die tägliche Umdrehung der Erde, erörtert die Gründe des Kopernikus dafür und löset die Einwürfe des Aristoteles dawider auf. Das dritte erklärt die jährliche Bewegung der Erde

Wenn es hier in meiner Absicht läge, eine Analyse der Arbeiten und Entdeckungen Galilei's zu geben, so würde ich dieselben unter drei verschiedene Gesichtspunkte bringen.

1) Seine Entdeckungen durchs Fernrohr bestätigten des Anaxagoras Vermuthungen über den Mond, enthüllten die Jupiterswelt und lösten den Schimmer der Milchstrasse in Sterne auf. Was Galilei sah, stimmte weder mit den Begriffen der Aristoteliker noch mit denen der Astrologen über die Natur der Gestirne zusammen. Anfangs traute man kaum dem, was das Fernrohr zeigte; man wusste nicht, ob man es für Täuschung oder Wirklichkeit halten sollte. Einige wagten gar nicht das Auge an das Fernrohr zu legen, Andere behaupteten, es sei lauter Zauberei, eine Art teuflischer Illusion, was man durch das Fernrohr sähe. Selbst Hevel war noch der aufrichtigen Meinung, das Teleskop sei ein trügerisches Instrument, dessen sich ein christlicher Astronom enthalten müsse. Die Peripatetiker leugneten hartnäckig die Existenz der Jupiterstrabanten. „Du bist beinahe der Einzige, schrieb Galilei an Keppler, der meinen Angaben vollkommenen Glauben beimisst. Als ich den Professoren am Gymnasium zu Florenz die vier Jupiterstrabanten durch mein Fernrohr zeigen wollte, wollten sie weder diese noch das Fernrohr sehen, sie verschlossen ihre Augen vor dem Lichte der Wahrheit. Diese Gattung Menschen glaubt, in der Natur sei keine Wahrheit

---

und die Erscheinungen, die davon abhängen: den Wechsel der Jahreszeiten sowie die Stationen und Rückgänge der Planeten. Im vierten Gespräch, das von der Ebbe und Fluth handelt, deren Ursache Galilei in der Bewegung der Erde sucht, findet sich gelegentlich folgende Aeusserung (p. 436): „Durch Kopernikus haben wir zwar den wahren Weltbau kennen gelernt, die wahre Ordnung der Himmelskörper; so dass wir gewiss sind, Merkur, Venus und die übrigen Planeten bewegen sich um die Sonne, der Mond dagegen um die Erde. Aber wie dann weiter ein jeder einzelne Planet in seinem Umlauf sich verhalte, welche Figur seine Bahn habe (*quomodo structura orbis ejus sese habeat*), das was man gewöhnlich die Theorie der Planeten nennt, darüber können wir noch nichts mit Gewissheit bestimmen. Zum Beweis dient der Mars, der noch heutigen Tages der Astronomen spottet, und die verschiedenen Theorien der Mondbewegung.“ Man sieht daraus, dass Galilei die ungleichförmige Bewegung der Himmelskörper in ihrer eigenen Bahn als ein noch ungelöstes Problem ansah, nachdem Keppler schon längst die Auflösung dieser Aufgabe gegeben hatte.

zu suchen, sondern nur in Vergleichung der Texte (das sind ihre Worte). Gegen Jupiter können weder Giganten noch Pygmäen streiten. Was ist zu thun? wollen wir es mit Demokrit oder mit Heraklit halten? Ich denke, wir lachen über die ausgezeichnete Dummheit des Pöbels. Wie würdest du gelacht haben, wenn du gehört hättest, wie der Erste unter ihnen in Gegenwart des Herzogs sich bemühte, die neuen Planeten bald mit logischen Argumenten, bald mit magischen Verwünschungen vom Himmel herabzureissen." Das allgemeine Erstaunen, welches diese Entdeckungen hervorriefen, war ausserordentlich. Eine neue Himmelsansicht that sich plötzlich auf. Man überzeugte sich, dass der Himmel und die Gestirne dem blossen Auge nicht so sich zeigen, wie sie wirklich sind. Die strahlenden Lichtfunken des Firmaments verwandelten sich vor dem überraschten Blick in kolossale Weltkörper mit Gebirgslandschaften und Wolkenzügen. Keppler spricht mit aufrichtiger Bewunderung von „der glorreichen Entdeckung der mediceischen Gestirne durch Galilei." Er schrieb einen Commentar zu dem Sternenherold, der neulich von Galilei zu den Sterblichen gesandt wurde. Mit welcher Begeisterung Galilei sich diesen Entdeckungen hingab, zeigt eine Stelle aus einem Briefe vom 1. April 1611: „Ich finde, schreibt er daselbst an Vinta, dass die Herren Jesuiten die neuen mediceischen Planeten endlich eingesehen und seit zwei Monaten fleissig beobachtet haben. Sie geben sich alle Mühe ihren periodischen Lauf zu entdecken, sind aber mit dem kaiserlichen Mathematicus einerlei Meinung, dies sei sehr schwer und fast unmöglich. Dessenungeachtet hoffe ich, Gott, der mir die Gnade erwiesen, die neuen Wunder durch mich allein zu entdecken, werde auch die festgesetzte Ordnung ihres Laufes durch mich der Welt bekannt machen."

2) Galilei's zweites grosses Werk ist die Gründung der Mechanik durch seine Entdeckung des Fallgesetzes und der parabolischen Wurfbewegung. Diese Entdeckungen machte er mit Hilfe seiner Theorie der Zusammensetzung der Bewegungen, und diese Theorie gründet sich auf den Grundsatz der Relativität aller Bewegung. Diese Wissenschaft hat zwar erst später ihre Früchte für die Astronomie getragen, als Neuton in dem Gesetz der

Gravitation den Ring fand, in welchem die Gesetze Galilei's und die Gesetze Keppler's, die Mechanik und die Astronomie zusammenhängen. Aber die tiefe Einsicht in die Natur der relativen Bewegung lieferte ihm in Verbindung mit seinen Entdeckungen durchs Fernrohr

3) die mächtigsten Waffen für seine Vertheidigung der kopernikanischen Lehre von der Bewegung der Erde. Denn aus dem Grundsatz der Relativität aller Bewegung war er im Stande den Schein aufzudecken, auf dem die aristotelischen Trugschlüsse für die Unbeweglichkeit der Erde beruhen. Und die wechselnden Lichtgestalten der Venus, sowie die Mondenwelt Jupiters waren Zeugen für die Wahrheit des kopernikanischen Systems. Hier war es, wo er in die Händel mit der Kirche verwickelt wurde. Der Kirchenglaube bedurfte der Ruhe der Erde.

Der *Nuncius sidereus*, die *Discursus et Demonstrationes mathematicae*, die Lagrange wegen ihrer Einfachheit und Klarheit bewunderte, und das *Systema Cosmicum* stehen in keinem solchen inneren Zusammenhange wie die astronomischen Hauptwerke Keppler's. Schon beim Beginn von Keppler's Laufbahn ist das dunkel geahnete Ziel seines Strebens die Harmonie des Himmels. Er selbst betrachtet die *Harmonice mundi* als das Hauptwerk seines Lebens. Das *Mysterium Cosmographicum* ist nur eine Vorstudie dafür, ein *Prodromus*, wie es sich selbst ankündigt. Der *Commentarius de stella Martis* verhält sich aber zu jenem wie das Mittel zum Zweck. Die Reihenfolge dieser Schriften enthält zugleich die Geschichte der Ausbildung und Erweiterung der astronomischen Weltansicht Keppler's. Man kann genau verfolgen, wie dieselbe Aufgabe, zuerst im *Mysterio Cosmogr.* kaum mehr als geahnet, durch die grossen Entdeckungen über den Stern Mars sich erweitert, endlich in der Weltharmonie zur Vollendung gelangt.

Es ist wahr, die *Harmonice mundi* haben keinen reellen Werth mehr für die Astronomie, allein aus einem höheren Gesichtspunkte betrachtet, bieten sie ein nicht minder anziehendes Interesse als der Timäus des Platon, ja ich möchte behaupten, ein noch höheres dar. Denn obschon die Zeit über sie entschieden hat, dass sie Phantasien und keine Wissenschaft enthalten, so bildet doch die Harmonie des Himmels, welche Keppler lehrte,

in der Culturgeschichte des menschlichen Geistes die Brücke zur Mechanik des Himmels. Keppler's Ansichten und Arbeiten sind in der Geschichte der Naturwissenschaften das verbindende Mittelglied zwischen der platonisch-pythagorischen Naturphilosophie und den inductiven Naturwissenschaften. Das, was Whewell in seiner Geschichte der inductiven Wissenschaften als den mystischen Theil dieser Arbeiten bezeichnet hat, ist in der That nichts Anderes, als der Geist der pythagorischen Philosophie, der in Keppler lebte, jener pythagorische Glaube an die mathematische Gesetzmässigkeit der Natur. Dieser war es, der seine Erfindungsgabe in Bewegung setzte und leitete. Aber dieser Geist der pythagorischen Philosophie erhielt durch Keppler eine neue, eine inductorische Wendung durch die Forderung, dass die durch Speculation gefundene Gesetzlichkeit auch durch Beobachtung bestätigt werden müsse.

Ich habe in meinen Epochen der Geschichte der Menschheit Keppler nach der Stellung gezeichnet, die er in der Culturgeschichte als Glied in der Kette des Ganzen einnimmt; ich werde hier ein Bild von seiner geistigen, in sich selbst abgeschlossenen Individualität zu geben versuchen. Wenn ich dort seine astronomischen Entdeckungen in den Vordergrund stellen musste und seine Weltansicht, vom Duft der Phantasie umflossen, nur wie im Hintergrunde zeigen konnte, werde ich hier umgekehrt länger und ausführlicher bei der letzteren verweilen. Ich hoffe durch diese Darstellung zugleich die Geschichte der Entdeckung des dritten kepplerschen Gesetzes aufzuklären. Die *Harmonice mundi* sind bisher ein verschlossenes Buch gewesen. Vielleicht darf ich mir schmeicheln, den Schlüssel dazu gefunden zu haben. Wenn Delambre nach einem mühsamen Studium, das er auf dieses Werk verwendet hatte, in seiner Geschichte der Astronomie Keppler's Ideen von Weltharmonie ohne Weiteres über Bord wirft, so werde ich hier dieselben zu erklären versuchen.

I. KOSMOPHYSIK.

Keppler betrachtete die Welt im pythagorischen Sinne als Kosmos, d. i. als vollendetes Ganzes der Anschauung im Raume, gebildet und geordnet nach einem mathematischen Gesetz der Schönheit. Unbewusst liegt daher auch seiner Weltanschauung die Vorstellung des absoluten Weltraumes zu Grunde. Mit dieser Idee vom Kosmos verbanden sich ihm christlich-theologische Ideen seiner Zeit. Die alte Eintheilung der Welt in Himmel und Erde, die Welt der Gestirne und die Welt unter dem Monde, hatte für das kopernikanische System keine Giltigkeit mehr, da die Erde nur einer von den Planeten ist. Die Pythagoreer hatten das Weltall (*τὸ πᾶν*) schon in drei verschiedene Regionen eingetheilt: den Olymp, den Kosmos und den Uranos, welche den Heerd des Weltalls, die *Ἑστία τοῦ παντός*, gleichsam den Thron der Gottheit, umgeben. Der Kosmos, die Welt der Gestirne, liegt zwischen dem Feuerkreise des Olymps und dem Luftkreise oder Wolkenhimmel der Erde, dem Uranos. Eine ähnliche Dreitheiligkeit, obwohl mit veränderter Naturansicht, findet sich wieder in dem Weltgemälde Keppler's. Da die Welt eine Kugel ist, so muss sie, so lehrt er, aus drei Theilen bestehen: dem Mittelpunkte, der Oberfläche und dem Zwischenraume. Den erstern nimmt die Sonne ein, die Oberfläche ist die Fixsternsphäre und den Zwischenraum erfüllt das Planetensystem. Diese drei Theile sind Symbole

von den Personen der heiligen Dreieinigkeit. Denn die Welt ist eben wegen ihrer Kugelgestalt ein Bild von Gott dem Schöpfer (*Dei creatoris imago*).

Diese Vorstellung von der Bildlichkeit der astronomischen Weltansicht ist durchaus platonisch-pythagorisch, nur dass hier den kosmischen Sinnbildern andere religionsphilosophische Ideen zu Grunde liegen. Während bei Galilei bereits im Sinne moderner Ansichten die Naturlehre von der Religionslehre gänzlich geschieden ist, ist bei Keppler beides noch zu einem Ganzen verbunden; der Kosmos ist nicht bloss ein Gegenstand wissenschaftlicher Erforschung, sondern auch ein Gegenstand ästhetischer Bewunderung und religiöser Erhebung.

Die Vollendung der Welt liegt in vier Dingen. Diese sind das Licht, die Wärme, die Bewegung und die Harmonie der Bewegungen. Es entsprechen diese vier Dinge den menschlichen Geistesvermögen: das Licht der Empfindung, die Wärme der Natur- und Lebenskraft, die Bewegung der Seele und die Harmonie der Bewegungen der Vernunft. Im Licht besteht der Schmuck, in der Wärme das Leben und Wachsthum, in der Bewegung gleichsam die Handlung und in der Harmonie die beschauende Betrachtung, in die Aristoteles die Glückseligkeit setzt. Wie nun zu jedem Zustande drei Dinge gehören: die Ursache von welcher, das Subject in welchem und die Form unter welcher: so vertritt die Sonne in allen vorgenannten Weltzuständen die Stelle des Wirkenden, die Fixsternregion die Stelle des Formenden, Zusammenhaltenden und Begrenzenden, der Zwischenraum die Stelle des Subjects, je nach der Natur des fraglichen Zustandes. Die Sonne ist also in jeder Beziehung der vorzüglichste Körper des ganzen Weltalls.

Denn zuerst in Bezug auf das Licht ist die Sonne die Lichtquelle der Welt, der Weltraum ist der Fluss, in den sich der Lichtstrom von seiner Quelle aus ergiesst und die Fixsternsphäre ist das Ufer des Flusses; sie ist gleichsam nur die dunkle und erleuchtete Wand, welche das Sonnenlicht zurückstrahlt und vervielfacht: die Laterne, die den Windzug abwehrt.

In Bezug auf die Wärme ist die Sonne der Brennpunkt der Welt, an dem die planetarischen Weltkörper sich wärmen. Die Sonne ist Feuer, die

Fixsternsphäre ist Eis (*glacies*). Wie im thierischen Körper die Wärme vom Herzen ausströmt, so in der Welt von der Sonne.

Was den Zustand der Bewegung betrifft, so ist die Sonne die erste Ursache der Planetenbewegung und der erste Beweger des Weltalls; im Zwischenraume wandeln die beweglichen Körper, die Planetenkugeln; die Fixsternsphäre dient diesen beweglichen Körpern gleichsam zur Basis, indem man die Oerter der bewegten Körper auf die unbewegliche Fixsternsphäre bezieht, gelangt man allein zu einer Kenntniss der himmlischen Bewegungen.

Endlich in Bezug auf die Harmonie der Bewegungen nimmt die Sonne diejenige Stelle ein, von der aus allein die harmonisch abgemessenen Grössen in der Bewegung der Planeten sich auch dem Blicke darstellen, die Planeten selbst sind das Subject oder die Glieder jener Harmonie und die Fixsternsphäre oder der Kreis des Zodiacus dient zum Maass der Grösse jener sichtbaren Bewegungen.

Diese sinnreichen kosmophysischen Phantasien, welche ich hier so mitgetheilt habe, wie sie sich in gereifter Vollendung in dem *Epitome Astronomiae Copernicanae* finden, bilden die philosophische Grundlage von Keppler's Weltansicht. Sie gründen sich auf die aristotelische Unterscheidung der vier Arten von Gründen. Denn die *causa A Qua* ist die Ursache (*efficiens, ἀρχὴ τῆς κινήσεως*), das *Subjectum In Quo* ist der Gegenstand der Einwirkung (*materia, ὕλη*) und die *Forma Sub Qua* ist die Form der Einwirkung (*forma, εἶδος*). Die letztere ist in der That das Gesetz, wird aber hier noch wie ein Wesen (die Fixsternsphäre) betrachtet. Diese Verkörperung, wenn ich so sagen darf, der substantiellen Formen bezeichnet schon den Uebergangspunkt von der Abstractionsweise des Aristoteles und der Scholastiker zu der des Galilei und Baco von Verulam. Denn Keppler, der Entdecker der Naturgesetze, lässt die aristotelisch-scholastische Abstraction der *forma substantialis* noch als giltig stehen und so fallen ihm die wesenlosen Formen der Naturgesetze und die substantielle Form der Begrenzung des Weltalls (die räumliche Gestalt desselben) aus einander. In dem aristotelisch-scholastischen Begriffe der substantiellen Form sind nemlich zwei verschiedenartige Dinge mit einander vereinigt; die Form der intellectuellen

Synthesis und die Form der figürlichen Synthesis d. i. Gesetz und Gestalt.*) Diese treten hier bei Keppler scharf aus einander. Dabei können wir hier schon bemerken, wie Kepplern die Metaphysik des Aristoteles zur Physik wurde. Denn bei Aristoteles war die Gottheit der erste Beweger, bei Keppler ist die Sonne der erste Beweger; also keine übernatürliche, sondern eine natürliche Ursache.

Wir ersehen ferner, dass Keppler sich noch immer nicht von der Vorstellung der festen Fixsternsphäre losmachen konnte, dass er noch weit entfernt war von Huyghen's Ansicht über den Sternenhimmel. Von dem „Bau des Himmels", wie wir ihn seit Sir William Herschel kennen, von der Tiefe der Milchstrasse, der Anordnung der Sternhaufen und Nebelgebilde, von der unbegrenzten Ausdehnung des Weltgebäudes hatte er noch keine Ahnung. Keppler glaubte noch an die Wirklichkeit des Himmelsgewölbes, an das Firmament der Alten. Auch dies ist in Uebereinstimmung mit seiner Idee vom Kosmos. Denn die Form einer ästhetischen Idee kann der Weltbau nur haben, wenn er zugleich auch eine Begrenzung hat. Es ist gegenwärtig eine ziemlich weit verbreitete, auch in Alexander von Humboldt's Kosmos übergegangene Ansicht, dass Keppler die Fixsterne für Sonnen gehalten habe, umgeben mit Planeten wie die unsrige. Richtig ist es, dass Keppler diese Ansicht wohl erwogen hat, aber er verwirft sie als unwahrscheinlich. Denn obschon unsere Sonne in derselben Entfernung einen ebenso geringen Durchmesser haben würde, so würde sie doch eine ungleich grössere Lichtstärke besitzen.**) Im zweiten Theil des ersten Buchs des *Epitome Astro-*

---

*) Diese Verschmelzung der Abstractionen ist durch den Doppelsinn des Wortes εἶδος veranlasst worden, welches ebensowohl den Begriff der Art (das Gesetz der Gestaltung) wie die Gestalt (*forma*) des einzelnen Dinges bedeutet.

**) *Epitome Astron. Copern. Lib. IV. s. f.* Keppler's Ansichten hierüber haben geschwankt. In seiner Optik (p. 261.) erklärt er noch alle Gestirne, Planeten sowohl wie Fixsterne, für selbstleuchtend. Nachdem er den Boten der Gestirne von Galilei gelesen hatte, schreibt er in seiner *Dissertatio cum Nuncio sidereo p. 9.: Altera jucundissima tua observatio est figurae Fixarum radiosae, differentis a Planetarum figuris circularibus. Quid aliud inde Galilaee colligemus, quam Fixas lumina sua ab intus emittere, Planetas opacos extrinsecus pingi: hoc est, ut Bruni verbis utar, illas esse Soles, hos Lunas seu Tellures?*

nomiae Copernicanae giebt er eine Beschreibung der „Figur des Himmels.“ Hält man diese zusammen mit anderen Stellen derselben Schrift, so sieht man, Keppler hat sich die Fixsternsphäre wie eine Kugelschaale von bestimmter Dicke gedacht, die gleich einer Mauer als ein wirkliches Krystallgewölbe die Welt umschliesst. Ihre Dicke setzt er zu nur 2 deutschen oder 8 italienischen Meilen an. Dies wäre also die ganze Tiefe des Sternenhimmels. Der Raum, durch den die Fixsterne zerstreut sind, ist also nicht durch und durch gleichmässig von denselben angefüllt. Er hat in sich eine grosse Höhlung, von dem gedrängten Haufen der Fixsterne wie von einem Gewölbe umgeben. In dieser Höhlung befindet sich unsere Erde mit Sonne

---

Ebendaselbst sagt er aber auch, dass die Lichtstärke der Sonne grösser sei, als die aller Fixsterne zusammengenommen, denn ein einziger Sonnenstrahl, der durch eine noch so kleine Oeffnung in ein dunkles Zimmer falle, erleuchte dieses so, dass man dabei lesen könne, während man bei dem Gesammtlicht aller Fixsterne unserer Halbkugel noch nicht sehen könne, wohin man seinen Fuss setze. Die im Text erwähnte Ansicht, bei der Keppler zuletzt stehen blieb, ist in Uebereinstimmung mit seiner Kosmophysik und darum mag er ihr wohl den Vorzug gegeben haben. Eine ähnliche Unsicherheit der Meinung über denselben Gegenstand trifft man in dem *Systema Cosmicum* des Galilei an. Während Sagredo im ersten Gespräch die Fixsterne für verdichtete Stellen des Himmelsgewölbes hält, erklärt Salviati im dritten Gespräch dieselben auf das Bestimmteste für weit entfernte Sonnen.

Die Entfernung der Fixsterne von uns bestimmt Keppler im *Epitome Astr. Cop. p.* 490. nach den Ansichten seiner pythagorisirenden Geometrie. Die Ausdehnung der beweglichen Planetenwelt, d. i. die Entfernung der Sonne vom Saturn, meint er, sei die mittlere Proportionale zwischen der Ausdehnung des Bewegers des Ganzen, der Sonne, und der Ausdehnung des unbewegten Firmaments (*inter motorem et locum immobilem*). Setzt man nun mit Keppler den Halbmesser der Sonne = 6 und die Entfernung des Saturn von der Sonne = 14320 Erdhalbmessern, so ist die Entfernung der Fixsterne von der Sonne $\frac{14320.\ 14320}{6}$ = $34077066^2/_3$ Erdhalbmessern. Galilei nimmt im *Systema Cosm. Dial.* 3. aus andern Gründen dieselbe nur zu 13 Millionen Erdhalbmessern an.

Ueber die Farben der Sterne macht Keppler in seiner *Astronomia Optica Cap.* 6. *p.* 261. folgende sinnreiche Bemerkung: Wenn man eine schwarze Oberfläche stark erleuchtet, erscheint die Farbe des Mars; nimmt man eine hellrothe Fläche, so erhält man die Farbe des Jupiter; bei einer bleifarbenen, die des Saturn; bei einer gelben, die der Venus und bei einer blauen, die des Mercur. Im Sirius und im Arctur sieht man die Farben des Regenbogens, in der Lyra (der Wega) gar keine, im Aldebaran und im Herzen des Skorpions roth. Doch erscheinen diese Farben nicht jedem Auge und nicht zu allen Zeiten gleich bestimmt.

und Planeten. Wäre die Region der Fixsterne durchaus gleichförmig von Fixsternen erfüllt, so könnte es nicht mehr, als 12 Sterne erster Grösse geben, soviel als das Icosaeder Ecken hat. Diese ständen alle in gleicher Weite von uns. Dann kämen Sterne in doppelter Entfernung, hierauf in dreifacher und so immer fort. Da bei dieser raschen Zunahme der Entfernungen die Grössen der Sterne schnell abnehmen müssten: so würde man im Ganzen nur sehr wenige Sterne sehen und zwischen diesen wenigen müssten starke Unterschiede der Grössen stattfinden. Nun lehrt aber die Erfahrung das Gegentheil. Wir sehen Fixsterne dicht beisammen und ihre scheinbaren Grössen sind nicht so sehr von einander verschieden. Diese können also auch nicht in so gar ungleichen Entfernungen sich von uns befinden. Nun sind aber fast rings um uns herum die Fixsterne gleichmässig in Bezug auf die Grösse und Menge vertheilt, sie müssen also auch rings um uns herum in nahebei gleichen Entfernungen sich befinden.

Das Icosaeder braucht Keppler hierbei aus folgendem Grunde. Wenn man sich unsere Sonnenwelt durch eine Kugelfläche begrenzt vorstellt, so ist die Frage: wie viel Kugeln von gleicher Grösse lassen sich um diese herumlegen, so dass alle die mittlere und jede die ihr nächste berühren. Die Zahl derselben beträgt 12, und jede dieser Kugeln hat einen grösseren Halbmesser als die mittlere. Die Mittelpunkte dieser 12 Kugeln sind die Ecken des Icosaeders.*) Diese geometrische Betrachtung über die Vertheilung der Fixsterne erinnert an William Herschel's Princip der Sternen-Aichung. Aber dasselbe Princip, auf das Herschel seine frühere Ausmessung der Tiefen der himmlischen Räume gründete, wird von Keppler gerade umgekehrt gebraucht, um zu zeigen, dass der Fixsternenhimmel nur eine geringe Tiefe habe.

Auch über den Ort unserer Sonnenwelt in der Milchstrasse stellt Keppler Betrachtungen an. Befände sich die Erde weit ausserhalb der Ebene der Milchstrasse, so würde diese als ein kleiner Kreis oder eine kleine Ellipse am Himmel sich darstellen; auch würde man sie dann ganz sehen, da man

*) Kästner giebt eine Auflösung dieser Aufgabe in seinen *Dissert. math. et phys. n. VIII.*

jetzt immer nur die Hälfte derselben sieht. Läge dagegen die Erde zwar in der Ebene der Milchstrasse, aber einem Theile ihres Umfangs näher als dem andern, so würde der erstere ungleich breiter als der zweite erscheinen. Da nun aber die Milchstrasse die Sternkugel in zwei Hemisphären theilt und fast überall gleich breit erscheint, so muss die Erde nahe in der Mitte derselben liegen. Daraus folgert Keppler, dass die Fixsternsphäre inwendig gegen uns zu nicht nur durch die Sternkugel, sondern auch durch den Milchkreis begrenzt sei.*)

Der Zwischenraum zwischen der Fixsternsphäre und der Sonne, die, wie schon erwähnt, in Keppler's Weltgemälde die Rolle des pythagorischen Weltheerds spielt, ist mit Himmelsluft (*aura aetherea*) erfüllt. In dieser bewegen sich die Himmelskörper. Keppler verbreitet sich ausführlich über diesen Gegenstand in dem Buche von dem neuen Sterne im Fusse des Schlangenträgers.**) Dort sucht er die Veränderlichkeit der Materie des Himmels darzuthun. Er gesteht, dass diese Meinung gegen die aristotelische Philosophie sei. Aber er ist auch überzeugt, dass diese Behauptung mehr der Schule, als dem Stifter derselben zuwider sei. Wenn man ihm den Aristoteles selbst lebend gegenüberstelle, so hoffe er ihn selbst zu überzeugen. Denn so sei der Lauf der Dinge. Aus Gyps könne man, wenn er eben frisch gegossen sei, alles Mögliche formen; sobald er aber verhärtet, sei er in keine Form mehr zu bringen. Ebenso gehe es auch mit den Meinungen und Ansichten. So lange sie noch aus dem Munde der Philosophen fliessen, können sie leicht verbessert werden; sowie sie aber von den Schülern aufgenommen sind, verhärten sie ärger wie Stein und können durch keine Vernunftgründe mehr widerlegt werden. Aristoteles habe aber seine Ansicht von der Unveränderlichkeit des Himmels bloss darauf gegründet, dass man seit Jahrhunderten keine Veränderung an ihm bemerkt habe.

---

*) Ich kann diese Stelle nur so verstehen: der Gürtel der Milchstrasse liegt nicht excentrisch im Weltraum, sondern, wie sein Anblick zeigt, concentrisch mit der Fixsternensphäre. Keppler denkt sich nemlich die Sonne als den absoluten Mittelpunkt der Welt und die Milchstrasse an der inwendigen Fläche des das Weltall umschliessenden Sternenhimmels.

**) *De stella nova in pede Serpentarii. Cap. XXIII. p.* 112 *sqq.*

Wenn daher Jemand den Aristoteles belehren könnte, dass die folgenden Jahrhunderte allerdings Neues am Himmel beobachtet hätten, so würde er bereitwillig seine Meinung aufgeben. Aber heut zu Tage hätten die Schüler des Aristoteles nicht mehr die Vernunft, sondern die blosse Meinung im Auge, und aus einem Lehrsatze des Philosophen, den dieser von der Erfahrung entlehnt hat, erdreisten sie sich der Erfahrung zu widersprechen und unter allerhand Ausflüchten Einwendungen gegen diese zu erheben. Nach diesen Bemerkungen, die mit wenig Zügen ein für alle Zeiten treues Bild philosophischer Schulen geben, fährt Keppler fort: Genau erwogen bestehe des Aristoteles Argumentation in folgender Induction. Von den Bewegungen der Sterne ist es bekannt, dass die Gesetze derselben seit Menschengedenken dieselben geblieben, auch die Anzahl der Planeten sowie die Constellation der Fixsterne sei noch heut zu Tage dieselbe, wie vor Alters; auch könne von dem Himmelsraume (*intermedium*), der wegen seiner Durchsichtigkeit unsichtbar sei, keine Veränderung bewiesen werden. Also sind alle Dinge am Himmel beständig, auch die Materie der Kreise (*orbium materia*). Aber diese Induction sei falsch. Denn wenn auch die Bewegungsgesetze dieselben geblieben, so habe doch das gegenwartige Zeitalter nicht undeutlich Spuren von Veränderungen an der Feste Mosis (*Mosis Raquia*), dem Himmelszelte (*Tentorium coeli*) wahrgenommen. Ja schon in früheren Zeiten hätte man so was bemerken können, wenn man nur darauf geachtet hätte. Hierauf führt er Thatsachen als Beweisthümer für die Veränderlichkeit der Himmelsmaterie an: den verfinsternden Nebel des Jahres 1547, die Materie der Kometen und den Lichtglanz, welchen man bei der Sonnenfinsterniss 1605 um den Mond bemerkt hatte. Von jenem Nebel, der drei Tage lang in halb Europa die Sonne verfinsterte und „dennoch die Sterne am hellen Tage sichtbar machte," sucht er darzuthun, dass er im Aether vor der Sonnenscheibe und nicht in unserer Atmosphäre gehangen habe, dass er kosmisch und nicht tellurisch gewesen sei. Alles dies bestätige die Veränderlichkeit der Himmelsmaterie und darin findet er den Erklärungsgrund für den Ursprung des neuen Sterns im Ophiuchos. „Die Materie dieses Gestirns ist aus dem Stoffe der Fixsternsphäre selbst

zusammengeronnen und nach seinem Verlöschen wieder in dieselbe zurückgeflossen."

Diese Ansicht über die Erfüllung des Himmelsraums hängt genau zusammen mit seiner Vorstellung von dem Ursprung und der Natur der Kometen. Die Theorie dieser Weltkörper beruht bei Keppler auf folgenden drei Sätzen: 1) Jeder Komet bewegt sich wie eine Lufterscheinung durch den Weltraum, beständig in gerader Linie. 2) Seine Bewegung ist anfangs gleichförmig, wird aber nach und nach schneller nach dem Gesetz, wie die Tangenten eines Kreisbogens wachsen, wenn der Bogen immer um gleich viel zunimmt. 3) Die Bewegung der Erde damit verbunden, macht, dass des Kometen Bewegung kreisförmig scheint.*)

„Die gemeinen Kalenderschreiber damaliger Zeit gaben es für eine gewisse Sache aus, wie aller Kometen Materie gleich einem Nebel aus der Erde hervorschwitze." Keppler war durch Tycho eines Anderen belehrt worden. Seine Ansicht von den Kometen ist diese: Wie in der See Wallfische und andere Ungeheuer leben, so die Kometen in der unermesslichen Tiefe des Aethers. Sie bringt Kometen aus sich selbst hervor, damit dieses Element oder diese Gegend nicht leer sei. Manchmal treten Verdichtungen der *aura aetherea* ein, so dass das Licht der Sonne und Sterne nicht zu uns dringen kann. Alsdann muss eine Reinigung stattfinden, und diese besorgt jenes Vermögen, das gleichsam als Lebenskraft der Substanz des Aethers innewohnt. Jener Aetherdunst wird vom Lichte der Sonne beschienen und ihm gleich einem Sterne eine Bewegung ertheilt. Wenn er sich in Kugelgestalt zusammengeballt hat und von den Sonnenstrahlen durchdrungen ist, so nimmt er seinen Weg nach der Richtung dieser Strahlen. So wird der Körper des Kometen durchseiht, zerrieben und endlich vernichtet. Gleich einer Rakete verzehrt sich der Komet selbst durch die Ausströmungen seines Schweifes.

Keppler hielt also die Kometen für kosmisches Gewölk und nicht wie Tycho de Brahe für dauerhafte feste Körper, die sich wie die Planeten

*) *De Cometis libelli tres.* (1619) *Lib. I. p.* 8. und *Paralip. ad Vitell. Cap.* 10. *p.* 335.

um die Sonne bewegen. Galilei nahm in seinem *Saggiatore* (*Roma* 1623) Keppler's Ansicht an. Das Nordlicht und die Sonnenflecken befestigten ihn in der Meinung, dass die Kometen aus einer Zusammenhäufung von Dünsten in den himmlischen Kreisen entstünden, die von der Sonne beschienen würden, sowie in unserm Luftkreis der Regenbogen sich auf der Gewitterwolke bildet. Der Entdecker der parabolischen Wurfbewegung vertheidigte noch die geradlinige Bahn der Kometen.

Träumende Naturphilosophen haben in dieser kepplerschen Fiction ätherischer Wolkengebilde die Nebelsterne und Lichtnebel Herschel's zu erkennen gewähnt.*) Allein auch abgesehen von dem Unterschied zwischen einem wirklich beobachteten und einem bloss eingebildeten Gegenstande, so sind hier schon die räumlichen Verhältnisse der Lage ganz andere. Denn während die Nebelsterne und Lichtnebel in den Tiefen der Fixsternregion selbst stehen, erfüllt die Himmelsluft, der Aether Keppler's, die Höhlung, welche von der Sternenkugel umschlossen wird.

Diese kosmophysischen Ansichten Keppler's bezeichnen gleichsam nur die äusseren Umrisse des Weltbaues. Die künstlichste Architektur aber hat der Weltbildner in dem innern Bau der beweglichen Sphären angebracht. Das Geheimniss dieses Weltbaues, bis dahin dem menschlichen Geschlechte verschleiert, glaubte Keppler in seinem *Mysterio Cosmographico* errathen zu haben.

*) S. meinen Anti-Orion S. 11. u. fgg.

II. DAS GEHEIMNISS DES WELTBAUES.

Das Geheimniss des Weltbaues besteht darin, dass Gott das Planetensystem, die bewegliche Sonnenwelt, nach den fünf regulären Körpern gebildet und die Zahl, die Verhältnisse und die Bewegungen der Himmel der Natur dieser Körper angepasst hat. Das *Mysterium Cosmographicum,* in dem sich zum erstenmale Keppler's ingeniöser Geist zeigte, erschien im Jahre 1596 zu Tübingen. Der Verfasser hatte zuvor das Manuscript dem academischen Senate zu Tübingen vorgelegt und dieser forderte Mästlin's Urtheil darüber. „Die Sache ist so neu, so lautet dieses Gutachten, dass sie noch in keines Menschen Sinn gekommen ist und so sinnreich ausgeführt, dass sie sehr würdig ist, den Gelehrten bekannt zu werden. Wer fasste je den Gedanken, oder erkühnte sich, es zu versuchen, die Zahl, die Ordnung und die Grösse der himmlischen Sphären *a priori* zu beweisen und die Ursache gleichsam aus dem geheimen Rathschlusse Gottes hervorzuziehen? Dieses hat Keppler unternommen und glücklich geleistet. Er ist der Erste, der in Betracht zog, dass die Entfernung der Planeten von einander durch die fünf regulären Körper bestimmt ist. Hierdurch erscheint Alles in solcher angemessenen Ordnung und vollkommenen Zusammenhange, dass nicht das Mindeste verändert werden darf, ohne den Zusammensturz des Ganzen zu verursachen. Keppler hat sich als den gelehrtesten und scharfsinnigsten Mann angekündigt“

Keppler erzählt selbst in der Vorrede zu diesem *Opus Uranicum*, wie Mästlin das *Mysterium Cosmographicum* begeistert nannte, auf welchem Wege er zu seiner Entdeckung gelangte. Es waren von je her hauptsächlich drei Dinge, deren Ursache er zu ergründen strebte: die Anzahl, die Grösse und die Bewegung der Himmelssphären (*Numerus, Quantitas et Motus Orbium*) oder wie wir jetzt sagen würden: die Zahl, die mittlere Entfernung und die mittlere Bewegung oder die Umlaufszeit der Planeten. Er ahnete, dass es einen Grund dieser Dinge geben müsse und diese Ahnung wurde in ihm erweckt durch „jene schöne Harmonie des Ruhenden, der Sonne, des Fixsternenhimmels und des Himmelsraums (*intermedii*) mit Gott dem Vater, dem Sohne und dem heiligen Geiste.“ In der That, wenn die Welt ein Kosmos, ein in der Anschauung vollständig gegebenes All der Dinge wäre, so müsste auch die Anzahl der Weltkörper durch ein Gesetz, d. i. mit Nothwendigkeit bestimmt sein. Es liegt ferner in dem Begriff eines Kosmos, dass der gesammte Weltbau unter der Form einer ästhetischen Idee sich darstellen, d. h. dass in seinen Dimensionen und Verhältnissen eine gewisse Regel der Schönheit liegen müsste. Diese suchte Keppler, noch befangen in dem Wahn, dass sie zugleich auch das Naturgesetz enthalte. Er versuchte zuerst, ob nicht die eine Sphäre (*orbis*) das Doppelte, Dreifache, Vierfache einer andern wäre. Auf diesem Wege hätte er sehr leicht das sogenannte Bode'sche Gesetz der Abstände finden können, wenn er schon damals die Kenntniss der wahren Entfernungen und eine bequemere Form des Calculs besessen hätte. Wir können jetzt den Fortschritt einer geometrischen Progression durch Bezeichnung mit Potenzexponenten schematisch veranschaulichen. Aber wir dürfen nicht vergessen, dass wir diesen schönen Algorithmus dem Descartes verdanken. Das Resultat, welches Keppler aus seinen Bemühungen gewann, beschränkte sich einmal auf die sorgfältige Kenntniss der Entfernungen, wie sie Kopernikus angiebt, und dann auf die Bemerkung, dass die Bewegungen oder Umlaufszeiten nach irgend einem unbekannten Gesetz von den Entfernungen abhängen. Denn wo wie zwischen Mars und Jupiter ein grosser Sprung in den Abständen war, da trat auch ein solcher in den Umlaufszeiten hervor (*ubi magnus hiatus erat inter orbes, erat et inter motus*).

Keppler glaubte so sicher an ein Zahlengesetz der Abstände, dass er mit damals unerhörter Kühnheit sogar einen neuen, seiner Kleinheit wegen unsichtbaren, Planeten zwischen Jupiter und Mars und einen zweiten solchen zwischen Venus und Merkur einschob. Als sich ihm aber auch dadurch noch keine Gesetzlichkeit der verhältnissmässigen Abstände offenbarte, gab er diese ganze Idee auf. Durch einen Zufall kam er darauf, das Gesetz der Abstände geometrisch zu suchen. Als er nemlich den 19. Juli 1595 seinen Zuhörern das Gesetz des Verlaufs der grossen Conjunctionen, und die Bewegung der Trigone durch den Thierkreis*) durch eine Zeichnung darstellen wollte, fiel ihm plötzlich die Idee eines Zusammenhanges zwischen den verhältnissmässigen Entfernungen der Planeten und den regulären Figuren ein. Von den regulären Figuren zu den regulären Körpern war nur ein Schritt. Denn was sollen ebene Figuren in den körperlichen Räumen (*quid figurae planae inter solidos orbes*)? So kam er darauf, den Weltbau nach den fünf regulären Körpern zu construiren und zwar nach folgendem Schema:

♄ Cubus
♃ Tetraeder
♂ Dodecaeder
♁ Icosaeder
♀ Octaeder
☿

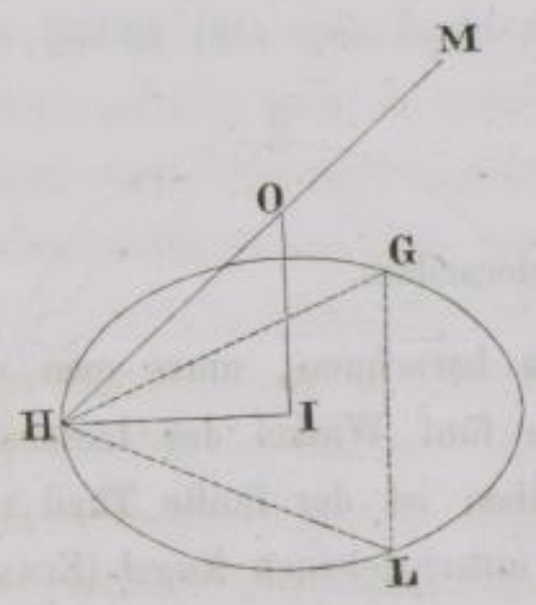
Sowie sich zwischen den 5 Fingern 4 lineare Zwischenräume befinden, so sind zwischen den 6 Planetenkreisen 5 sphärische Zwischenräume enthalten, in welche die 5 regulären Körper passen. Diese 5 regulären Körper enthalten also zugleich den Grund von der Anzahl und den verhältnissmässigen Abständen der Planeten von der Sonne. Die Umlaufszeiten hängen aber von den Abständen ab (*Causa intervallorum in archetypo eadem est, quae numeri primariorum planetarum. Ex intervallis tempora periodica sequuntur*).**)

Nach dieser Idee müsste also, wenn man die Sphäre des Saturn als die umschriebene Kugel des Würfels nimmt, die Sphäre des Jupiter mit der in den Würfel eingeschriebenen Kugel zu-

*) Vergl. darüber meine Abhandlung über die grossen Conjunctionen des Jupiter und Saturn im Juliheft der Minerva 1840.

**) *Epitome Astr. Cop. IV*, 3.

sammenfallen, das Tetraeder müsste mit seinen Ecken an die Jupitersphäre stossen und mit seinen Flächen die Marssphäre berühren und so ferner. Jetzt kam aber Alles darauf an, zu untersuchen, ob diese Idee auch in der Natur verwirklicht ist, ob also die astronomisch gegebenen Zwischenräume der Planetenkreise ebenso gross sind wie die Zwischenräume der den Polyedern um- und eingeschriebenen Kugeln. Ohne diese Uebereinstimmung wäre das Ganze nur ein leerer Einfall. Die fragliche Untersuchung nun zerfällt in einen geometrischen und einen astronomischen Theil. Zuerst muss man nemlich bei jedem Polyeder das Verhältniss der eingeschriebenen Kugel zur umschriebenen kennen. Dies findet Keppler so:



GHL sei die Seitenfläche eines Polyeders, O der gemeinschaftliche Mittelpunkt des Polyeders, der umschriebenen und der eingeschriebenen Kugel, OH der Halbmesser der umschriebenen, alsdann ist das Perpendikel auf die Seitenfläche OI der Halbmesser der eingeschriebenen Kugel und es ist

$$OI^2 = OH^2 - HI^2.$$

Will man also OI, den Halbmesser der eingeschriebenen Kugel, in Theilen des Halbmessers OH der umschriebenen angeben, so muss man HI kennen d. i. den Radius des Kreises, welchen man um die Basis der Figur beschreiben kann. Um aber diesen Radius zu finden, muss man vorher die Seite des regulären Körpers kennen, diese findet man auf folgende Weise. Setzt man die Seite des regulären Körpers = s und die Axe oder den Durchmesser der umschriebenen Kugel = d; so ist

für den Würfel $s^2 = \frac{1}{3} d^2$ (Euklid, Elemente XIII. 15.)
für das Octaeder $s^2 = \frac{1}{2} d^2$ (Euklid, XIII. 14.)
für das Tetraeder $s^2 = \frac{2}{3} d^2$ (Euklid, XIII. 13.).

Diese Sätze folgen aus dem pythagoreischen Lehrsatze. Bei den andern beiden Körpern muss man aber seine Zuflucht zu dem andern Schatze der

Geometrie, der *sectio aurea*, nehmen. Denn die Seite des Dodecaeders ist der grössere Abschnitt der nach stetiger Proportion geschnittenen Seite des Würfels (Euklid, XIII. 17. Zusatz.). Setzt man die Seite des Würfels $= a = x + y$ und $x > y$, so ist:

$$x + y : x = x : y$$

$$a : x = x : y \text{ und}$$

$$ay = x^2$$

$$a(a - x) = x^2 \text{ (wegen } y = a - x)$$

$$a^2 = x^2 + ax$$

$$\sqrt{a^2 + \tfrac{1}{4}a^2} = x + \tfrac{1}{2}a$$

$$\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cdot a = x$$

$$\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot d = x$$

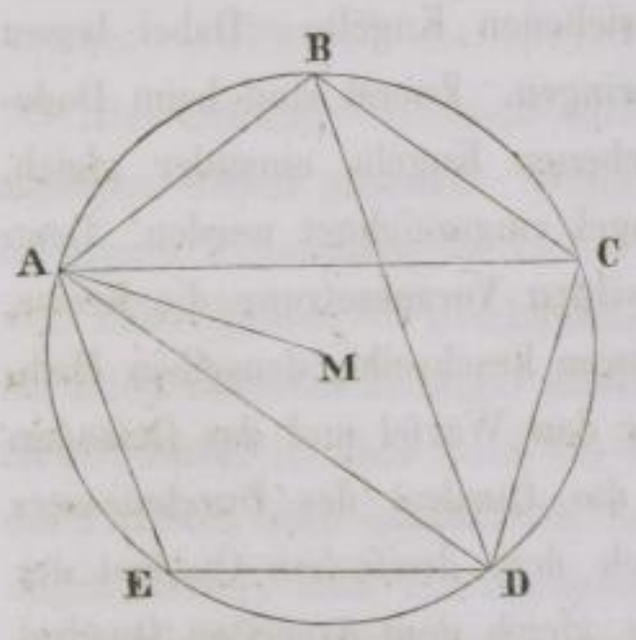
$0{,}6180340 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot d = x$ die Seite des Dodecaeders.

Um endlich die Seite des Icosaeders zu berechnen, muss man den Halbmesser des Kreises kennen, der um die fünf Winkel des Icosaeders beschrieben werden kann. Das Quadrat desselben ist der fünfte Theil vom Quadrat der Axe oder des Durchmessers der umschriebenen Kugel (Euklid, XIII. 16. Zusatz.). Theilt man diesen Halbmesser nach stetiger Proportion, so ist der grössere Abschnitt die Zehnecksseite desselben Kreises (Euklid, XIII. 5. u. 9.). Die Summe vom Quadrat der Zehnecksseite und vom Quadrat des Radius ist aber gleich dem Quadrat der Fünfecksseite desselben Kreises (XIII. 10.).*) Diese ist aber die Seite des Icosaeders (XIII. 11. u. 16.). Setzt man daher den Halbmesser des Kreises, aus welchem das Icosaeder construirt wird $= \varrho$, die Zehnecksseite dieses Kreises oder das grössere Stück des stetig geschnittenen Halbmessers $= x$ und die Fünfecksseite $= z$, so ist

*) Keppler giebt von diesem Satze in s. *Harm. mundi Lib. I. p.* 29. einen sehr einfachen, von dem Euklideischen verschiedenen Beweis. Vergleiche Lehrbuch der Geometrie von Kunze. Bd. 1. S. 226.

$$z = \sqrt{\varrho^2 + x^2}$$
$$x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cdot \varrho \text{ und}$$
$$\varrho^2 = {}^1/_5\ d^2.$$

So bekommt man die Seiten in Theilen der Axe der umschriebenen Kugel für alle regulären Körper. Daraus findet man weiter den Radius des um die Basis des Polyeders beschriebenen Kreises so. Die Form der Basis ist entweder ein gleichseitiges Dreieck oder ein Quadrat oder ein gleichseitiges Fünfeck. Das Quadrat der Seite des gleichseitigen Dreiecks ist gleich dem dreifachen Quadrat des Halbmessers (Euklid, XIII. 12.). Beim regulären Viereck ist das Quadrat der Seite gleich dem doppelten Quadrat des Radius (wie sehr leicht aus dem pythagoreischen Lehrsatz erhellt), und beim gleichseitigen Fünfeck ist das Quadrat einer Seite und das Quadrat einer Diagonale zusammengenommen so gross, wie das fünffache Quadrat des gesuchten Radius (Euklid, XIV. 2. Lehnsatz.). Folglich



$$AB^2 + AC^2 = 5\ AM^2$$

Die Diagonale AC findet man aber, wenn man ABCD als Sehnenviereck betrachtet. Alsdann ist nach dem ptolemäischen Lehrsatz:

$$AC.\ BD = AD.\ BC + AB.\ CD \text{ und weil } AC = BD = AD$$
$$\text{und } AB = BC = CD, \text{ so ist}$$
$$AC^2 = AC.\ AB + AB^2,$$
$$AC^2 - AB.\ AC + {}^1/_4 AB^2 = AB^2 + {}^1/_4 AB^2$$
$$AC - {}^1/_2 AB = \sqrt{{}^5/_4 AB^2}$$
$$AC = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \cdot AB.^{*)}$$

*) Im regulären Fünfeck ist also der grössere Abschnitt der nach stetiger Proportion geschnittenen Diagonale desselben der Fünfecksseite gleich. Vergl. Kunze's Lehrbuch der Geometrie. S. 221. u. 224.

Kürzer kommt man zum Ziele, wenn man den Radius des um die Basis beschriebenen Kreises trigonometrisch berechnet. Setzt man den Radius dieses Kreises = r, die Seite des in den Kreis beschriebenen Polygons = s und den Centriwinkel desselben = φ, so ist

$$\tfrac{1}{2}\,s = r.\sin.\tfrac{1}{2}\varphi \text{ und}$$

$$\frac{\tfrac{1}{2}\,s}{\sin.\tfrac{1}{2}\varphi} = r.$$

Beim regulären Dreieck ist $\tfrac{1}{2}\varphi = 60^0$, beim regulären Viereck = 45^0 und beim regulären Fünfeck = 36^0.

Wenn man nun die Quadrate dieser Halbmesser von dem Quadrat des Radius der umschriebenen Kugel (des *sinus totus*) abzieht, so erhält man die Quadrate der Halbmesser der eingeschriebenen Kugeln. Dabei lassen sich noch einige Rechnungsabkürzungen anbringen. Zuerst sind beim Dodecaeder und beim Icosaeder die eingeschriebenen Kugeln einander gleich, wenn diese Polyeder in ein und dieselbe Kugel eingezeichnet werden. Denn nach Euklid XIV. 2. haben unter der gemachten Voraussetzung die Kreise, welche man um die Grundflächen beider Figuren beschreibt, denselben Halbmesser. Dasselbe gilt aber weiter auch für den Würfel und das Octaeder. Denn beim Würfel ist nach dem Vorigen das Quadrat des Durchmessers oder der Axe der umschriebenen Kugel gleich dem dreifachen Quadrat der Seite und das Quadrat der Seite des Würfels gleich dem doppelten Quadrat des Halbmessers der Grundfläche, folglich ist das Quadrat der Axe gleich dem sechsfachen Quadrat dieses Halbmessers. Beim Octaeder aber ist das Quadrat der Axe der umschriebenen Kugel gleich dem doppelten Quadrat der Seite und das Quadrat der Seite gleich dem dreifachen Quadrat des Halbmessers der Grundfläche, folglich ist auch hier das Quadrat der Axe so gross wie das sechsfache Quadrat dieses Halbmessers. Mithin hat man auch die Grösse der eingeschriebenen Kugel beim Octaeder, sowie beim Dodecaeder, wenn man dieselbe für den Würfel und das Icosaeder berechnet hat. Ferner ist beim Würfel der Halbmesser der eingeschriebenen Kugel gleich der halben Seite des Würfels, wie unmittelbar aus der Figur dieses Körpers

erhellt. Also hat man hier nicht erst nöthig, den Halbmesser des um die Grundfläche beschriebenen Kreises zu suchen.

Führt man nun darnach die Berechnung numerisch aus und setzt den *Sinus totus* oder den Radius der Kugel, in welche die Körper eingezeichnet werden, = 1000, so ist beim

	die Seite	Halbmesser der Basis	Radius der eingeschriebenen Kugel
Würfel	1155	816 1/2	577
Pyramide	1633	943	333
Dodecaeder	714	607	795
Icosaeder	1051	607	795
Octaeder	1414	816 1/2	577

Das Octaeder hat aber auch in seiner Mitte ein Quadrat, von den vier mittleren Seiten gebildet. Wenn man in dieses einen Kreis einzeichnet, so ist dessen Halbmesser = 707.

Diese Zahlen vergleicht nun Keppler weiter mit dem Himmel oder, wie ich mich vielleicht richtiger ausdrücken sollte, mit der kopernikanischen Hypothese. Zuvor ist aber noch ein wichtiger Umstand zu bedenken. Die Bahnen der Planeten sind excentrisch und deshalb haben die Physiker die Meinung angenommen, dass die Sphären des Himmels (*orbes*) eine solche Dicke besitzen, als zur Darstellung der Ungleichförmigkeit ihres Laufes erforderlich ist. Nun glauben aber die Physiker weiter, von dem untersten Himmel des Mondes bis hinauf zum Fixsternenhimmel sei Alles mit Himmelssphären erfüllt, so dass immer eine die andere berühre und kein leerer Zwischenraum zwischen je zweien sei. Das konnte man wohl nach dem ptolemäischen System annehmen, bei welchem es kein Hilfsmittel zur Erforschung des Verhältnisses jener Sphären (der verhältnissmässigen Abstände der Planeten) giebt. Aber nach dem System des Kopernikus übertrifft der Abstand zweier benachbarter Planeten von einander den Werth ihrer beiderseitigen Excentricitäten immer um ein Beträchtliches. Den geringsten Abstand von einander haben Erde und Venus. Setzt man die mittlere Entfernung der Erde von dem Mittelpunkte

der Welt = 60, so ist die mittlere Entfernung der Venus = 43 1/6. Die Differenz davon ist 16 5/6. Im Perigäo nähert sich nun die Erde der Venus um 2 1/2 solcher Theile und die Venus kommt ihr im Apogäo gleichfalls um 2 1/2 solcher Theile entgegen. Die Summe davon ist 5. Also stehen diese beiden Körper, selbst dann wenn sie einander am nächsten sind, noch um die übrigen 12 solcher Theile von einander ab. Wer etwa behaupten wolle, dieser Zwischenraum sei mit den deferirenden Kreisen der Knoten und den Breitenkreisen ausgefüllt, der möge bedenken: dass dasselbe auch durch kleinere Kreise, als dieser Zwischenraum ist, verrichtet werden könne und dass die Natur nicht nöthig habe mit der schwerfälligen Last so grosser Kreise zu arbeiten. Das kopernikanische System bedarf indessen gar keines Kreises, der über die Bahn des Planeten hinausginge. Wollte man in der That jene Zwischenräume mit soliden Sphären (*orbibus*) erfüllt sein lassen, so möchte sich das ziemlich wunderlich ausnehmen. Denn von der Erdnähe des Jupiter bis zur Erdferne des Mars ist ein doppelt so grosser Zwischenraum wie von dem Mars selbst bis zum Mittelpunkte der Welt (die Entfernung des Jupiter ist nemlich die dreifache von der des Mars). Man müsste also, um die kaum merkbaren Verrückungen eines winzigen Planeten in Länge und Breite zu erklären, seine Zuflucht zu solchen übernatürlichen Sphären nehmen, die um das Doppelte dicker, als die ganze Marsbahn sind. Was wäre das für eine unsinnige Verschwendung der Natur? Daraus ist zu ersehen, dass unter Voraussetzung des kopernikanischen Systems keine Sphäre von der andern berührt werden könne, sondern dass zwischen ihnen ungeheuere Räume bleiben voll von Himmelsluft (*coelesti aura*), die jedoch nicht mit zu dem benachbarten System gehört. Keppler nimmt daher die Dicke der einzelnen Sphären nur so gross an, als der Betrag der Excentricität für jeden Planeten erfordert (*Orbibus ipsis tantam relinquo crassitiem, quantam requirit ascensus descensusque*). Diese Erklärung der Excentricität der Planetenkreise aus der Dicke der Kugelschaale, in welcher die Bahn liegt, ist für die Geschichte der kepplerschen Entdeckungen von der grössten Wichtigkeit. Denn wie ich später zeigen werde, ist die Entdeckung seines ersten und zweiten Gesetzes durch diesen Umstand bedingt gewesen. Soll also in

der That das Gesetz der Einzeichnung der regulären Körper in die Kugel den Schlüssel zum Himmelsbau enthalten, so muss, nachdem man zuvor jeder Himmelssphäre diejenige Dicke gegeben hat, welche die zugehörige Excentricität vorschreibt, die innere Oberfläche der oberen Sphäre mit der umschriebenen und die äussere Oberfläche der nächst niedrigern Sphäre mit der eingeschriebenen Kugel des regulären Körpers zusammenfallen. Wie dies stimmt, zeigt folgende Tafel:

Halbmesser der innern Oberfläche		Halbmesser der äussern Oberfläche der Sphäre		
		nach der Rechnung		nach Kopernikus
♄	1000	♃	577	635 *Cap.* 9.
♃	1000	♂	333	333 *Cap.* 14.
♂	1000	♁	795	757 *Cap.* 19.
♁	1000	♀	795	794 *Cap.* 21. u. 22.
♀	1000	☿	577	723 *Cap.* 27.
		oder	707	

Beim Mars und der Venus, den beiden nächsten Planeten, stimmen die Zahlen überein, am meisten weichen sie beim Jupiter ab, was bei der grossen Entfernung dieses Planeten Niemand Wunder nehmen wird. Wenn diese Geometrie der fünf regulären Körper gegen die Natur des Himmels wäre, d. h. wenn Gott bei der Weltschöpfung diese Verhältnisse nicht im Auge gehabt hätte, so würde diese Uebereinstimmung der Zahlen nicht stattfinden. Zufällig kann dieselbe nicht sein, sondern sie muss in der Absicht des Schöpfers liegen.

Diesem Gedanken sucht er einen Schein von metaphysischer Nothwendigkeit zu geben. Die geometrischen Verhältnisse, so spricht er sich im *Epitome Astronomiae Copernicanae* darüber aus, sind gleich ewig mit Gott. In ihnen ist aber der Grundunterschied der des Krummen und Geraden. Das Krumme trägt, wie schon oben gesagt wurde, den Stempel der Gottähnlichkeit an sich, das Gerade repräsentirt das Erschaffene (*creaturas*). Bei der Ausschmückung der Welt wurde nun zuerst die Alles umfassende Fix-

sternsphäre gebildet, ein geometrisches Bild der Gottheit, jener sichtbare und körperliche Gott, der von den Heiden als Jupiter verehrt wurde.*) Den Inhalt dieser äussersten Rundung bildet das Gerade mit seinen Grössen. Unter den Geraden ist aber das vorzüglichste, vollkommenste, schönste und einfachste die fünf regulären Körper. Die fünf regulären Körper zerfallen in zwei Geschlechter. Zu dem ersten gehören: Würfel, Pyramide und Dodecaeder, zu dem zweiten Icosaeder und Octaeder. Jenes sind die ursprünglichen, dieses die abgeleiteten. Jene haben eigene Seitenflächen und ihre Ecken sind von drei ebenen Winkeln eingeschlossen. Diese nehmen ihre Seitenflächen von der Pyramide und ihre Ecken sind in mehr als drei ebene Winkel eingeschlossen. Die *primaria* haben ihren Ursprung und ihre Eigenschaften ursprünglich, die *secundaria* haben solche durch einige Veränderung aus den *primariis* bekommen. Jene lassen sich nicht anders bequem drehen, als um eine Linie, die durch die Mitte einer oder zwei entgegengesetzter Seitenflächen geht; diese um einen Durchmesser durch entgegengesetzte Winkel. Jene sollen stehen, diese hängen.

Daraus erklärt er sogar den Ursprung des Thierkreises. Wenn man nemlich die fünf regulären Körper so in einander stellt, dass die ursprünglichen von ihnen auf ihrer Basis stehen, die abgeleiteten aber senkrecht in den andern hängen, so wird man durch die Mitte aller Körper und parallel mit der Basis der ersteren eine Ebene legen können, deren Lage vorzugsweise die Region bestimmen soll, in der die Planeten sich bewegen.

Im Würfel, Tetraeder und Dodecaeder erscheint der ursprünglichste metaphysische Gegensatz, nemlich der Gegensatz zwischen der Einheit und der Mannigfaltigkeit (*inter Idem et Alterum vel Diversum*). Im Würfel erblickt man die Identität, in den beiden andern die Verschiedenheit. Und zwar findet zwischen ihnen der erste geometrische Gegensatz, nemlich der des Mehr und Weniger statt. Denn der Würfel ist die Sache selbst, das

*) *Et in mundi exornatione primum extima regio fixarum sphaerica facta est, ad illam geometricam Dei similitudinem, quod illa ut Deus aliquis corporeus (gentibus sub nomine Jovis cultus) omnia reliqua in se continere debuerat.*

Tetraeder ist weniger als der Würfel, das Dodecaeder mehr als der Würfel; oder der Würfel ist die Erstgeburt, Tetraeder und Dodecaeder kann man aus dem Würfel bilden: jenes durch Ausschnitt, dieses durch Zusammensetzung.

Der Lauf der Erde musste von den drei ursprünglichen Körpern umschlossen werden und die zwei abgeleiteten einschliessen. Der Erde gebührte nemlich dieser Platz, weil sie der Wohnplatz des Ebenbildes Gottes ist. Der Würfel ist die erste und vornehmste von den fünf regulären Figuren. Daher steht er zwischen den beiden obersten Planeten. Und so nimmt jeder von den fünf Körpern die Stelle zwischen den Planeten ein, die ihm nach seinem Range gebührt.

Diese naturphilosophischen Phantasien, welche an den Timäus des Platon erinnern, wendet Keppler auch auf die Astrologie an, indem er die Qualitäten der einzelnen Planeten aus der Natur der fünf regulären Körper zu erklären sucht. Da die Erde nur die Grenze zwischen den ursprünglichen und abgeleiteten Polyedern macht, so kann sie weder zu den einen noch zu den andern gerechnet werden. Die fünf regulären Körper sind also nur an die fünf Planeten zu vertheilen. Es wird daher dem Saturn der Würfel, dem Jupiter die Pyramide, dem Mars das Dodecaeder, der Venus das Icosaeder und dem Merkur das Octaeder gehören. Jupiter, selbst ein *Beneficus*, steht nach der Lehre der Astrologie zwischen zwei *Maleficis*, dem Saturn und dem Mars. Etwas Aehnliches bemerken wir an der Pyramide, die von den beiden Körpern, zwischen denen sie steht und die eine gewisse Verwandtschaft unter einander haben, gänzlich abweicht. Die Körper des Jupiter, der Venus und des Merkur haben dieselbe Form der Basis. Darum sind die drei Planeten *Benefici*. Der Würfel, der Körper des Saturn, ist das Maass alles Geraden, und der Planet selbst ist rauh, der Wächter des Geraden, unerbittlich und unbeugsam. Und damit man sich nicht wundere, warum die üppige Venus mit Hintergehung ihres Gemahls den harten und feurigen Mars liebte, das Fünfeck des Mars findet sich wieder bei der Venus. Ebenso das Viereck des Saturn in dem Octaeder des Merkur. Daher die Freundschaft dieser beiden. Die Veränderlichkeit des Merkur hängt mit der Be-

weglichkeit seines Körpers, des Octaeders, zusammen.*) Und so spielt er weiter mit diesen Vergleichungen.

Aber neben diesen astrologischen Belustigungen war noch eine ernste, für die Wissenschaft bedeutungsvolle Sache in dem Geheimniss des Weltbaues zu erwägen, und dies war die Abweichung, die sich in der obigen Tabelle zwischen einigen Zahlen des Kopernikus und denen zeigt, die aus der Geometrie der Körper folgen. Um diese Abweichung zu erklären, erinnert Keppler daran, dass sich das Unternehmen des Kopernikus nicht in der Kosmographie, sondern in der Astronomie bewege, d. h. es kümmere ihn wenig, ob er das wahre Verhältniss der Sphären getroffen habe, wenn er nur aus den Beobachtungen solche Zahlen feststelle, die sich zur Darstellung des Laufs und Berechnung der Oerter des Planeten eignen. Man kann daher auch unbeschadet des kopernikanischen Systems diese Zahlen verbessern, wenn nur dadurch die Mittelpunktsgleichungen nicht merklich abgeändert werden. „Um daher die letzte Hand an dieses Werk zu legen, sagt Keppler, werde ich eine ganz neue Welt bauen, und da die astronomischen Beobachter die Excentricität jedes Planeten im Verhältniss zum Halbmesser seiner Sphäre (*orbis*) angeben, so würde eine durch die Zwischenstellung der regulären Körper herbeigeführte Veränderung der grössten oder kleinsten Entfernung der Sphäre vom Weltcentrum auch eine verhältnissmässige Veränderung der Excentricität zur Folge haben. Der Anfangspunkt der Rechnung ist von der grössten Entfernung der Erde aufwärts, von der kleinsten abwärts, dem Mittelpunkte zu.“

Hier musste nun aber vor allen Dingen das ganze Gewebe der kopernikanischen Zahlen wieder aufgetrennt und zu dem vorgesetzten Zwecke eingerichtet werden. Auf diesem Wege fand Keppler zufällig und merkwürdiger Weise bloss durch seine metaphysisch-geometrischen Speculationen das richtige Fundament, von dem aus die Theorie die Oerter der Planeten

*) In dem System der Astrologie war Saturn *Infortuna major*, Jupiter *Fortuna major*, Mars *Infortuna minor*, Venus *Fortuna minor* und Merkur *Fortuna per aspectum*, weil er mit den Maleficis zusammen als Unheil verkündend, mit den Beneficis dagegen im Aspect als Glück bringend betrachtet wurde.

bestimmen muss. Im kopernikanischen System nemlich muss man den Ort eines Planeten zuerst so berechnen, wie ihn ein Beobachter im Mittelpunkte des Planetensystems sieht und erst aus diesem und dem entsprechenden Orte der Erde findet man den geocentrischen Ort des Planeten. Wo soll man nun aber diesen Mittelpunkt des Planetensystems suchen? In der Sonne oder im Centrum der Erdbahn? Oder in der Sprache der Astronomie ausgedrückt: worauf soll man die astronomischen Rechnungen gründen, auf den wahren oder auf den mittleren Ort der Sonne? Obschon Kopernikus die Sonne in den Mittelpunkt der Welt setzte, so rechnete er doch (theils um der Bequemlichkeit der Rechnung willen, theils weil die Uebertragung der ptolemäischen Vorstellungsweise in die seinige dies nicht anders gestattete) die grössten und kleinsten Entfernungen der Planeten, sowie ihre Oerter im Thierkreis nicht von der Sonne, sondern vom Mittelpunkte der Erdbahn aus; gleichsam als wäre dieser das Weltcentrum, da er doch von der Sonne immer um den Betrag der Excentricität der Erdbahn absteht. Keppler dagegen musste seinen geometrischen Weltbau von dem Mittelpunkte desselben, von der Sonne aus, berechnen. Hätte er daher die kopernikanischen Zahlen beibehalten, so hätte er die Excentricität der Erdbahn vernachlässigen müssen, und die Folge davon würde gewesen sein, dass die Erdsphäre keine Dicke gehabt hätte. Die Mittelpunkte der Seitenflächen des Dodecaeders und die Ecken des Icosaeders hätten sich alsdann in ein und derselben sphärischen Oberfläche befunden und der ganze Weltbau wäre viel gedrungener geworden, als es die Erfahrung und die Beobachtung erlaubt. Keppler theilte seine Bedenken Michael Mästlin mit und dieser übernahm die mühsame und schwierige Rechnung, eine für die Geschichte des kopernikanischen Systems höchst wichtige Arbeit. Eine von Mästlin gefertigte Zeichnung im *Mysterio Cosmographico* veranschaulicht die Resultate derselben, und gestattet, wie sich Keppler ausdrückt, einen Blick in das innere Heiligthum des kopernikanischen Systems und der prutenischen Tafeln. Jetzt erst bemerkte man, dass das Apogäum und das Aphelium eines Planeten nicht zusammenfallen. Der Ort des erstern im Thierkreis wird nemlich nach Kopernikus durch eine Linie bestimmt, deren Lage durch den Mittelpunkt der Erdbahn und den

Mittelpunkt der Planetenbahn gegeben ist, während die Linie durch die Sonne und den Mittelpunkt der Planetenbahn das letztere angiebt. Bei der Venus fallen diese beiden Punkte um drei ganze Zeichen aus einander. Die Lehre von der ersten Ungleichheit der Planeten befand sich damals noch in den Tagen ihrer Kindheit, und diese Bemerkung war der erste Schritt ihrer Entwickelung. Während bei Kopernikus der Mittelpunkt der Erdbahn die Basis des Weltbaues gewesen war, machte Keppler die Sonne dazu. Dadurch veränderte sich die Lage der Apsidenlinie, sowie der Betrag der Excentricität und der Mittelpunktsgleichung jedes Planeten.*)

Als nun der Versuch gemacht wurde, diese neue Theorie numerisch auszuführen, gab sie die Oerter der Planeten anders, als die Rechnung aus den prutenischen Tafeln. Die Abweichung war so beträchtlich, dass Kepplern nur die Wahl blieb, entweder seine Idee aufzugeben oder die Schuld des Fehlers der kopernikanischen Theorie und den prutenischen Tafeln beizumessen. Er trug kein Bedenken das Letztere zu thun. Seine Gründe dafür sind folgende.

Die prutenischen Tafeln weichen selbst vom Himmel ab, bisweilen fehlen sie bis auf 2 Grad der Länge. Es ist nicht zu leugnen, dass Kopernikus in der Lehre von den Himmelsbewegungen Vieles verbessert hat und dass sich die Astronomie gegenwärtig auf einem höheren Standpunkte befindet, als zu den Zeiten der Väter; aber sie hat noch lange nicht ihr Ziel erreicht und es ist noch ein weiter und in vielen Windungen laufender Weg dahin. Es müssen vor allen Dingen fortgesetzte Beobachtungen entscheiden, ob die Ortsbestimmungen nach der Theorie der fünf Körper oder nach den prutenischen Tafeln die richtigern sind.

„Einen andern Grund, fährt er fort, die Schuld des Unterschieds den prutenischen Tafeln lediglich beizumessen, geben mir die keineswegs unver-

*) Kopernikus, der die Excentricität jeder Planetenbahn vom Mittelpunkte der Erdbahn, des *Orbis magnus*, aus rechnete, fand, dass die Excentricitäten des Mars und der Venus veränderlich seien. Diese Veränderung erklärte er aus der Veränderung der Excentricität der Erdbahn. Sowie man die Excentricitäten jener Planeten von der Sonne aus rechnete, stellten sie sich als unveränderlich dar.

dächtigen Excentricitäten der Planeten. Die Ungenauigkeit der Excentricitäten trägt die Schuld, wenn auch meine Ortsbestimmungen nicht mit den Beobachtungen zusammenstimmen (wie dies in der That der Fall ist). Wenn die regulären Körper über eine Kugeloberfläche in der mittleren Entfernung der Planeten construirt würden, so dass dieselbe Oberfläche die Mittelpunkte von den Seitenflächen des umschriebenen, wie die Ecken des eingeschriebenen Körpers berührte, dann hätte ich mich um die Dicke der Sphären, wie sie excentrische Bahnen erfordern, gar nicht zu kümmern brauchen. Da dies aber nicht geschehen konnte, und man auch zur Zeit noch keinen Grund der Excentricität und ihres Betrages kennt, so blieb mir nichts Anderes übrig, als die Excentricitäten vom Kopernikus zu entlehnen, obwohl ich wusste, wie wenig sicher diese sind. Die Bestimmung der Excentricitäten und der Oerter der Apogäen gehört zu den Subtilitäten der Astronomie. Wie viel davon abhängt, sieht man schon daraus, dass sich der ganze Weltbau nach den fünf Körpern erweitert oder verengert, je nachdem man die Mondbahn, welche die Dicke der Erdsphäre nur ein wenig übertrifft, mit zu dieser hinzu rechnet oder nicht. Wenn man zu einer genauen Kenntniss der Excentricitäten gelangt ist oder auch, wenn man die Ursache erforscht hat, warum der Schöpfer jedem Planeten gerade diese oder jene Excentricität gegeben hat, dann verspreche ich, aus meiner astronomischen Theorie der fünf Körper die Planetenörter mit den Beobachtungen übereinstimmend abzuleiten. Alles hängt von dieser mangelhaften Kenntniss der Excentricitäten ab, dass das hier gefundene Verhältniss der Himmel noch zu keiner sicheren Kenntniss der himmlischen Bewegungen führt. Wird diese Lücke in der Theorie einst ausgefüllt sein, dann wird man sogar die Beobachtungen darnach verbessern können."

Wie viel auf die Excentricität ankommt, sieht man schon daraus, dass eine kleine Veränderung derselben eine grosse Veränderung des ganzen Kreises zur Folge hat. Wollte man nemlich die jetzt bekannten Excentricitäten den 6 Sphären nehmen oder sie verdoppeln, so würde im erstern Falle die Welt und die Mittelpunktsgleichung jedes Planeten ungeheuer verkleinert, im andern Falle ebenso vergrössert werden. Michael Mästlin, dem

Keppler seine Bekümmernisse über die Unsicherheit der kopernikanischen Elemente der Planetenbahnen mittheilte, rieth ihm von diesen Subtilitäten gänzlich abzustehen, die doch keine Früchte tragen könnten. Die kopernikanische Astronomie war auf Beobachtungen gegründet, die noch nicht einmal eine Sicherheit von 10 Minuten gewährten. Kopernikus sagte zum Rheticus: er würde sich freuen wie Pythagoras über seine Erfindung, wenn er Beobachtungen von diesem Grade der Genauigkeit besässe. Sollten aber die Sterne über die Richtigkeit der neuen kepplerschen oder der alten kopernikanischen Planetentheorie befragt werden, so musste man erst Beobachtungen von ihnen haben, die innerhalb weit engerer Grenzen sicher waren. Die Kunst, solche Beobachtungen anzustellen, erfand Tycho de Brahe.

Was sollte nun aber eigentlich dieser Schlüssel zum Himmelsbau und dem Laufe der himmlischen Körper? Keppler suchte darin offenbar das, was das Gesetz der Gravitation wirklich leistet — ein Gesetz zur Bestimmung der Elemente der Planetenbahnen.*) Die kepplersche Construction des Weltbaues nach der Norm der fünf regulären Körper giebt indessen nur die mittleren Entfernungen, aber nicht den Betrag und die Richtung der Excentricitäten, welche letztere mit der Lage der Apsidenlinie identisch ist. Die Unvollständigkeit, die dieses Princip der Berechnung der Sternörter an sich trug, war es, was den weitern Gang der Erfindungen und Entdeckungen Keppler's bestimmte.

---

*) Die allgemeine Gravitation ist die wahre Auflösung „des grossen kosmographischen Geheimnisses", welche Keppler's ahnungsvoller Geist in der Geometrie suchte und Newton in der Mechanik fand. Wenn für irgend einen Zeitaugenblick der Ort eines Planeten sowie für denselben Zeitpunkt die Grösse und Richtung seiner Tangentialbewegung und seine Centralbeschleunigung der Grösse und Richtung nach gegeben sind, so kann man nach dem Gesetz der Gravitation die ganze Bahn und somit auch ihre Elemente berechnen. Man kann aber nicht, wie es Keppler wollte, aus dem Gesetz allein, sondern aus diesem nur unter der Bedingung die Elemente ableiten, dass ausserdem noch gewisse Grössen erfahrungsmässig bekannt sind. Die Voraussetzung: der Sternenlauf könne aus dem Gesetz absolut bestimmt werden, ist charakteristisch für Keppler's Weltansicht. Sie gründet sich in letzter Instanz auf die Verwechselung der Naturgesetze mit ästhetischen Ideen.

III. DIE PHYSIK DES HIMMELS.

Durch seine Construction des Weltbaues nach den fünf regulären Körpern wurde Keppler darauf geführt, die Oerter der Planeten nicht mehr wie Kopernikus und Tycho auf den mittlern, sondern auf den wahren Sonnenort zu beziehen. Die kopernikanische Theorie der ersten Ungleichheit der Planeten wurde dadurch in ihrer Grundfeste erschüttert. Kepplern selbst lagen hinführo zwei Dinge am Herzen: einmal zur Kenntniss der wahren Excentricitäten zu gelangen und dann den Grund ihrer Grösse zu entdecken. Das Erste führte ihn zu Tycho de Brahe und zur Entdeckung des ersten und zweiten Gesetzes, das Andere zur Harmonie des Himmels und zur Entdeckung des dritten Gesetzes.

Als Keppler, getrieben von Begierde nach dem Schatze der Beobachtungen Tycho's, dem Rufe des Letztern nach Prag gefolgt war, fand er, dass man auf der kaiserlichen Sternwarte die astronomischen Rechnungen nach dem Vorgange des Ptolemäus und Kopernikus auf den mittleren und nicht auf den wahren Sonnenort gründete. Deshalb bat er sich Beobachtungsreihen zum eigenen Gebrauch aus. Der Zufall fügte es so glücklich, dass ihm die Beobachtungen des Mars, mit deren Berechnung sich gerade damals Christian Severin Longomontan, der Gehilfe des Tycho, beschäftigte, ausgehändigt wurden. „Durch den Planeten Mars, sagt Keppler, müssen wir zu den

Geheimnissen der Astronomie gelangen, oder wir bleiben immer unwissend in dieser Wissenschaft.“ Diese Beobachtungen vereinigten zwei Vorzüge in sich: einmal eine solche Genauigkeit, dass die Grenzen, innerhalb deren sie sicher sind, den engen Spielraum von zwei Minuten nie übersteigen, selten erreichen, wohl der höchste Grad von Sicherheit, der mit blossem Auge zu erreichen ist; und dann eine solche systematische Anordnung und Vollständigkeit, dass man aus ihrer Verbindung alle Elemente der Planetenbahnen ableiten konnte. Beides zusammen charakterisirt Tycho de Brahe als einen grossen Beobachter, der nicht bloss die Kunst und die selbsterfundenen Werkzeuge, genaue Beobachtungen zu liefern besass, sondern diese Beobachtungen auch nach einem Bilde anstellte, welches ihm über den ganzen damaligen Zustand seiner Wissenschaft vorschwebte und das nur aus einer tieferen astronomischen Einsicht entspringen konnte.*) Auf diesen ergiebigen Boden gestellt eröffnet sich für Keppler's rastlose Thätigkeit ein unübersehbarer Wirkungskreis. Jetzt kommt die Zeit seiner grossen Entdeckungen.

Es war, wie es schien, nur ein Nebenumstand, was Keppler suchte: die Berichtigung der Excentricitäten. Allein gar bald wurde das für ihn nur der Ausgangspunkt zu einer äusserst mühvollen und gründlichen Untersuchung über die ganze Theorie der ersten Ungleichheit der Planeten. Das Resultat derselben war die Entdeckung des ersten und zweiten Gesetzes, auf welche beide sich in der That die erste Ungleichheit gründet. In meinen Epochen der Geschichte der Menschheit habe ich eine, wie ich glaube, vollständige Darstellung von dem Gange der Induction gegeben, durch welche

*) Die zwanzigjährigen Beobachtungen des Merkur, welche Tycho de Brahe hinterliess, fallen alle auf ein und dasselbe Drittheil seiner Bahn. In den zwei andern Drittheilen der Bahn konnten wegen der Horizontalrefraction und hauptsächlich wegen der Sonnennähe dieses Planeten keine Beobachtungen angestellt werden. (*Kepleri Ephemerid. p.* 15). Die Oerter des Mars dagegen, welche Brahe beobachtete, vertheilen sich fast gleichmässig über den ganzen Umfang seiner Bahn. Diese Beobachtungen lieferten daher die Thatsachen zu Keppler's Induction vollständig und Keppler konnte die relative Bahn des Mars um die Erde nach 16jährigen Beobachtungen (von 1580 — 1596) des Tycho de Brahe in einem zusammenhängenden Zuge darstellen (*de stella Martis Cap. I.*), was beim Merkur nicht möglich gewesen wäre.

Keppler zu dieser Entdeckung gelangt ist. Ich bin nicht gesonnen, dieselbe hier zu wiederholen, und ich werde mich deshalb darauf beschränken, nur diejenigen Punkte hervorzuheben, die mir besonders geeignet scheinen, zu einer Kenntniss des von Keppler eingeschlagenen und vorher noch nie betretenen Weges zu führen.

Die Vollständigkeit der tychonischen Beobachtungsreihe des Mars gestattete Kepplern vermittelst ingeniöser Combinationen der einzelnen Glieder dieser Reihe die wahre Theorie der Planeten zu ergründen und dadurch diejenige Wissenschaft zu erfinden, die wir heutigen Tages mit dem Namen der theoretischen Astronomie bezeichnen. Bei dieser astronomischen Theorie und überhaupt bei jeder naturwissenschaftlichen Theorie muss man drei Dinge wohl von einander unterscheiden: 1) die Gesetze, 2) die Elemente und 3) die Berechnung des einzelnen Falls aus beiden (die astronomische Ortsberechnung). Der logische Zusammenhang dieser drei Stücke zeigt uns ein grossartiges Beispiel von der Bildung einer ganzen Wissenschaft nach der Form eines Vernunftschlusses. Die Gesetze stehen an der Stelle des Obersatzes, die Elemente an der Stelle des Untersatzes, die Berechnung der Planetenörter aus beiden an der Stelle des Schlusssatzes.

Kennt man die Gesetze, das der Curve und das der Geschwindigkeit, sowie die Elemente der Bahn, so kann man für jeden beliebigen Zeitpunkt den Ort des Planeten berechnen. Führt man nun diese Berechnung für diejenigen Zeitpunkte, an denen wirklich Beobachtungen angestellt sind, so erhält man dadurch ein Mittel, die Richtigkeit der Theorie an der Erfahrung zu prüfen. Stimmen die berechneten Oerter mit den beobachteten innerhalb der Fehlergrenze der letztern überein, so sind die Grundlagen der Rechnung richtig. Findet sich aber eine Abweichung zwischen beiden, die die Fehlergrenze der Beobachtungen übersteigt, so sind die Grundlagen der Rechnung unrichtig. Dies können nun, wenn die Gesetze einmal als richtig feststehen, nur die Elemente sein, ausserdem aber beide, Elemente und Gesetze, und in diesem Falle befand sich Keppler. Die Verbesserung der Elemente hing mit seiner Berufsarbeit, der Berechnung der rudolphinischen Tafeln zusammen, die Entdeckung der Gesetze war das Werk seines

Genius. Wie findet man nun die Elemente? Durch Rechnung aus den Beobachtungen. Sind aber auch die Gesetze unbekannt, so bleibt nichts übrig, als sie mit Hilfe der Elemente inductorisch zu erforschen. Hier ist die Aufgabe diese: aus einer Anzahl einzelner Oerter das Gesetz der stetigen Reihenfolge aller Oerter d. i. die Bahn zu finden. Zur Lösung dieser Aufgabe musste 1) eine Anzahl einzelner Oerter aus den tychonischen Beobachtungen berechnet werden. 2) Die so gefundenen Oerter mussten dann in Bezug auf ihre relative Lage zu einander und zu einem festen Punkte (dem Ort der Sonne) verglichen werden. Diese vergleichende Zusammenstellung zeigte, dass die Bahn kein Kreis, sondern ein Oval sei. 3) Damit war aber die Curve nur empirisch gegeben. Um sie mathematisch kennen zu lernen, musste man ihre Gleichung (das Gesetz ihrer Construction) suchen. Der letzte und schwierigste Schritt war daher der Beweis, dass jenes Oval eine Ellipse sei.*)

Man wird für jeden Zeitpunkt den Ort eines Planeten in Bezug auf die Sonne angeben können, wenn man die Grösse und Lage der geraden Linie kennt, die den Planeten mit der Sonne verbindet. Diese Linie heisst in der Ellipse der Radius Vector. Nun ist bekanntlich die Polargleichung der Ellipse

$$r = \frac{p}{1 + e \cos. v} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos. v} \text{ **)}$$

*) Dieser letzte Schritt, der erst zur Erkenntniss der wahren Figur der Planetenbahnen führte, war es hauptsächlich, an dessen Schwierigkeit die Untersuchungen des David Fabricius scheiterten. David Fabricius hatte fast gleichzeitig mit Keppler erkannt, dass zwischen den Apsiden die Entfernung des Planeten von der Sonne kürzer ist, als es die Kreishypothese gestattet. Diese Verkürzung der Entfernungen erklärte er aber nicht durch die Figur, sondern durch eine oscillatorische Bewegung der Planetenbahn. Er liess nemlich das Centrum des excentrischen Kreises auf der durch den Mittelpunkt der Apsidenlinie gehenden Senkrechten libriren. Um diese Libration darzustellen, bediente er sich, wie Kopernikus, zweier gleicher Kreise, denen er entgegengesetzte Bewegungen gab. Diese Construction stellt annäherungsweise die elliptische Bewegung dar und da hier auch die Apsidenlinie in Bezug auf die Planetenbahn schwankt, so entspricht sie auch, wenn man von der beweglichen Apsidenlinie bis zum Körper des Planeten misst, nahebei dem zweiten kepplerschen Gesetz.

**) Zählt man die Anomalie nicht vom Perihel, sondern vom Aphel aus, so muss man in der obigen Gleichung $-e$ statt $+e$ setzen. Erst seit Newton und Euler auch das Kome-

Die Grösse des Radius Vector hängt also ab: 1) von der grossen Axe, 2) von der Excentricität und 3) von der wahren Anomalie d. h. einmal von der Grösse und Form der Ellipse selbst und dann von seiner Lage in der Figur. Die wahre Anomalie giebt die Lage des Radius Vector in Bezug auf die grosse Axe der Ellipse an. Für die Beobachtungen muss man aber die Lage des Radius Vector auf eine andere Grundlinie und eine andere Ebene, als die der Planetenbahn beziehen. Als Grundebene dient uns da die Ekliptik, von der aus wir als Bewohner der Erde alle unsere Himmelsbeobachtungen anstellen, und als Grundlinie in dieser Ebene die Nachtgleichenlinie. Man muss daher wissen, wie die beiden Ebenen, die der Ekliptik und die der Planetenbahn, und dann wie die beiden Linien, die grosse Axe der Planetenbahn und die Nachtgleichenlinie, zu einander liegen. Das Erstere erfährt man durch die Neigung und die Länge der Knotenlinie, das Letztere durch die Länge des Perihels. Diese drei Grössen sind die constanten Reductionscoefficienten, um den Werth von v auf eine andere Coordinatenlinie und eine andere Ebene zu beziehen. Der veränderliche Werth von v selbst wird dann ausgedrückt durch die Länge des Planeten und diese findet man aus seiner Epoche und seiner mittleren Bewegung. Diese sieben Elemente oder beständigen Grössen muss man also kennen, wenn man untersuchen will, ob die aus den Beobachtungen berechnete Grösse des Radius Vector mit seiner gleichfalls durch die Beobachtung gegebenen Lage jedesmal so zusammenstimmt, wie es die Polargleichung für die Ellipse verlangt.

Die kepplerschen Gesetze, diese gleichsam bloss geometrische Form der himmlischen Bewegungen, tragen nun eine ganz andere Modalität der Erkenntniss an sich als die Elemente der Planetenbahnen. Denn obwohl sie auch vermittelst der Induction von Keppler aus den Beobachtungen gefunden wurden, so hängen sie doch, wie Neuton gezeigt hat, theoretisch von einem mechanischen Gesetz ab: sie sind die nothwendige Folge einer ursprünglichen Eigenschaft der Materie — der allgemeinen Schwere. Die

---

tenproblem mit in den Bereich der kepplerschen Gesetze gezogen, ist es allgemein üblich geworden, das Perihelium als den Anfangspunkt der Zählung zu betrachten.

Elemente dagegen enthalten die Bedingungen der Subsumtion einzelner Fälle unter die Gesetze, sie sind die beständigen und rücksichtlich der Gesetze zufälligen Grössen, die die Anwendung der allgemeinen Theorie auf den einzelnen Fall vermitteln. Solche Elemente sind z. B. in den optischen Theorien der Brechungsindex und der Polarisationswinkel.

In Bezug auf die Modalität der Erkenntniss dieser Elemente befand sich nun Keppler in einem bemerkenswerthen Irrthum, indem er sie im Sinne der pythagoreischen Philosophie gleichfalls durch ein Gesetz bestimmt d. i. als *a priori* erkennbar wähnte.

Diesem Ueberblick über die Natur der Aufgabe gemäss werde ich erstens zu erzählen haben, wie Keppler die Elemente der Marsbahn aus den tychonischen Beobachtungen zu ermitteln suchte und wie er dann vermittelst der bekannten Elemente des Mars und der Erde die Gesetze der Bewegung des erstern fand.

1) Das Erste, was ich zu nennen habe, ist die Erfindung der Methoden zur Bestimmung der Elemente der Planetenbahnen aus den Beobachtungen. In den tychonischen Beobachtungen lag ein Schatz verborgen, aber dieser Schatz musste erst gehoben werden und dieses konnte nicht ohne eigenthümliche Kunstgriffe geschehen, die sich Keppler erst erfinden musste. „Wir können uns, sagt Bessel,*) von der Beobachtungsreihe eines Gestirns, zum Beispiel eines Planeten, eine anschauliche Vorstellung machen. Sie giebt seine verschiedenen Oerter genau so an, wie die Oerter eines Schiffes durch die Längen und Breiten angegeben werden, welche sein Tagebuch für jeden Mittag bestimmt enthält. So wie man den Weg des Schiffes, oder um schärfer zu reden, die Punkte dieses Weges, welche es an jedem Mittage eingenommen hat, nach diesen Angaben auf eine Seekarte zeichnen kann, ebenso kann man auch den Weg des Planeten an der Himmelskugel, nach seinen beobachteten Geradenaufsteigungen und Abweichungen, auf eine Himmelskarte zeichnen.“ Allein diese Zeichnung auf der Himmels-

*) Ueber die Verbindung der astronomischen Beobachtungen mit der Astronomie in den populären Vorlesungen über wissenschaftliche Gegenstände. S. 413.

karte giebt noch kein Bild weder von der wahren Bahn des Planeten noch von den richtigen Verhältnissen seiner Bewegung in derselben. Um von jener zu diesem zu gelangen, muss man erstens die wahren Bewegungen des Gestirns von den scheinbaren aussondern und dann gewisse Elemente aufsuchen, welche den Lauf des Gestirnes und die Natur seines Weges erkennen lassen. In der Aufsuchung dieser Elemente schlug nun Keppler einen ganz neuen, vor ihm noch nie betretenen Weg ein, indem er jene Elemente ohne alle hypothetische d. i. willkürliche Voraussetzung unmittelbar aus den tychonischen Beobachtungsreihen selbst ableitete. Dies will ich jetzt im Einzelnen nachweisen.

a) Zuerst muss ich daran erinnern, dass Keppler zunächst nichts weiter suchte, als die Bestimmung der Excentricitäten. Die Excentricität bestimmte man früherhin aus der Gleichung des Mittelpunktes (*Prostaphaeresis*). Nimmt man an, der Planet bewege sich in einem excentrischen Kreise gleichförmig um den Mittelpunkt dieses Kreises (einfache Excentricität), so erreicht die Mittelpunktsgleichung den grössten Werth, wenn der Radius Vector senkrecht auf der Apsidenlinie steht. Lässt man dagegen den Planeten nicht um den Mittelpunkt des excentrischen Kreises, sondern um das *punctum aequans*, das auf entgegengesetzter Seite ebenso weit vom Mittelpunkte absteht als die Sonne, gleichförmig laufen (Bisection der Excentricität), so erreicht die Mittelpunktsgleichung ihren grössten Werth alsdann, wenn der nach dem Ort des Planeten gezogene Halbmesser des Kreises auf der Apsidenlinie senkrecht steht. Nennt man den Halbmesser des Kreises a, die grösste Mittelpunktsgleichung φ und die Excentricität e, so ist

im erstern Falle $e = a \sin. \varphi$

im andern Falle $e = a \operatorname{tang} \frac{1}{2} \varphi$,

wie man sofort aus einer Zeichnung dieser Verhältnisse ersieht.*) Diese Bestimmung beruht offenbar auf zwei Hypothesen: einmal auf der Hypothese des excentrischen Kreises und dann auf einer Hypothese der gleichförmigen oder ungleichförmigen Bewegung in diesem Kreise, je nach der einfachen Excen-

*) Vergleiche Bohnenberger's Astronomie §. 168. u. 171.

tricität oder der Bisection derselben. Will man ohne alle willkürliche Annahme über die Figur der Bahn und die Bewegung des Planeten in derselben zu einer Kenntniss der Excentricität gelangen, so bleibt kein anderer Weg übrig, als die Berechnung der Entfernungen. Denn sobald die mittlere nebst der grössten oder kleinsten Entfernung eines Planeten bekannt ist, ist auch die Excentricität desselben bekannt.

Wenn der Mars in Opposition mit der Sonne steht, so sehen wir ihn an derselben Stelle des Himmelsgewölbes, an der ihn auch ein Beobachter auf der Sonne erblicken würde. Nach Vollendung eines siderischen Umlaufs befindet sich der Planet genau wieder auf derselben Stelle seiner Bahn und dennoch erscheint er uns von der Erde aus an einer andern Stelle des Himmels. Der Ort eines Gestirnes im Raume und der Ort eines Gestirnes an der Himmelskugel sind also zwei sehr verschiedene Dinge. Der letztere ist der Punkt, an dem die nach dem Stern gezogene Gesichtslinie die Himmelskugel trifft, der erstere ist die Stelle in dieser Linie, an der sich der Körper wirklich befindet. Die astronomischen Beobachtungen geben immer nur den Ort an der Himmelskugel (Rectascension und Declination), indem sie nur die Richtung unmittelbar angeben, die Lage der Gesichtslinie, in der der Himmelskörper erscheint, aber nicht die Entfernung, seinen Ort in jener Linie. Zu einer Einsicht in die wahre Natur seiner Bewegung kann aber nur die Kenntniss seiner Oerter im Raume führen.

In dem System des Ptolemäus bleiben die Entfernungen der Himmelskörper von der Erde, dem Mittelpunkte der Welt völlig unbestimmt. Dem Kopernikus dagegen sind die verhältnissmässigen Abstände der Planeten von der Sonne oder vielmehr vom Mittelpunkte des *Orbis magnus* sofort durch seine Hypothese gegeben. Denn durch Ptolemäus war ihm das Verhältniss jedes Epicykels zu seiner Planetenbahn bekannt. Dies Verhältniss ist aber nach seinem System das der Erdbahn zu der respectiven Planetenbahn.*) Keppler hat zuerst die Methode gefunden, unabhängig von jeder Hypothese die Entfernungen der Planeten direct aus Beobachtungen zu berechnen.

*) S. meine Epochen d. Geschichte der Menschheit. Bd. 1. S. 391—397.

Er führte zuerst das Längenmaass in die Astronomie, und somit ein ganz neues Element in die astronomischen Rechnungen ein. Diese Messung der Entfernungen war nothwendig nicht nur für die Kenntniss der Excentricität, sondern auch für die Untersuchung der Figur der Planetenbahn.

Wie wird nun aber diese Messung bewerkstelligt? Nach demselben Princip, nach dem man die Entfernung eines unzugänglichen Gegenstandes aus einer gegebenen Grundlinie und den an ihren Endpunkten gemessenen Winkeln bestimmt. Die Grundlinie ist hier die Sehne der Erdbahn, welche die zwei Orte der Erde mit einander verbindet, von denen aus man den Planeten beobachtet hat; und der Beobachter wird von dem einen Endpunkt der Grundlinie an den andern durch die Bewegung der Erde um die Sonne gebracht. Bei der Anwendung dieser Basis auf die Messung der Entfernungen im Planetensystem scheint ein unüberwindliches Hinderniss darin zu liegen, dass der Planet, dessen Entfernung bestimmt werden soll, kein fester Punkt ist, sondern sich in beständiger Bewegung auf seiner Bahn befindet. Dieses anscheinend unüberwindliche Hinderniss hob nun Keppler auf folgende einfache Weise. Die Kenntniss der Umlaufszeiten, welche von der Kenntniss der Entfernungen unabhängig ist, bietet uns das Mittel dar, zu bestimmen, wann der Planet genau wieder auf demselben Punkte seiner Bahn ist. Keppler suchte daher aus allen Beobachtungen des Mars, die ihm zu Gebote standen, diejenigen heraus, die genau um eine oder mehrere Umlaufszeiten des Mars der Zeit nach von einander abstanden. Da das Marsjahr sich nicht genau in Erdjahre theilen lässt, so befindet sich die Erde am Ende eines Marsjahres an einem andern Punkte ihrer Bahn, als am Anfange desselben, und die Beobachtungen geben in dieser Zusammenordnung immer zwei Richtungen, die durch ihren Durchschnitt auch jedesmal einen Ort des Planeten bestimmen. Dadurch wird es möglich, die Entfernung des Mars in jedem Punkte seiner Bahn sowohl von jedem der beiden Oerter der Erde, als auch von der Sonne in Theilen des Halbmessers der Erdbahn anzugeben.*)

Die Anwendung dieser Methode setzt aber offenbar voraus, dass die

*) S. Bohnenberger's Astronomie §. 173.

Sehne des Bogens der Erdbahn, welche als Basis der Messung dient, selbst in Theilen des Halbmessers der Erdbahn zuvor gemessen sei. Hierbei verfuhr Keppler so. Beobachtet man den Mars in seiner Opposition, so kennt man den heliocentrischen Ort dieses Planeten und den gleichzeitigen Ort der Erde. Beobachtet man dann genau nach Verlauf eines siderischen Umlaufs des Mars die geocentrische Länge desselben und berechnet für den Zeitpunkt dieser Beobachtung die wahre Anomalie der Erde (was mit einer Genauigkeit von einer Minute möglich ist); so erhält man ein Dreieck, dessen Basis die Entfernung des Mars von der Sonne ist und in welchem zwei Winkel, der an der Sonne und der an der Erde, bekannt sind. Da die eine Seite dieses Dreiecks der Radius Vector der Erde ist, so kann man das Verhältniss desselben zur Grundlinie des Dreiecks, der Entfernung des Mars von der Sonne, bestimmen. Wiederholt man dieses Verfahren noch zweimal, so erhält man dadurch drei Radii Vectores der Erde der Grösse und Lage nach, durch deren Endpunkte der excentrische Kreis der Erdbahn vollständig gegeben ist. Man kennt jetzt das Verhältniss dieser Radii Vectores zu der als Einheit angenommenen Entfernung des Mars und man kann sowohl das Verhältniss der zwei solche Radii Vectores verbindenden Sehne, als auch das des Halbmessers der Erdbahn zu derselben Einheit bestimmen. Folglich kann man auch alle diese Grössen im Verhältniss zu dem Halbmesser der Erdbahn selbst ausdrücken.*) Die Anwendung dieser Methode gründet sich auf die Berechnung der wahren Anomalie der Erde d. h. des Winkels, den der Radius Vector mit der Apsidenlinie macht. Sie setzt also die Lage der Apsidenlinie als gegeben voraus.

b) Was man auch immer für eine Hypothese der Planetenbewegung annehmen mag, so ist offenbar, dass die Ungleichheiten in der eigenen Bewegung eines Planeten von der Stelle, die er in seiner Bahn einnimmt und besonders von seiner Lage gegen die Apsiden abhängen. Daraus folgt, dass der Planet, wenn er wieder an denselben Ort seiner Bahn kommt, alle Ungleichheiten nach der Reihe durchgegangen, so dass er immer dieselbe Zeit

*) S. Bohnenberger's Astronomie §. 170.

eines ganzen Umlaufs braucht, um denselben heliocentrischen Ort wieder einzunehmen, wie ungleichförmig er sich auch während dieses Umlaufs bewegt haben mag. Die wichtigsten Elemente einer Planetenbahn sind daher die Umlaufszeit und die Lage der Apsidenlinie. Zur Bestimmung der erstern dienen zwei Oppositionen, die auf denselben Punkt des Himmelsgewölbes fallen, und die ein desto genaueres Resultat geben, je mehrere Umläufe sie einschliessen. Darin besteht der grosse Werth der alten Beobachtungen und wir verdanken diesen schon vor mehr als zweitausend Jahren angestellten Beobachtungen die früh erlangte, sehr genaue Kenntniss der siderischen Umlaufszeiten der Planeten. Dagegen herrschte über die Lage der Apsidenlinie der Planeten vor dem Beginn der kepplerschen Untersuchung eine ebenso grosse Ungewissheit, wie über die Grösse der Excentricitäten. Nach der alten kopernikanischen Theorie ist die Lage der Apsidenlinie einer Planetenbahn durch den Mittelpunkt der Erdbahn und den Mittelpunkt der Planetenbahn gegeben. Nach der neuern kepplerschen dagegen durch den letztern und den Sonnenmittelpunkt. Wollte Keppler die Richtigkeit seiner Ansicht an der Erfahrung prüfen, so musste er den Ort des Apheliums aus den Beobachtungen bestimmen, und dann beweisen, dass die durch diesen und die Sonne gezogene Linie auch durch den Mittelpunkt der Planetenbahn geht.

Wie kann man den Ort des Aphels direct aus Beobachtungen finden? Die in den Oppositionen beobachteten Oerter geben unmittelbar die heliocentrischen Längen des Planeten. Hat man eine hinreichende Anzahl solcher Oerter, so giebt die Zusammenstellung derselben ein Bild von der Bewegung des Radius Vector durch die Ekliptik. Man wird so die Punkte bestimmen können, wo sich der Radius Vector am schnellsten und wo er sich am langsamsten bewegt d. i. die Oerter des Perihels und Aphels. Anstatt der Geschwindigkeiten, mit denen sich der Radius Vector bewegt, kann man auch die Zeiten mit einander vergleichen, die der Radius Vector braucht, um gleich grosse Winkel zu beschreiben. Vom Perihel bis zum Aphel braucht der Planet genau die halbe Umlaufszeit. Sucht man daher unter den beobachteten heliocentrischen Längen diejenigen aus, die genau um 180 Grad

von einander verschieden sind, so wird die Zwischenzeit beider Beobachtungen entweder grösser oder kleiner als die halbe Umlaufszeit sein, je nachdem der Planet entweder schon durch das Perihel gegangen ist oder dasselbe noch nicht erreicht hat; und man wird die Durchgangszeit durch das Perihel finden, wenn man zwei Paar solcher Beobachtungen mit einander verbindet.

Nachdem er so den Ort des Apheliums festgesetzt hat, wählt er Oerter des Mars, die zu beiden Seiten gleich weit vom Aphelium abstehen, berechnet für jedes Paar solcher Oerter die Entfernungen derselben von der Sonne und findet diese immer gleich gross. Dies wäre nicht möglich, wenn nicht die das Aphel mit der Sonne verbindende Linie durch den Mittelpunkt der Planetenbahn ginge.*) So war also die Richtigkeit der kepplerschen Ansicht von der Lage der Apsidenlinie bewiesen.

c) Ist die Lage der Apsidenlinie gegeben, so kann man die grösste Mittelpunktsgleichung auf folgende Weise finden. Im Perihel und Aphel fällt der wahre Ort des Planeten mit seinem mittleren zusammen. Läuft der Planet von dem Perihel aus und nach dem Aphel zu, so wird, weil hier seine Geschwindigkeit am grössten ist, der wahre Ort dem mittleren vorauseilen und es wird daher auch die wahre Anomalie schneller wachsen, als die mittlere. Es wird daher auch der Unterschied zwischen der wahren und mittlern Anomalie d. i. die Gleichung des Mittelpunkts wachsen und dies Wachsthum wird so lange dauern, als der wahre Ort sich schneller bewegt als der mittlere. Aber da im Aphel der mittlere Ort den vorauseilenden wahren wieder einholt, so muss nothwendig zwischen beiden Punkten die Mittelpunktsgleichung auch wieder abnehmen. Ihren grössten Werth wird daher dieselbe haben, wenn beide Oerter des Planeten, der wahre und der mittlere, mit gleicher Geschwindigkeit fortgehen d. h. wenn die wahre tägliche Bewegung der mittlern täglichen Bewegung gleich wird. Die mittlere Bewegung ist durch die Umlaufszeit gegeben. Sucht man nun unter den gegebenen heliocentrischen Längen des Planeten diejenige heraus, wo die

*) S. meine Epochen d. G. d. M. Bd. 1. S. 409.

wahre tägliche Bewegung der mittleren gleich ist, so hat man den Ort des Planeten zu der Zeit, da seine Mittelpunktsgleichung am grössten ist. Da die Lage der Apsidenlinie oder die Durchgangszeit durchs Perihel als bekannt vorausgesetzt wird, so kennt man auch den Ort des Planeten in seiner Bahn d. h. seine wahre Anomalie zu jener Zeit. Sucht man für dieselbe Zeit auch seine mittlere Anomalie, so giebt der Unterschied beider sofort den grössten Werth der Mittelpunktsgleichung.*)

2) Mit diesen neuen Methoden ging nun Keppler an die Theorie der Planeten. Die erste Entdeckung, die er hier machte, war die, dass Kopernikus die Breiten der Planeten falsch erklärt habe. Nach Kopernikus gehen die Knotenlinien der Planetenbahnen nicht durch die Sonne, sondern durch den Mittelpunkt der Erdbahn (des *Orbis magnus*). Diese Annahme bringt die grösste Künstlichkeit in die kopernikanische Planetentheorie. Da nemlich hierdurch die Oerter der Knoten falsch werden, so wird der Planet, von der Erde aus gesehen, auch nicht in der Ekliptik erscheinen, wenn er zu seinem vermeintlichen Knoten gelangt, sondern wird noch eine gewisse Breite haben und diese wird verschieden sein, je nach dem Orte der Erde in ihrer Bahn. Auch wird die grösste nördliche Breite des Planeten der grössten südlichen desselben nicht gleich sein, und beide werden wiederum veränderlich befunden werden, je nachdem die Erde an diesem oder jenem Punkte ihrer Bahn sich befindet. Um diese Veränderlichkeit zu erklären, gab Kopernikus den Planetenbahnen gewisse Schwankungen oder Librationen um ihre mittlere Lage und zwar so, dass der Durchmesser des kleinen Kreises, auf welchem die Libration erfolgt, während eines jährlichen Umlaufs der Erde zweimal durchlaufen wird. Demnach übt der *Orbis magnus* durch seinen Umlauf in der Ekliptik eine gewisse magische Herrschaft über die Lage und Bewegung der Planetenkreise. Es begegnet uns hier etwas Aehnliches wie in den astronomischen Vorstellungen der Alten vom Horizont.**)

*) Für die Erde erhält man die Mittelpunktsgleichung unmittelbar aus der Vergleichung der beobachteten Sonnenlängen mit der mittleren Bewegung der Sonne.

**) S. meine Untersuchungen über die Philosophie und Physik der Alten in den Abhandlungen der Fries'schen Schule, S. 141.

Der Vorstellung von der Ekliptik hängt eine ähnliche Täuschung wie der Vorstellung vom Horizont an. Diese Täuschung entspringt aus unserm subjectiven Standpunkt und veranlasst, dass etwas bloss Imaginäres den Schein der Wirklichkeit erhält. Der Lauf der Planeten in ihren verschiedenen Bahnen muss nemlich von einem gemeinschaftlichen Anfangspunkte aus gerechnet werden, sonst könnte man sie gar nicht unter einander vergleichen. Dieser Anfangspunkt ist der Frühlingsnachtgleichenpunkt d. h. der Durchschnittspunkt der Ekliptik mit dem Aequator. Daher das scheinbar Magische der Ekliptik über die Planetenkreise, was wir bloss aus unserm Standort der Beobachtung an den Himmel tragen.

Keppler, der seine neue Planetentheorie auf den wahren Sonnenort und nicht auf den Mittelpunkt der Erdbahn gründete, war genöthigt auch die Oerter der Knoten sowie die Breiten der Planeten auf die Sonne zu beziehen. Als er nun von dieser Basis aus die tychonischen Beobachtungen des Mars berechnete, fand er, dass die Knotenlinie der Marsbahn in der That durch die Sonne geht und die grössten heliocentrischen Breiten desselben während seiner siderischen Umlaufszeit auf beiden Seiten unverändert dieselben bleiben. *Plana eccentricorum esse ἀταλαντα,* sagt er im 14. Kapitel seines Commentars über den Mars, d. h. die Ebenen der Planetenbahnen schweben im Gleichgewicht, indem sie immer dieselbe Neigung und dieselbe Knotenlinie in der Ekliptik beibehalten. „Kopernikus, fährt er daselbst fort, kannte nicht den Werth des von ihm gefundenen Schatzes, und seine Absicht scheint gewesen zu sein, mehr den Ptolemäus als die Natur zu erklären, obschon er der letztern näher gekommen ist, als irgend ein Anderer. Er bemerkte mit Vergnügen, dass die Breite der Planeten mit der Annäherung derselben zur Erde zunimmt, wie dies mit seiner Theorie übereinstimmend war, aber er wagte es doch nicht, den Rest der ptolemäischen Hypothese zu verwerfen, und um diese vielmehr noch mehr zu bestätigen, dachte er sich jene Librationen der Planetenbahnen aus, die nicht von ihren eigenen excentrischen Kreisen, sondern, was ganz unwahrscheinlich war, von der Erdbahn abhängen sollten, mit welcher jene doch nichts zu thun haben können. Ich stritt immer gegen diese ganz ungereimte Verbin-

dung von zwei einander so heterogenen Dingen, selbst noch ehe ich die Beobachtungen Tycho's gesehen hatte, und es erfreut mich recht sehr, dass in diesen, wie in vielen andern Dingen, meine Vorhersagungen von den Beobachtungen vollkommen bestätigt worden sind." Durch diese schöne Entdeckung der Unveränderlichkeit der Lage der Bahnebene eines Planeten während eines Umlaufs in seiner Bahn enthüllte sich erst der wahre architektonische Bau des Planetensystems. Erst dadurch bekam dieses System Festigkeit und Stabilität.

3) Wenn der Mars eine sichtbare, helle Spur seines Weges unter den Gestirnen des Himmels zurückliesse, so würde diese als eine ziemlich verwickelte krumme Linie erscheinen. Keppler hat sich die Mühe gegeben, diesen Weg des Mars von 1580 bis 1596 nach den tychonischen Beobachtungen in seinem Commentar über den Mars bildlich darzustellen, und er vergleicht die Cykloidengestalt dieses Weges in seiner muntern Laune mit einer Fastenbrezel. Dieser beobachtete Weg des Planeten am Himmelsgewölbe ist scheinbar und er erhält seine Gestalt durch die Zusammensetzung der Bewegung der Erde mit der eigenen Bewegung des Mars. Will man daher zu einer richtigen Kenntniss der letztern gelangen, so muss man vor allen Dingen von der beobachteten Bewegung des Gestirns die Bewegung der Erde absondern, und je genauer man dies vermag, zu einer desto genaueren Kenntniss der eigenen Bewegung des Planeten wird man gelangen. Diesen Zweck würde man schon erreichen, wenn man aus den auf der Erde gemachten Beobachtungen die heliocentrische Lage des Planeten ableitete. Dies genügt indessen noch nicht. Denn die Zusammenstellung der heliocentrischen Oerter giebt den Lauf des Planeten nur so, wie er sich für einen Beobachter auf der Sonne an der Himmelskugel projiciren würde. Diese Projection der Bahn auf die Himmelskugel ist aber noch nicht die Bahn selbst. Die wahre Bahn und Bewegung eines Planeten kann, wie schon oben erwähnt wurde, nur aus einer Reihe von Oertern desselben im Raume bestimmt werden. Dazu ist ausser der Lage, auch noch die Grösse des Radius Vector d. h. die jedesmalige Entfernung des Planeten von der Sonne, erforderlich. Da wir nun den Planeten von der Erde (dem Mittelpunkte des

scheinbaren Himmelsgewölbes) aus beobachten und da diese sich selbst um die Sonne bewegt, so müssen wir, um den Ort des Planeten im Raume zu bestimmen, für denselben Zeitpunkt auch den Ort der Erde im Raume kennen d. h. wir müssen für den Augenblick der Beobachtung auch den Radius Vector der Erde seiner Grösse und Lage nach kennen. Die Theorie der Erde ist daher der Schlüssel zu den Bewegungen der Planeten und ihren Ungleichheiten.*) In der Zueignung des *Commentarius de Stella Martis* an Rudolph II. bringt Keppler dem Kaiser den Mars in den Fesseln der Rechnung mit folgenden Worten gefangen: „Die Astronomen wussten diesen Kriegsgott nicht zu überwältigen; aber der vortreffliche Heerführer Tycho hat in zwanzigjährigen Nachtwachen seine Kriegslisten erforscht und ich umging mit Hilfe des Laufs der Mutter Erde alle seine Krümmun-

*) Die Theorie der Erde sowie die Kenntniss der wahren Lage der Ebenen der Planetenbahnen machte es Kepplern erst möglich, die geocentrischen Planetenörter in heliocentrische zu verwandeln und umgekehrt. Von diesen beiden Aufgaben kann man sich in folgender Weise leicht einen Begriff machen:

1) Kennt man den Ort der Erde sowie den des Planeten in seiner Bahn, so ist durch diese beiden Punkte die Lage der Gesichtslinie von der Erde nach dem Planeten und mithin dessen geocentrischer Ort bestimmt. So findet man aus dem gegebenen heliocentrischen Orte eines Planeten seinen geocentrischen.

2) Kennt man den Ort der Erde in ihrer Bahn sowie die geocentrische Länge und Breite des Planeten, so ist dadurch die Lage der Gesichtslinie von der Erde nach dem Planeten gegeben. Zieht man nun nach dem Durchschnittspunkt dieser Gesichtslinie mit der Planetenbahn von der Sonne aus eine Gerade, so giebt diese den heliocentrischen Ort des Planeten. Dies setzt aber voraus, dass die Planetenbahn ihrer Figur, Grösse und Lage nach bekannt ist. Ist diese unbekannt, so beobachte man den Planeten zweimal in demselben Punkte seiner Bahn, wozu weiter nichts, als seine siderische Umlaufszeit als bekannt vorausgesetzt wird. Man erhält dadurch von zwei verschiedenen Punkten der Erdbahn aus zwei Gesichtslinien nach ein und demselben Punkte des Raumes. Diese durchschneiden sich offenbar an derselben Stelle des Raumes, wo sich der Himmelskörper befindet Verbindet man daher den Durchschnittspunkt jener beiden Gesichtslinien mit der Sonne durch eine Gerade, so ist diese ihrer Grösse und Lage nach bestimmt. Dies ist das S. 53. beschriebene Verfahren. Dieselbe Aufgabe kann man auch mit einer einmaligen Beobachtung des Planeten lösen, wenn die Lage der Bahnebene (Neigung und Länge des Knoten) gegeben ist. Alsdann giebt der Durchschnitt dieser Ebene und der von der Erde aus nach dem Planeten gezogenen Gesichtslinie den wahren Ort des Planeten, den man bloss mit der Sonne zu verbinden braucht, um den Radius Vector für diese Stelle der Bahn zu haben.

gen.“ Durch dieses Bild, bemerkt der Freiherr von Breitschwerdt treffend, liess Keppler Tycho Gerechtigkeit widerfahren, gab aber auch zu verstehen, dass Tycho wegen seiner vorgefassten Meinung gegen die Bewegung der Erde nie auf das Resultat, das er fand, würde gekommen sein.

Keppler verglich daher zuerst die kopernikanische Theorie des Erdlaufs mit den tychonischen Beobachtungen. Die Ellipticität der Erdbahn ist, ihrer geringen Excentricität wegen, kaum merkbar und von der excentrischen Kreisbahn so wenig verschieden, dass die Sonnenörter an der Himmelskugel, die man aus der einen oder der andern Voraussetzung ableitet, von den beobachteten nur um Grössen abweichen, welche innerhalb der Grenzen der Sicherheit der tychonischen Beobachtungen liegen. Davon kann man sich leicht durch folgendes Beispiel überzeugen. Aus Sonnenlängen, welche im Jahre 1778 und 1779 in Greenwich beobachtet wurden, folgt die grösste Mittelpunktsgleichung der Erde für jene Zeit $= 1^\circ\ 55'\ 31'', 7.$*)

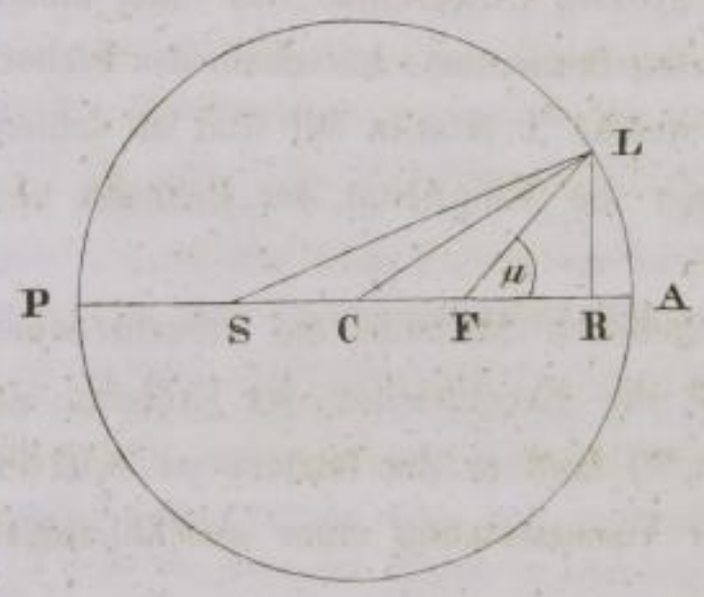
Daraus ergiebt sich die Excentricität unter Voraussetzung der gleichförmigen excentrischen Kreisbewegung ($e = a \sin \varphi$, wobei $a = 1$) $=$ 0,033601. Hieraus findet man weiter für die mittlere Anomalie $= 45^\circ$ die Gleichung des Mittelpunkts $= 1^\circ\ 23'\ 38''$, folglich die wahre Anomalie $= 46^\circ\ 23'\ 38''$. Die Beobachtungen geben $= 46^\circ\ 22'\ 55''$; also 43 Secunden weniger. In den übrigen Punkten der Bahn wird man den Fehler noch kleiner finden. Folglich liegt der grösste Unterschied des nach dieser Hypothese berechneten und des beobachteten Sonnenorts innerhalb der Sicherheit der tychonischen Beobachtungen, welche 1 Minute auf und ab fehlen. Es hätte mithin aus diesen Beobachtungen die Ellipticität der Erdbahn niemals erkannt werden können.

Als Keppler nach der oben angegebenen Methode die verschiedenen Abstände der Erde von der Sonne und die Excentricität der Erdbahn aus den Beobachtungen des Mars berechnete,**) fand er die letztere $=$ 0,0168, also nur halb so gross, als man sie unter Voraussetzung einer gleichförmigen

*) S. Bohnenberger's Astronomie §. 167.

**) Vergl. Bohnenberger's Astronomie §. 170.

Kreisbewegung aus der grössten Mittelpunktsgleichung findet. Dabei ergab sich, dass die Erde in einem Bogen ihres excentrischen Kreises sich in dem Maasse länger aufhält, als sie weiter von der Sonne entfernt ist. Also werden die während einer gewissen Zeit in der Nähe des Perihels beschriebenen Bogen grösser sein, als diejenigen, welche die Erde in eben dieser Zeit in der Nähe des Apheliums durchläuft; und ihre Bewegung wird aus dem Mittelpunkte ihres Kreises ungleichförmig erscheinen. Tycho de Brahe hatte geglaubt, aus den Beobachtungen des Mars gehe hervor, dass im kopernikanischen System die Erdbahn bald grösser, bald kleiner werde. Keppler zeigte, wie diese scheinbare Vergrösserung und Verkleinerung der Erdbahn sich daraus erkläre, dass die Erde gleiche Winkel in gleicher Zeit nicht um den Mittelpunkt ihres Kreises beschreibt, sondern um einen Punkt, der von der Sonne noch einmal so weit entfernt ist, als der Mittelpunkt. So war also die Bisection der Excentricität auch für die Erdbahn erwiesen, während Kopernikus den obern Planeten zwar eine doppelte Excentricität beilegte, die Excentricität der Erdbahn aber einfach annahm. In Folge der Bisection der Excentricität besteht daher auch die Mittelpunktsgleichung der Erde aus zwei Theilen: einem optischen und einem physischen. Der erstere entspringt aus der excentrischen Lage der Sonne, der andere aus der gleichförmigen Drehung um das *Punctum aequans.*



Es sei ALP die Bahn der Erde oder eines Planeten, C ihr Mittelpunkt, S die Sonne, F das *Punctum aequans.* Der Halbmesser des Kreises AC sei = a, die Excentricität SC = CF = ae, der Winkel LFA = μ, LCA = E, die Umlaufszeit = U und die Zeit, die der Planet braucht, um von A nach L zu kommen = t. Bewegt sich nun der Körper so, dass seine Bewegung von F aus gleichförmig erscheint, so wird die FL in gleichen Zeiten gleiche Winkel um F beschreiben. Es wird sich daher verhalten

$$U : t = 2\pi : \mu$$

$$\text{folglich } \mu = \frac{2\pi \,.\, t}{U}$$

$2\pi : U$ ist offenbar constant. Setzt man dieses $= n$, so ist

$$\mu = nt$$

wobei n die mittlere Bewegung des Planeten ist. Da der Radius Vector die Fläche ASL in derselben Zeit überstreicht, während welcher die FL den Winkel μ beschreibt, so wird sich diese Fläche zu der ganzen Kreisfläche verhalten wie $\mu : 2\pi$.

Die Fläche ASL ist = der Fläche ACL + △ SCL.

$$\text{Fläche ACL} = \tfrac{1}{2}AC \,.\, LA = \tfrac{1}{2}a^2E.$$

$$\triangle\ SCL = \tfrac{1}{2}SC \,.\, LR = \tfrac{1}{2}ae \,.\, a \sin. E$$

$$\text{also Fläche ASL} = \tfrac{1}{2}a^2\,[E + e \sin. E].$$

Folglich $\tfrac{1}{2}a^2\,[E + e \sin. E] : a^2\pi = \mu : 2\pi$ und

$$E + e \sin. E = \mu = nt$$

also ist der von dem Radius Vector überstrichene Flächenraum der Zeit proportional, und dies ist das sogenannte zweite kepplersche Gesetz.*)

Durch diese verbesserte Theorie der Erde wird der oben in der Hypothese der gleichförmigen Kreisbewegung noch übrig gebliebene Fehler in der Länge auf den dritten Theil seiner Grösse vermindert. Aus der Excentricität = 0,016805 ergiebt sich für die mittlere Anomalie = 45°

die physische Ungleichheit CLF = 0°, 40′, 51″
die optische Ungleichheit SLC = 0°, 41′, 49″
mithin die Gleichung des Mittelpunkts = 1°, 22′, 40″
wahre Anomalie = 46°, 22′, 40″
die Beobachtungen gaben 46°, 22′, 55″.

Der Fehler beträgt also nur noch 15 Secunden. Innerhalb der Grenzen der Sicherheit der tychonischen Beobachtungen war also diese Theorie der Kreisbewegung der Erde vollkommen richtig.

*) Möbius hat in seiner Mechanik des Himmels §. 43. sehr elegant gezeigt, dass Kopernikus und Ptolemäus die Planetenbewegung bis auf die erste Potenz der Excentricität genau dargestellt haben.

4) Durch diese Theorie der Bewegung der Erde war zugleich auch die zweite Ungleichheit des Mars mit einer bis dahin noch nicht erreichten Genauigkeit gegeben und es blieb Kepplern nun noch der letzte und wichtigste Schritt übrig, die Natur der ersten Ungleichheit dieses Planeten zu erforschen. Als er zuerst das Gesetz suchte, nach welchem der Mars die einzelnen Theile seiner Bahn beschreibt, fand er, dass diese Bewegung nicht wie bei der Erde gleichförmig um das *Punctum aequans* erfolgt. Im zwanzigsten Kapitel seines Commentars über den Stern Mars zeigt er, dass es innerhalb des excentrischen Kreises der Marsbahn keinen Punkt giebt, um welchen der Planet in gleichen Zeiten gleiche Winkel beschreibt, oder ein solcher Punkt müsse in der Apsidenlinie auf- und niedergehen,*) was er mit natürlichen Ursachen nicht zu vereinigen weiss. Das folgende Kapitel zeigt, wie aus etwas Falschem etwas der Wahrheit Nahes folge. Keppler erklärt sich entschieden gegen die Behauptung der Dialektiker, dass aus etwas Falschem auch etwas Wahres folgen könne.**) Die Voraussetzung gleichförmiger Bewegung um einen Punkt bringe allenfalls den Planeten in die gehörige Länge, aber nicht in den gehörigen Abstand vom Mittelpunkte der Welt. Auch selbst für die Länge sei die Uebereinstimmung nicht völlig genau. Der Unterschied könne nemlich so klein werden, dass er sich der Wahrnehmung der Sinne entzieht. Die Vorstellung des Ptolemäus, dass der Planet um das *Punctum aequatorium* (den andern Brennpunkt) sich gleichförmig bewege, ist, wie sich mit unserer jetzigen Mathematik leicht nachweisen lässt, nur bis auf die erste Potenz der Excentricität richtig. Wo wie beim Mars die Excentricität so gross wird, dass man auch die höheren Potenzen derselben berücksichtigen muss, da musste sich allmälig auch herausstellen, dass die Zeit, in welcher der Planet einen gegebenen Bogen seiner Bahn zurücklegt, durch keine gleichförmige Winkelbewegung, sondern nur durch die Fläche gemessen werden könne, die der Radius Vector über-

*) Die in den Oppositionen beobachteten Oerter des Mars gaben nemlich die Excentricität des Kreises jedesmal anders, je nachdem sich der Planet in seinem Aphel oder in seinem Perihel oder zwischen beiden befand.

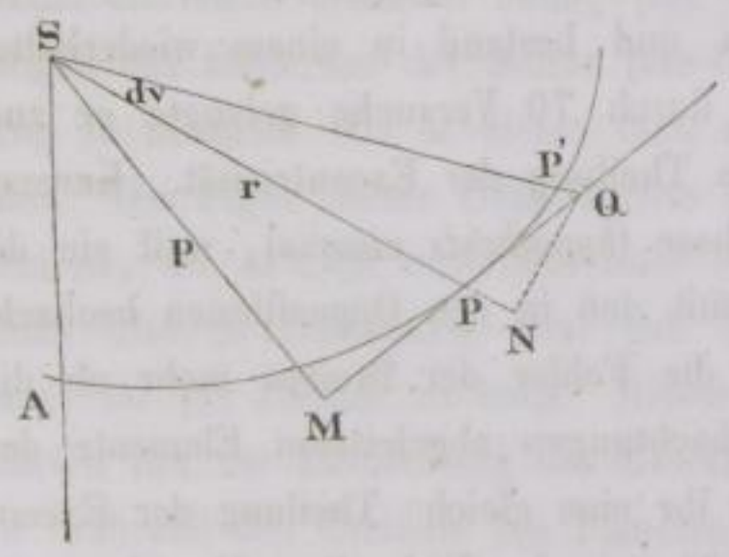
**) *Ego hoc dialecticorum, ex falso verum sequi, vehementer odi.*

streicht. Indessen hat Keppler dieses Gesetz nur durch eine sehr unvollständige Induction bewiesen. Er fand es in den beiden Apsiden der Erdbahn durch Berechnung der Beobachtungen bestätigt und dies genügte ihm, um es sofort auf alle andern Theile dieser Bahn und auch auf die Bahnen aller übrigen Planeten auszudehnen. Er besass mehr eine instinctive Ueberzeugung, als eine deutliche Erkenntniss von der Richtigkeit dieses Gesetzes, und es war nicht sowohl eine nach den Vorschriften der Logik durchgeführte Untersuchung, als vielmehr eine seiner wunderbaren Ahnungen, was ihn hier die Wahrheit erkennen liess.*)

*) Keppler nennt im Gegensatz gegen die bloss geometrische Annahme eines Ausgleichungspunktes sein zweites Gesetz: die physische Hypothese, wegen der Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Entfernung. Aber die Annahme Keppler's, dass die Geschwindigkeit des Planeten in seiner Bahn sich umgekehrt wie seine Entfernung von der Sonne verhalte, ist nur in den beiden Apsiden richtig. In allen übrigen Punkten der Bahn verhält sich die Bahngeschwindigkeit des Planeten umgekehrt wie das Perpendikel vom Brennpunkt auf die Tangente der Bahn. Dieser Satz, der gewöhnlich in unsern Lehrbüchern nach Newton's Vorgang elementar bewiesen wird, lässt sich aus dem bekannten Ausdruck für das zweite kepplersche Gesetz:

$$r^2 dv = c dt$$

auch so ableiten:



Es sei S der Mittelpunkt der Bewegung, APP′ ein Stück der Bahn, AS die Apsidenlinie. Man ziehe an den Punkt P die Tangente MPQ sowie den Radius Vector SP = r und fälle von S auf die Tangente das Perpendikel SM = p. Der Bogen AP sei = s und die Anomalie ASP = v. Da bei ununterbrochener Abnahme PP′ und PQ zugleich Null werden, so ist PP′ = ds = PQ. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke PMS und PNQ folgt nun

$$\begin{aligned} SM : SP &= NQ \quad : PQ \\ p : r &= SQ \,.\, dv \quad : ds \\ &= SP' \,.\, dv \quad : ds \\ &= (r + dr) dv \quad : ds. \end{aligned}$$

folglich $ds = \frac{r^2\, dv + r\, dr\, dv}{p}$ und nach Keppler's zweitem Gesetz: $dt = \frac{r^2\, dv}{c}$

Mithin die Bahngeschwindigkeit: $\frac{ds}{dt} = \frac{c}{p}\left\{1 + \frac{dr}{r}\right\} = \frac{c}{p}$.

Das zweite kepplersche Gesetz enthält in seinem analytischen Ausdruck kein Element der Richtung, es gilt, wie auch immer die Richtung der Bewegung (die Tangente der Bahn) gegen den Radius Vector liegen mag, und es ist daher von dem Gesetz der Veränderung dieser Richtung gegen den Radius Vector d. h. von der Natur der Curve völlig unabhängig. Die Natur der Curve d. i. die Figur der Bahn musste folglich besonders erforscht werden. Hier nun gab Keppler das erste und vielleicht das glänzendste Beispiel einer vollständig durchgeführten Induction in den Naturwissenschaften. Unter Voraussetzung der Kreisbewegung des Mars betrachtete er zuerst vier in den Oppositionen beobachtete Oerter als die Winkelpunkte eines Vierecks. Dieses Viereck musste unter der gemachten Voraussetzung ein Sehnenviereck sein. Da sich durch drei Oerter des Planeten jedesmal ein Kreis legen lässt, so konnte Keppler vermittelst des Sehnenvierecks prüfen, ob der vierte Ort auf dem Umfang desselben Kreises lag. Dabei konnte die Lage der Apsidenlinie nur versuchsweise angenommen und musste so lange geändert werden, bis die berechneten Anomalien mit den beobachteten zusammenstimmten. Die Untersuchung war unendlich mühsam und bestand in einem wiederholten Probiren. Erst nach 5 Jahren und durch 70 Versuche gelangte er zum Ziel. Das Resultat war eine ungleiche Theilung der Excentricität. Keppler nannte dies die stellvertretende Hypothese (*hypothesis vicaria*), weil sie die Längen sehr nahe übereinstimmend mit den in den Oppositionen beobachteten gab. Dagegen vergrösserte sie die Fehler der Breiten mehr als die alten Hypothesen. Die aus den Beobachtungen abgeleiteten Elemente der Marsbahn zeigten im Widerstreite mit ihr eine gleiche Theilung der Excentricität an.*) Auch hatte sich bei der Theorie der Erde diese Hypothese als richtig bewiesen. Keppler versuchte daher jetzt nach der letztern die Berechnung der Oerter des Mars. Die 90° von der Apsidenlinie fallenden Oppositionen zeigten einen Unterschied von nicht mehr als 2 Minuten zwischen der Rechnung und der Beobachtung; aber 45° von der Apsidenlinie stieg der Unterschied auf 8 Minuten. Diese Differenz war zu gross, um als

*) S. meine Epochen d. G. d. M. Bd. 1. S. 420.

Beobachtungsfehler betrachtet werden zu können. Wenn sich Unterschiede zwischen der astronomischen Rechnung und der astronomischen Beobachtung zeigen, die nicht aus der Unsicherheit der letztern erklärt werden können, so ist dies jederzeit ein Beweis von der Unrichtigkeit oder wenigstens Unvollständigkeit der den astronomischen Rechnungen zu Grunde liegenden Theorie. Diese 8 Minuten lieferten also den Beweis von der Unrichtigkeit der Annahme der Kreisbewegung des Mars.*)

Bis hierher hatte Keppler die Marsbahn nur aus den scheinbaren Oertern desselben (Länge und Breite) zu bestimmen gesucht. In der That kann diese Bestimmung aber nur durch die wahren Oerter erlangt werden, welche ausser den beiden sphärischen Coordinaten, die den Ort an der Himmelskugel angeben,**) auch noch von der Entfernung des Planeten von der Sonne abhängen. Da dies letztere Element bei jenem Verfahren fehlt, so musste es durch eine willkürliche Annahme ersetzt werden, und dies geschah durch die Hypothese der Kreisbewegung. Nachdem sich aber diese einmal als falsch erwiesen hatte, war Keppler genöthigt, auch die Entfernungen des Mars von der Sonne (die Grösse des Radius Vector) mit in Rechnung zu nehmen. Als er dieses that, entdeckte er die Ovalgestalt der Marsbahn. Die Figur dieses Ovals suchte er nach physischen Ansichten zu construiren, die er sich unterdess über die Bewegung des Mars gebildet hatte. Allein dies so construirte Oval gab die Entfernungen um ebenso viel zu kurz, als die Ellipse zu lang. Dieser Umstand und ein glücklicher Zufall führten ihn zur Entdeckung des Gesetzes der Veränderung des Radius Vector während des Umlaufs des Planeten in seiner Bahn. Dieses Gesetz liess sich durch ein Schwanken (*Libratio*) des Planeten in dem Durchmesser eines

*) *Sola igitur haec octo minuta*, sagt Keppler, *viam praeiverunt ad totam Astronomiam reformandam.*

**) Die sphärischen Coordinaten kann man beliebig auf die Ekliptik oder den Aequator beziehen. Das Letztere ist allgemein gebräuchlich geworden, seit Flamsteed die Messung der Rectascensionsunterschiede durch die Zeit in die astronomische Beobachtungskunst eingeführt hat. S. Bessel, Oerter der Fixsterne an der Himmelskugel in s. populären Vorlesungen S. 572.

Epicykels darstellen. Als er diese Schwankungen des Planeten in dem Durchmesser eines Epicykels, welche die heliocentrischen Entfernungen wechselsweise verkürzen und verlängern, noch mit den wahren Anomalien verglich, machte er endlich die Entdeckung, dass die Figur der Marsbahn eine Ellipse ist, in deren einem Brennpunkte sich die Sonne befindet. Dies ist das gewöhnlich sogenannte erste kepplersche Gesetz, welches in Verbindung mit dem oben angeführten zweiten die erste Ungleichheit der Planeten vollständig erklärte.*)

„Durch hartnäckig fortgesetzte Arbeiten, sagt Keppler, brachte ich es endlich dahin, dass sich die Ungleichheiten der Bewegung der Planeten Einem Naturgesetz unterwerfen, so dass ich mich rühmen kann, eine Astro-

---

*) Setzt man die wahre Anomalie v, die excentrische ε, den Radius Vector r, die mittlere Entfernung oder den Halbmesser des excentrischen Kreises a und die Excentricität e, und zählt man die Anomalien vom Aphelium an, so ist, wie man unmittelbar aus der Zeichnung der Figur ersieht:

$$r \cos. v = a \cos. \varepsilon + a e.$$

Nach der Polargleichung der Ellipse ist aber, ebenfalls die Anomalie vom Aphel an gezählt,

$$r = \frac{a\,(1 - e^2)}{1 - e \cos. v}$$

Daraus folgt $$r \cos. v = \frac{r - a + a e^2}{e}$$

Substituirt man diesen Werth für r cos. v in die obige Gleichung, so ist

$$\frac{r - a + a e^2}{e} = a e + a \cos. \varepsilon$$

folglich $$r = a + a e \cos. \varepsilon.$$

Diese aus der Polargleichung der Ellipse abgeleitete Relation zwischen dem Radius Vector, der halben grossen Axe, der Excentricität und der excentrischen Anomalie ist identisch mit dem Gesetz der Veränderung der Entfernungen, welches Keppler aus den Beobachtungen erhielt und das er anfangs durch eine Schwankung im Durchmesser eines Epicykels construirte (s. meine Epochen der Geschichte d. Menschheit Bd. I. S. 436.), bis er später fand, dass der Radius Vector der Ellipse sich genau ebenso verändert und dass die jedesmalige Lage des Radius Vector der wahren Anomalie entspricht. Die Grösse des Radius Vector hängt also mit seiner Lage in der Ellipse genau so zusammen, wie die kepplersche Induction diesen Zusammenhang zwischen dem Gesetz der wahren Anomalie und dem der Entfernungen gezeigt hatte. Dadurch wurde erwiesen, dass die ovalförmige Bahn des Mars eine Ellipse ist, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

nomie ohne Hypothesen errichtet zu haben.“ Ramus hatte erklärt, dass er demjenigen seine Lehrerstelle an der Universität zu Paris willig abtreten wolle, der eine Astronomie ohne Hypothesen schreiben könne. Keppler erwähnt dieser Geschichte im Eingange seines Werkes und setzt hinzu: „Du hast sehr wohl gethan, Ramus, von deinem Wort dich los zu machen, indem du deinen Lehrstuhl zugleich mit deinem Leben verliessest: denn wenn du jenen noch hättest, würde ich ihn mit Fug und Recht von dir fordern.“ In der That hat Keppler damit nicht zu viel gesagt. Denn der excentrische Kreis und die gleichförmige Bewegung, sei es um den Mittelpunkt, sei es um das *Punctum aequatorium*, waren Hypothesen, d. i. willkürliche Voraussetzungen, Annahmen ohne Grund, die die Bestätigung ihrer Richtigkeit nur durch ihre Uebereinstimmung mit den Folgen erwarten konnten. An die Stelle der Hypothesen setzte Keppler die Induction. Die Figur der Bahn wurde von ihm der Natur abgefragt, und nicht willkürlich angenommen. Diese unmittelbar aus den Beobachtungen abgeleitete Figur der Bahn konnte erst die sichere Regel für die astronomischen Berechnungen abgeben.*)

Die Versuche der Früheren, durch die Zusammensetzung gleichförmiger Kreisbewegungen den Lauf der Planeten darzustellen, hingen mehr oder minder bestimmt mit der Annahme fester Sphären zusammen. Tycho de Brahe hatte schon die Solidität dieser Sphären und die Existenz von einer solchen Maschinerie der himmlischen Bewegungen vernichtet.**) Die wahre

---

*) *Calculum astronomicum per hanc genuinam figuram informare et regere*, sagt er in dem *Epitome Astr. Cop.*

**) In dem *Epitome Astr. Cop. Lib. IV.* wirft Keppler die Frage auf: *Suntne Orbes solidi, in quibus vehuntur planetae iisque interjecta intervalla, vacua orbibus?* und beantwortet sie so: *Solidos orbes tribus rationibus refellit Tycho Braheus, una est a motu Cometarum, altera a lumine irrefracto, tertia a proportione orbium. Nam si solidi essent Orbes, Cometae non cernerentur ex uno Orbe in alium trajicere, impedirentur enim a soliditate; at trajiciunt ex uno in alium, ut demonstravit Braheus.*

A lumine porro sic: cum sint orbes eccentrici et terra ejusque superficies, in qua oculi, non sita sit in ipso centro cujusque orbis; ergo si solidi essent orbes, densiores nimirum quam illa limpidissima aura aetherea, tunc radii stellarum refracti ad Aërem nostrum pervenirent, ut docet Optica: itaque planeta irregulariter appareret et quasi in locis longe aliis, quam quae ab Astronomia praedici possent.

Figur der Planetenbahnen, welche Keppler entdeckt hatte, war von der Art, dass sie sich aus gleichförmigen Kreisbewegungen nicht wohl construiren liess. Die alte Idee der Sphärenbewegung musste also aufgegeben werden und an die Stelle der *orbes solidi*, der festen Sphären, mussten Naturkräfte treten und zwar solche Naturkräfte, aus denen sich die wahre Gestalt der Planetenbahnen erklären liess. Welche Vorstellung sich Keppler von diesen Naturkräften machte, davon will ich jetzt einen Begriff zu geben versuchen.

Nachdem das Gerüst der krystallenen Sphären weggenommen war, musste es etwas Anderes geben, wodurch sich der Planet innerhalb der Grenzen seines Gebiets erhält, und was verhindert, dass er nicht aus den Himmelsräumen herabfällt. Dies ist nach Keppler nichts Anderes, als die Trägheit, vermöge welcher jeder Körper, wenn er ausser dem Bereich einer bewegenden Kraft sich befindet, an seinem Orte in Ruhe bleibt.*) Nun besitzt aber die Sonne eine bewegende Kraft und daher kommt es, dass die Planeten nicht in Ruhe bleiben, sondern sich um die Sonne drehen. Dass die „Quelle der Bewegung" in der Sonne liegt, erkennt man aus zwei Thatsachen. Einmal ist die Bewegung der entfernteren Planeten langsamer, als die der näheren, und dann beschleunigt sich die Bewegung jedes einzelnen Planeten sowie er der Sonne näher kommt: in seinem Perihel bewegt sich jeder Planet am schnellsten, in seinem Aphel am langsamsten.

Tertia ratio est ipsius Brahei accomodata principiis: testantur illa, ut et Copernicana, Martem fieri quandoque propiorem terris, quam est Sol: hanc vero permutationem non potuit Braheus credere possibilem, si solidi sint orbes, cum Martis orbis deberet intersecare orbem Solis.

Die festen Sphären (*orbes solidos*) haben in die blosse Hypothese des Ptolemäus zuerst die Araber und Georg Purbach eingeführt. Riccioli *Almagest. novum Lib. VII. Sect. II. p.* 507.

*) Keppler verbindet noch mit dem Begriff der Trägheit den Begriff der absoluten Ruhe; von der Relativität aller Bewegung hat er keine Ahnung. Die beiden grossen Zeitgenossen, Galilei und Keppler, gehen also auch hier in ihren Grundansichten weit auseinander. Während Keppler noch hartnäckig an der pythagorischen Vorstellung von der absoluten Weltkugel festhält, befindet sich Galilei schon ganz und gar auf dem Boden der hylologischen Weltansicht, deren Verständniss er allerst durch die Gründung der mathematischen Naturphilosophie eröffnet hat.

Die Sonne besitzt eine Axendrehung nach derselben Gegend, nach welcher die Bewegung aller Planeten erfolgt und zwar ist die Periode ihrer Umwälzung kleiner, als die Umlaufszeit des Merkur, des nächsten Planeten.*) Die Ursache dieser Axendrehung kann nur in einer *Anima motrix*, welche in der Sonne ihren Sitz hat, gesucht werden. Dass eine solche Seele in dem Sonnenkörper wohne, zeigen schon die Veränderungen auf seiner Oberfläche, der wechselnde Sonnenglanz und die Sonnenflecken, die *mutatis mutandis* unseren Wolkenbildungen vergleichbar sind, und sowie die letztern durch den Erdgeist hervorgebracht werden, so entstehen die erstern durch die *Anima* der Sonne. Diese Seele ist es auch, welche den Sonnenkörper entzündet und zur Lichtquelle des Universums macht. Weil, nach Keppler's Meinung, die Sonne der dichteste Weltkörper ist, so schliesst er, dass die Kraft dieser Seele, welche eine so hartnäckige Masse bewältigt und entzündet, sehr gross sein müsse.

Keppler erhebt sich also hier zu dem Begriff einer bewegenden Kraft der Sonne, aber diese bewegende Kraft wird noch gleichsam nach dem Vorbild einer *Forma substantialis* als ein Wesen und nicht als ein blosses Causalprädicat der Substanz gedacht.**) Indessen spricht Keppler dieser Seele doch den Geist (*mens* oder *intelligentia*) ab, weil zur Hervorbringung der Bewegung dieser nicht nöthig sei.

Durch ihre Axendrehung setzt nun die Sonne auch die Planeten in Bewegung. Den Hergang dieser Bewegung denkt er sich so. Aus der Sonne

---

*) Keppler hatte die Axendrehung der Sonne schon im *Comment. de stella Martis* zuversichtlich behauptet. Ein Jahr nach dem Erscheinen dieses Werkes wurde sie entdeckt durch Beobachtung der Sonnenflecke beinahe gleichzeitig von Galilei und Johann Fabricius, dem Sohne des scharfsinnigen und kenntnissreichen David Fabricius, welcher letzterer längere Zeit sich in Uranienburg bei Tycho aufgehalten hatte und mit Keppler um den Preis seiner Entdeckungen rang, wie später Robert Hooke mit Neuton.

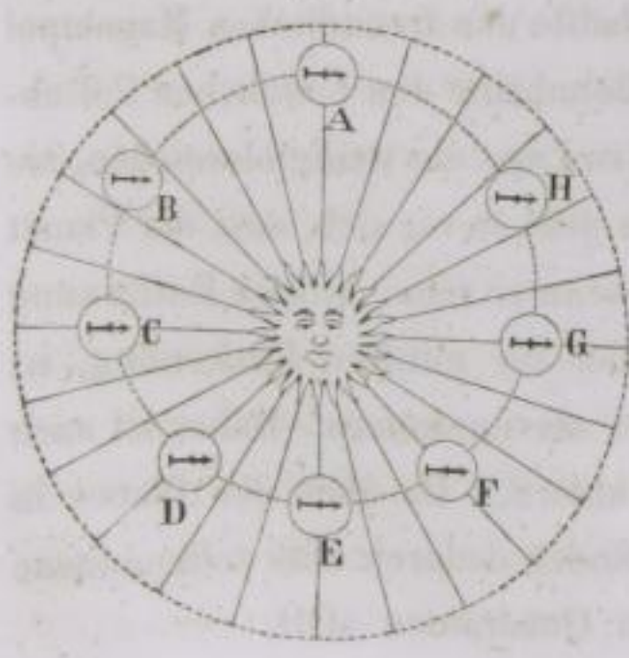
**) Er nennt sie *Speciem corporis Solaris immateriatam, effluentem usque ad planetas et ultra* und unterscheidet sie noch von ihrer *vis seu energia, quae comminus prensat et movet planetam*, so, *ut illa sit hujus subjectum, licet non corpus, sed immateriata corporis species.* (*Epitome Astr. Cop. Lib. IV. p.* 523.) Man sieht hieraus offenbar, dass er sich seine Sonnenkraft noch nach der Form einer Entelechie und nicht als mechanische Kraft dachte.

strömt die bewegende Kraft nach allen Richtungen in geraden Linien aus. Indem sich nun die Sonne um ihre Axe dreht, drehen sich auch diese Richtungslinien der Kraft mit um und reissen die ruhenden Planeten mit sich fort. Die rotirende Sonne versetzt die ausströmende Kraft in Wirbel und diesem Wirbel folgen die Planeten, welche, ihrer Trägheit allein überlassen, in ewiger Ruhe an demselben Orte des Raumes verharren würden. Hierin liegt die erste Idee der cartesischen Wirbel. Cartesius hat an die Stelle der aus der Sonne ausströmenden Kraft ein Fluidum, Strömungen des Aethers gesetzt, welche die Ekliptik unter verschiedenen Winkeln durchschneiden und in denen die Planeten wie ein Nachen auf einem Flusse schwimmen. Er brachte die Theorie der himmlischen Bewegungen der Mechanik um einen Schritt näher, indem er sie als ein Problem der Hydrodynamik betrachtete. Erst nach Huyghen's Entdeckungen fing man zuerst in England an, sie als ein Problem der Centralbewegung anzusehen. Fast gleichzeitig tauchte daselbst in dem Geiste des Robert Hooke, Halley und Neuton der Gedanke auf, dass nicht bloss die irdischen Körper, sondern auch die Gestirne in den Himmelsräumen den von Galilei entdeckten Gesetzen des Falls gehorchen. Diese Idee einer Centralbeschleunigung liegt den physikalischen Ansichten Keppler's durchaus fern.

Dass nun aber die Umlaufszeit aller Planeten mit der Rotationsdauer der Sonne nicht zusammenfällt, hat zwei Gründe. Einmal wird die bewegende Kraft mit ihrer Entfernung von der Sonne schwächer und dann leisten die einzelnen Planeten der Umdrehungskraft der Sonne vermöge ihrer Trägheit Widerstand und dies um so grösseren, je grösser ihre Masse ist. Diese von der Sonne ausströmende Kraft ist also etwas ganz Anderes, als die Schwere, mit der man sie häufig verwechselt hat. Die letztere ist eine Anziehungskraft, die erstere dagegen eine Umdrehungskraft, eine wahre Tangentialkraft, wenn wir die Vorstellungsweise Keppler's auf unsere mechanischen Begriffe bringen wollen. Auch meint er, dass sie nicht mit dem Quadrat der Entfernung, sondern im einfachen Verhältniss der Entfernung abnehme, und zwar aus einem sonderbaren Grunde, — weil die Axendrehung der Sonne nur in einer Richtung erfolgt. Wenn Licht aus einem

selbstleuchtenden Punkte ausströmt, so verbreitet sich dieselbe Quantität Licht in einer doppelten Entfernung über eine viermal grössere Fläche, weil es der Länge und Breite nach auseinanderfliesst. Aber die aus der Sonne ausströmende bewegende Kraft kann sich wegen der Axendrehung der Sonne nur in Länge ausbreiten. Daher nimmt diese Kraft auch nur im einfachen Verhältniss der Entfernungen ab. Nach der Meinung der Alten waren die *Virtutes motrices* der himmlischen Körper einfache Wesen, göttliche Intelligenzen, die sich in ihrer Wirksamkeit immer gleich bleiben. Daher die Gleichförmigkeit der himmlischen Kreisbewegung. Die *Anima motrix* oder die kepplersche Sonnenkraft, gleichsam eine im Geiste des kopernikanischen Systems umgewandelte platonische Weltseele, steht gewissermaassen in der Mitte zwischen den Intelligenzen der Sphären (Führern der Planeten), wie man sich dieselben von Aristoteles bis auf Fracastoro dachte, und der neutonschen Gravitation.

Dass nun aber die Planeten durch die Einwirkung dieser Kraft keine Kreise, sondern Ellipsen um die Sonne beschreiben, erklärt Keppler weiter so. In jedem Planeten befindet sich eine Magnetaxe, welche stets nach ein und derselben Himmelsgegend gerichtet ist und daher während des Umlaufs des Planeten um die Sonne sich beständig parallel bleibt, ähnlich dem Parallelismus der Erdaxe. Das Dasein dieser Magnetaxen verbürgt der Erdmagnetismus. Da nun die magnetische Axe des Planeten beständig nach derselben Weltgegend gerichtet bleibt, so nimmt sie auch an der Axendrehung des Planeten keinen Theil, gerade so wie die Magnetnadel des Compasses ihre Lage unverändert beibehält, wenn man auch die Compassbüchse umdreht. Der eine Pol dieser Magnetaxe nun ist der Sonne freundlich, der andere ist ihr feindlich. Daraus und aus der beständigen Parallelität dieser Axe während des planetarischen Umlaufs ergiebt sich dann die Ellipsenform der Planetenbahnen.



Gesetzt der Planet stehe in A und die Magnetaxe kehre ihre Seite der Sonne zu, so dass beide Pole von der Sonne gleich weit abstehen, so wird die Sonne den Planeten weder anziehen noch abstossen, sondern nur um sich herumdrehen. Durch diese Umdrehung kommt der Planet succesiv in die Lagen B, C, D u. s. w. In diesen Lagen ist anfangs der freundliche Pol der Sonne zugekehrt, der feindliche von ihr abgewendet. Der Planet wird daher in diesem Theile seiner Bahn von der Sonne angezogen und er wird sich ihr nähern, bis er nach E kommt. In diesem Punkte steht die Anziehung und Abstossung wieder im Gleichgewichte wie bei A. Wenn der Planet über E hinauskommt, wendet die Magnetaxe desselben ihren feindlichen Pol der Sonne zu und den freundlichen von ihr ab. Der Planet wird daher in seiner andern Bahnhälfte von E bis A ebenso von der Sonne abgestossen, wie er in der ersten von derselben angezogen wurde und er entfernt sich von ihr bis zum Punkte seines Aphels. So entstehen die Librationen oder die Veränderungen der heliocentrischen Entfernungen, welche die Excentricität hervorbringen. Dass nun diese Librationen oder die Excentricitäten nicht bei allen Planeten in ein und demselben Verhältniss zu den mittlern Entfernungen stehen, davon ist die physische Ursache (*causa instrumentalis*) die verschiedene Stärke der Magnetaxen der einzelnen Planeten; der Zweck (*causa finalis*) dieser Verschiedenheit ist aber die Harmonie: die Excentricitäten mussten so gewählt werden, dass das Verhältniss der grössten zur kleinsten Geschwindigkeit ein harmonisches würde.

Da nun aber die Sonne in der einen Bahnhälfte den freundlichen Magnetpol der planetarischen Axe anzieht, in der andern Bahnhälfte den feindlichen Pol abstösst, so muss die Magnetaxe von ihrer parallelen Lage ein wenig abweichen, sie muss eine Inclination erleiden. Diese Inclination geht so vor sich, dass der Planet seine Magnetaxe genau nach der Sonne richtet, wenn er seine mittlere Entfernung erreicht. In dem obern Quadranten, vom Aphel zur mittlern Entfernung, ist zwar der Planet weiter von der Sonne entfernt als im untern. Daher ist auch die Anziehung im obern schwächer, als im untern. Da aber der Planet in jenem länger, in diesem kürzer verweilt, so findet dadurch eine vollkommene Ausgleichung zwischen dem obern und untern Quadranten statt.

Wenn nach einem vollständigen Umlauf die Magnetaxe nicht ganz genau in ihre ursprüngliche Lage zurückkehrt, sondern eine geringe Inclination übrig bleibt, so ist offenbar die Folge davon eine Bewegung der Apsidenlinie der Planetenbahn.

Sowie Keppler die Ellipse als eine durch Libration entstandene Abweichung vom Kreise betrachtet, ebenso sieht er die Neigung der Planetenbahnen als eine Abweichung von der Ekliptik an,*) wobei er vorauszusetzen scheint, dass der Sonnenäquator in der Ekliptik liege. Der in der Ekliptik rotirende Strom der Sonnenkraft würde nemlich auch die Planeten in der Ekliptik mit umführen, wenn nicht die Umdrehungsaxe jedes Planeten mit dem Strom einen beständigen Winkel machte und dadurch gleichsam wie ein schiefgehaltenes Ruder wirkt, indem sie den Körper des Planeten wechselsweise in den Strom eintauchen und wieder auftauchen macht.

Dies sind die Grundzüge der „Physik des Himmels", welche nach seinem eigenen Ausdruck Keppler, statt der Metaphysik des Aristoteles, in seinem Commentar über den Stern Mars vortrug.

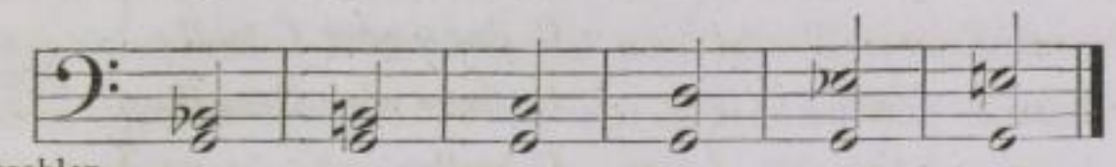
---

*) *Epitome Astr. Copern. Lib. IV. p. 602 sqq.*

IV. DIE HARMONIE DES HIMMELS.

Die Resultate der Physik des Himmels bestanden in zwei Dingen: einmal in der Kenntniss der richtigen Elemente der Planetenbahnen (mittlere Entfernungen, Excentricitäten u. s. w.) und dann in der Entdeckung der wahren Regel für die Berechnung der Planetenörter aus diesen Elementen. Jene Elemente waren nicht aus Hypothesen, sondern aus Beobachtungen entnommen und diese Regel lehrte, dass die Oerter der Planeten aus den Bahnelementen vermittelst einer andern Figur der Bahn, als des Kreises, und nach einem ganz anderen Bewegungsgesetz, als dem bisher angenommenen, abgeleitet werden müssen. Als nun Keppler diese Resultate der himmlischen Physik auf sein Geheimniss des Weltbaues anwendete, kam er auf die Harmonie des Himmels, und dieser gehört sein drittes Gesetz an. In seinem *Mysterio Cosmographico* findet sich noch keine Spur von einer Idee der Sphärenharmonie, wohl aber eine bloss musikalische Speculation, in der er zeigt, dass man über ein und demselben Grundton nur 5 Accorde aufbauen kann, wenn man die Töne des Dreiklangs aus derselben Saite und ihren aliquoten Theilen entnimmt. Gesetzt, man habe eine Saite von bestimmter Länge, so liegen zwischen ihrem Ton und dessen Octave gerade so viel consonirende Töne, als es rationale Theilungen der Saite giebt, so dass die Theile sowohl unter sich als mit der ganzen Saite consoniren. Dies zeigt folgendes Schema:

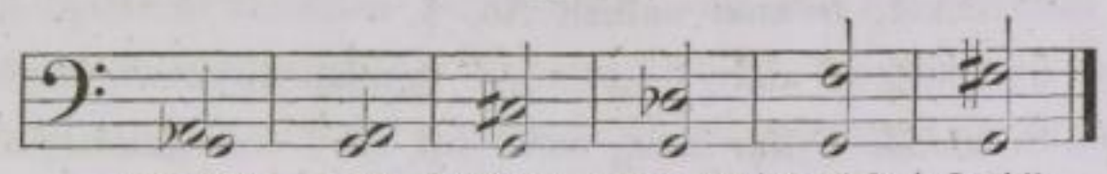
I.



Schwingungszahlen oder umgekehrt Saitenlängen: 5 : 6 | 4 : 5 | 3 : 4 | 2 : 3 | 5 : 8 | 3 : 5

Dies sind alle Combinationen von je 2 Tönen, welche Consonanzen geben; möglich, aber dissonirend wären z. B. noch folgende Verbindungen:

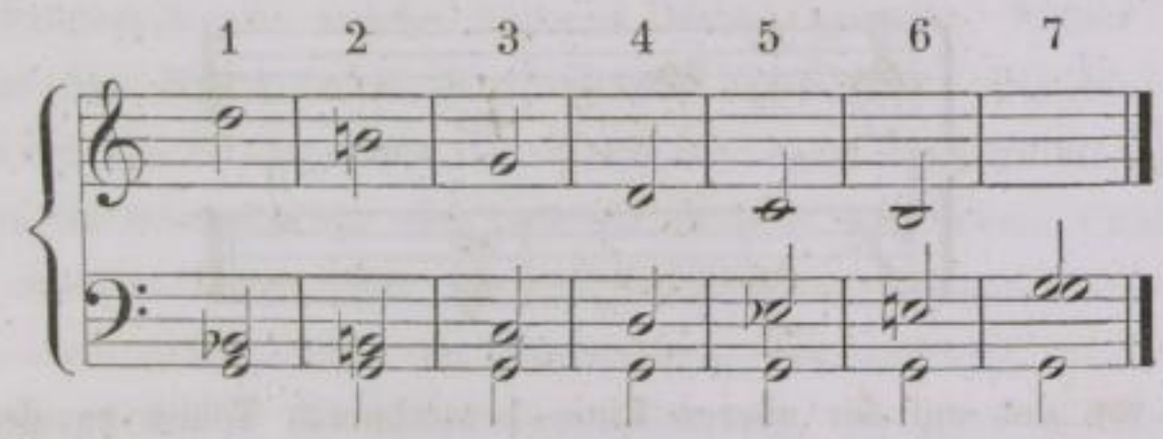
II.



15:16 | 8:9 | 32:45 | 45:64 | 9:16 | 8:15

Theilt man nun eine Saite, welche den untern Ton der bei I. aufgezählten Intervalle angiebt, so (durch einen Steg u. s. w.) in zwei Theile, dass der eine Theil den obern Ton des Zweiklanges angiebt, so giebt der andere Theil jedesmal einen Ton, welcher mit den beiden andern consonirt; nämlich:

III.



Saitenlängen:							
	1	1	1	1	3	2	1
	5	4	3	2	5	3	1
	6	5	4	3	8	5	2.

Hier bezeichnet die unterste Note den Ton der ganzen Saite, die obere den Ton des kürzeren und die mittlere den Ton des längeren Saitenstücks. Die untere Zahl zeigt an, in wie viel Theile die Saite getheilt ist, die beiden andern Zahlen geben die Länge jedes ihrer beiden Stücken an.

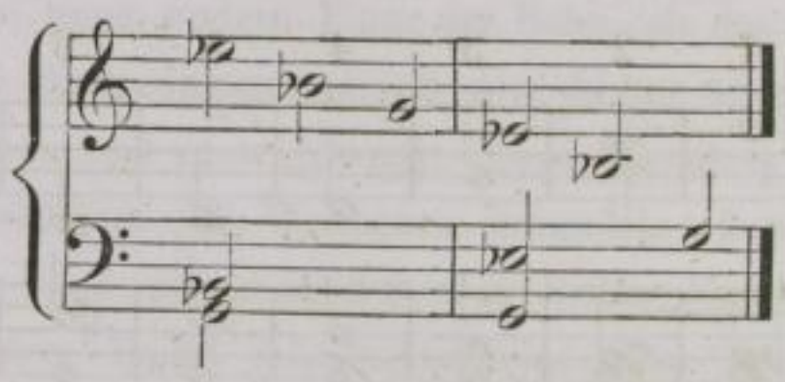
Der 1.	Zusammenklang	giebt	den		*G moll*-	Dreiklang.
„ 2.	„	„	„	„	*G dur*-	
„ 3.	„	„	„	„	*C dur*- oder *C moll*-	
„ 4.	„	„	„	„	*G dur*- oder *G moll*-	
„ 5.	„	„	„	„	*C moll*-	
„ 6.	„	„	„	„	*E moll*-	

Der 7. enthält bloss die Verdoppelung des Basstones.

Aus allen sieben Zusammenklängen lassen sich nur folgende fünf Accorde bilden:

1. *G moll* enthält No. 1.
2. *G dur* „ 2 oder 4.
3. *C dur* „ 3.
4. *C moll* „ 5 oder 3.
5. *E moll* „ 6.

Bloss musikalisch betrachtet, könnte man noch zwei verschiedene Lagen von *Es dur* über g bauen, nemlich die eine über 1 von I, die andere 5 bei I. Beide aber passen nicht zu der angenommenen Eintheilung der Saite:



man mag von den auf der oberen Linie bezeichneten Tönen zu den unten stehenden Zweiklängen nehmen, welchen man wolle, es kann nie das verlangte Verhältniss der Saitentheilung herauskommen, da $\frac{B}{G}\left(=\frac{5}{6}\right)$ immer $\overline{\overline{d}}$ (= 1) und $\frac{es}{G}\left(\frac{=5}{=8}\right)$ immer $\overline{c}$ (= 3) verlangt.

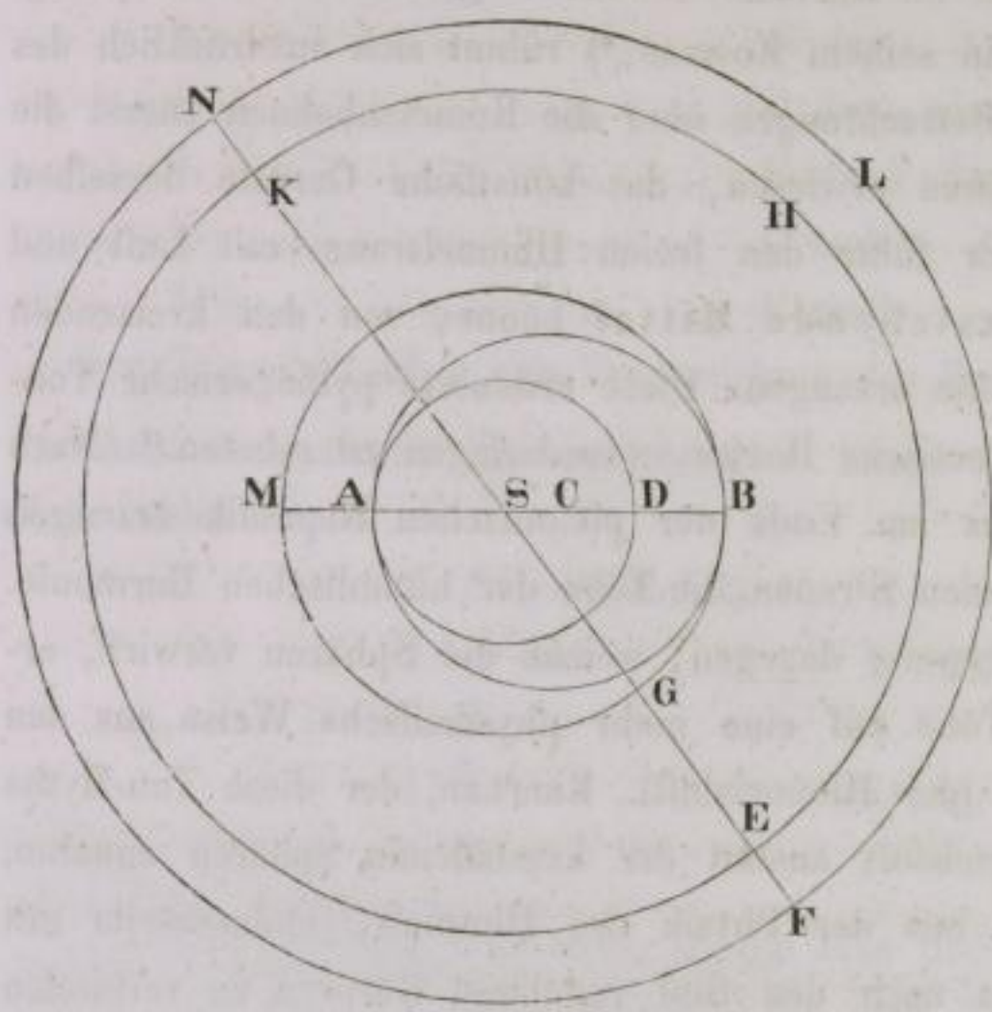
Ausser der Fortsetzung seiner pythagorischen Studien und der Erweiterung seiner Ansichten hat vielleicht auch die Verbindung mit Tycho

die Idee der Weltharmonie in Keppler erweckt. „Tycho de Brahe, sagt Alexander von Humboldt in seinem Kosmos,*) rühmt sich ausdrücklich des Verdienstes, durch seine Betrachtungen über die Kometenbahnen zuerst die Unmöglichkeit solider Sphären erwiesen, das künstliche Gerüste derselben zertrümmert zu haben. Er füllte den freien Himmelsraum mit Luft und glaubte sogar, das widerstehende Mittel könne, von den kreisenden Weltkörpern erschüttert, Töne erzeugen. Diese erneuerte pythagorische Ton-Mythe glaubte der wenig poetische Rothmann widerlegen zu müssen.“ Nach dem astronomischen Mythus am Ende der platonischen Republik erzeugen die auf den Sphären sitzenden Sirenen die Töne der himmlischen Harmonie. Die tychonische Vorstellungsweise dagegen, welche die Sphären verwirft, erklärt die Entstehung der Töne auf eine mehr physikalische Weise aus den Schwingungen des Aethers (der Himmelsluft). Keppler, der diese Ton-Mythe ebensowohl wie die Himmelsluft anstatt der krystallenen Sphären annahm, musste dieselbe einerseits mit der Physik des Himmels, andererseits mit seiner Idee des Weltbaues nach den fünf regulären Körpern zu verbinden suchen.**)

Man würde sehr irren, wenn man glauben wollte, die grossen astronomischen Entdeckungen, welche Keppler bisher gemacht, hätten sein Vertrauen auf das *Mysterium Cosmographicum* erschüttert. Die Idee der fünf regulären Körper als Archetyp des Weltbaues hatte ihm im Gegentheil als eine Regel im Suchen, als eine leitende Maxime bei seinen Entdeckungen gedient, und im Besitz der richtigen Elemente der Planetenbahnen musste es seine erste Aufgabe sein zu untersuchen, mit welchem Grade der Genauigkeit jene Idee in der Natur verwirklicht sei. Es stehe die Sonne in S

*) Bd. 2. S. 353.

**) Demohnerachtet stellt Keppler die Hörbarkeit der Himmelsharmonie ausdrücklich in Abrede. *Duo sunt,* sagt er *Harm. L. V. c. 4., quae nobis harmonias in rebus naturalibus patefaciunt, vel lux vel sonus: illa per oculos, sensusve occultos oculis analogos, hic per aures, recepti; quas species occupans mens, sive instinctu sive per ratiocinationem Astronomicam vel Harmonicam, dijudicat concinnum ab inconcinno. Jam soni in coelo nulli existunt, nec tam turbulentus est motus, ut ex attritu aurae coelestis eliciatur stridor.*



und es seien um diese als Mittelpunkt mit den Halbmessern SA = der kleinsten und SB = der grössten Entfernung eines Planeten zwei Kreise oder zwei Kugeln beschrieben; so liegt zwischen diesen die Planetenbahn AB und es ist die Dicke DB der Kugelschaale gleich der doppelten Excentricität der Planetenbahn. Denn, da AC = CB und AS = SD, so ist DB = SB — AS

$$SB = CB + SC$$
$$AS = AC - SC = CB - SC$$
$$DB = 2\ SC.$$

Liegt nun zwischen den Kreisen EHK und FLN die nächst obere Planetenbahn, so müsste nach Keppler's Idee der innere Kreis EHK des obern Planeten mit der umschriebenen und der äussere Kreis BGM des unteren Planeten mit der eingeschriebenen Kugeloberfläche des zwischen beiden Planeten befindlichen Polyeders zusammenfallen. Als er nun die Entfernungen der Planeten aus den braheschen Beobachtungen vollständig berechnet hatte, fand sich Folgendes. Wenn man die Winkel des Würfels in den innersten Kreis des Saturn einpasst, so berühren die Mittelpunkte seiner Seiten fast den mittleren Kreis des Jupiter. Das Tetraeder dagegen mit seinen Ecken auf den innersten Kreis des Jupiter gestellt, berührt mit den Centris seiner Seitenflächen fast den äussersten Kreis des Mars. Bei der Venus fallen der geringen Excentricität wegen fast alle drei Kreise zusammen und

wenn man auf einen derselben das Octaeder mit seinen Ecken stellt, so dringen die Mittelpunkte seiner Seitenflächen tiefer als der äussere Kreis in die Merkursbahn ein, erreichen aber nicht ganz den mittleren Kreis derselben. Während sonach die Seitenflächen des Würfels und des Octaeders die äusseren Kreise der zugehörigen Planetenbahnen durchschneiden, so reichen dagegen die Seitenflächen des Icosaeders und des Dodecaeders nicht ganz bis an den äusseren Kreis ihrer Planetenbahnen heran, selbst dann nicht, wenn man die Erdbahn um den Halbmesser der Mondbahn vergrössern wollte. Nur das Tetraeder passt ziemlich genau in den Zwischenraum zwischen Mars und Jupiter. Die Verhältnisse je zweier benachbarter Planetenbahnen nähern sich zwar den Verhältnissen der beiden Kugeln, die man in und um die zugehörigen Polyeder beschreiben kann, aber sie kommen denselben nicht gleich, wie Keppler anfänglich voraussetzte. Daraus schloss er, die verhältnissmässigen Abstände der Planeten von der Sonne seien aus den regulären Körpern nicht allein entnommen, denn es könne die Gottheit, der Urquell der Geometrie, von ihrem Urbilde (*Archetypo*) nicht abweichen. Dies bestätigt der Umstand, dass bei jedem Planeten während seines Umlaufs die Entfernungen oder Abstände von der Sonne sich ändern, so dass es ein Maximum und ein Minimum derselben giebt. Es findet daher zwischen je zwei benachbarten Planeten eine vierfache Vergleichung der Entfernungen statt. Dies giebt für das ganze Planetensystem zwanzig Verhältnisse zwischen den Entfernungen je zweier benachbarter Planeten, während aus den regulären Körpern für sich allein nur fünf folgen. Es liege aber in der Natur der Sache, meint Keppler, dass der Schöpfer, da er das Verhältniss der Kreise (*Orbium*) im Allgemeinen geordnet, auch Sorge getragen habe für das Verhältniss der Veränderungen der Entfernungen jedes einzelnen Planeten ins Besondere. Jene Abweichung des Weltbaues von den fünf regulären Körpern und diese Veränderung der Entfernungen während des Umlaufs jedes einzelnen Planeten in seiner Bahn, hat nun nach Keppler's Ansicht einen gemeinschaftlichen Grund, und dieser liegt in der Harmonie des Himmels. Denn diese Harmonie ist die Einheit und das Band des Ganzen, der Schmuck der Welt, die Krone der Schöpfung.

Zwei Grundgesetze gelten also für den Weltbau: das geometrische der fünf regulären Körper und das musikalische der Harmonieen und zwar so, dass das eine dem andern angepasst ist. In welchen zur Planetenbewegung gehörenden Dingen sind nun aber die harmonischen Verhältnisse vom Schöpfer ausgeprägt worden und wie?

Diese Harmonieen können gesucht werden: 1) in den verhältnissmässigen Abständen der Planeten von der Sonne, 2) in den Umlaufszeiten, 3) in dem Bogen der Bahn, den der Planet täglich zurücklegt, 4) in der Zeit, die der Planet braucht, um gleich grosse Bogen seiner Bahn zu beschreiben, 5) in den Winkeln an der Sonne, die den zurückgelegten Bögen entsprechen oder, wie wir sagen würden, in der täglichen heliocentrischen Winkelbewegung des Planeten.

Alle diese Dinge sind mit Ausnahme der Umlaufszeiten durch den ganzen Umlauf hindurch veränderlich und zwar erfolgen diese Veränderungen am langsamsten in der Nähe des Perihels und Aphels, am schnellsten, wenn der Planet seine mittlere Entfernung erreicht.

Endlich kann man die harmonischen Verhältnisse zwischen diesen Stücken entweder in der Bewegung eines einzigen Planeten für sich, oder in der Verbindung verschiedener Planeten suchen. So dass man endlich 6) auch noch die tägliche Länge des Weges je zweier Planeten mit einander vergleichen kann.

In den Umlaufszeiten fand Keppler keine harmonischen Verhältnisse ausgedrückt. Gegenwärtig können wir den Grund dieser Disharmonie angeben: er liegt in der Incommensurabilität der Umlaufszeiten. Da aber die Gottheit Nichts ohne geometrische Schönheit geordnet hat und da sich diese in den Umlaufszeiten selbst nicht unmittelbar findet, so müssen diese Umlaufszeiten von einem andern Gesetz abhängen, um dessentwillen sie so geordnet sind. Nun ist aber offenbar die Umlaufszeit die Summe aller der veränderlichen Zeiträume, in denen der Planet gleiche Bogen seiner Bahn beschreibt (*Tempora periodica collecta sunt ex Moris, longissimis, mediocribus*

et tardissimis).*) Es muss also in diesen veränderlichen Zeitintervallen oder in dem, was denselben im Geiste ihres Urhebers zu Grunde lag, jenes geometrische Gesetz sich finden. Bedeutet t den Zeitraum, in welchem der Radius Vector den elliptischen Sector $\frac{1}{2} r^2 dv$ überstreicht, so ist nach dem zweiten Gesetz Keppler's:

$$t : t' = r^2 dv : r'^2 dv'$$

Ist nun hier $r dv = r' dv'$, so ist

$$\frac{t}{t'} = \frac{r}{r'}$$

Setzt man aber $t = t'$, so ist $r^2 dv = r'^2 dv'$ folglich

$$\frac{r dv}{r' dv'} = \frac{r'}{r}$$

d. h. bei gleichen Bogen verhalten sich die Zeiten wie die Entfernungen, und bei gleichen Zeiten verhalten sich die Bogen umgekehrt wie die zugehörigen Entfernungen. Wenn man daher bei ein und demselben Planeten die Bogen oder die Zeiten, die er zur Beschreibung gleicher Bogen braucht, oder die Abstände dieser Bogen von der Sonne unter einander vergleicht, so fallen diese drei Stücke in eine Betrachtung zusammen; die Verhältnisse des einen Stücks geben auch sofort die Verhältnisse der beiden andern. Und da nun alle diese Stücke bei jedem Planeten veränderlich sind, so ist kein Zweifel, dass, wenn einige geometrische Schönheit darin angetroffen werden sollte, diese in ihren Extremen, in dem Aphelium und Perihelium gesucht werden müsse. Denn wenn nur einmal dafür gesorgt ist, dass zwischen der grössten und kleinsten Entfernung geometrische Verhältnisse bestehen, so ist es nicht nöthig, die zwischenliegenden Verhältnisse einer

*) Denkt man sich die ganze Bahnlänge s in lauter gleiche Bogenelemente getheilt und setzt man ein solches Bogenelement $= ds$, so ist das Zeitintervall dT, welches der Planet zur Beschreibung desselben braucht, $= \frac{1}{v} ds$ und folglich die ganze Umlaufszeit

$$T = \int_0^s \frac{1}{v} ds.$$

bestimmten Zahl anzupassen, denn sie folgen dann von selbst, durch die Nothwendigkeit der planetarischen Bewegung von einem Extrem zum andern durch alles Dazwischenliegende.

Diese grössten und kleinsten Entfernungen eines jeden Planeten von der Sonne, wie sie Keppler durch siebzehnjährigen beharrlichen Fleiss aus den tychonischen Beobachtungen berechnet hat, sind, die mittlere Entfernung der Erde = 1000, folgende:

♄	Aphel	=	10052	= a
	Perihel	=	8968	= b
♃	Aphel	=	5451	= c
	Perihel	=	4949	= d
♂	Aphel	=	1665	= e
	Perihel	=	1382	= f
♁	Aphel	=	1018	= g
	Perihel	=	982	= h
♀	Aphel	=	729	= i
	Perihel	=	719	= k
☿	Aphel	=	470	= l
	Perihel	=	307	= m.

Diese *extrema intervalla* jedes einzelnen Planeten unter sich verglichen, geben keine harmonischen Verhältnisse. Vergleicht man jedoch die zweier benachbarter Planeten unter einander, so erhält man zwar harmonische Verhältnisse, aber keine musikalisch brauchbaren. Diese Extreme der Abstände eines Planeten von der Sonne bestimmen indess nicht die Grösse der Kugel, innerhalb welcher die Planetenbahn liegt, sondern die Geschwindigkeit der Bewegung in den beiden entgegengesetzten Punkten der Apsidenlinie. Die Grösse des Halbmessers der Planetensphäre (*Orbis*) oder die mittlere Entfernung ist vorzugsweise aus den fünf regulären Körpern entnommen, aber die Bewegungen sind nach den Regeln der Harmonie gebildet. Die Harmonie liegt also nicht in den Entfernungen, sondern in den Bewegungen selbst (*in ipsis motibus, non in intervallis*).

Wenn man die Verhältnisse der Bewegungen aufsuchen will, so liegt zunächst, die Bogen d. h. die Wege unter einander zu vergleichen, welche die Planeten in gleichen Zeiten zurücklegen. Damit erhält man aber nur die umgekehrten Verhältnisse der Entfernungen, welche ebenfalls disharmonisch sind. Diese Disharmonie hat zwei Gründe: einmal beziehen sich jene Bogenlängen bei jedem Planeten auf ein anderes Maass (einen andern Halbmesser) und dann wird die Grösse des Bogens an dem Mittelpunkte jeder Planetenbahn gemessen, in diesem befinden sich aber keine Wesen, um die Harmonie zu empfinden. Die Harmonie des Himmels kann daher nur erkannt werden, wenn man die Bewegungen der Planeten von der Sonne aus betrachtet, d. h. sie liegt in den heliocentrischen Winkelbewegungen.

Wenn man nun nach den tychonischen Beobachtungen die heliocentrischen Winkelgeschwindigkeiten der Planeten in ihren Aphelien und Perihelien, also die kleinsten und grössten Bewegungen mit einander vergleicht, so stellen sich dieselben folgendermaassen dar:

$\frac{a}{d} = 1/3$, $\frac{b}{c} = 1/2$	♄	Aphel = 1′46″ = a Perihel = 2′15″ = b	$\frac{1'48''}{2'15''} = 4/5$,	grosse Terz.
$\frac{c}{f} = 8/1$, $\frac{d}{e} = 1/5$	♃	Aphel = 4′30″ = c Perihel = 5′30″ = d	$\frac{4'35''}{5'30''} = 5/6$,	kleine Terz.
$\frac{e}{h} = 5/12$, $\frac{f}{g} = 2/3$	♂	Aphel = 26′14″ = e Perihel = 38′ 1″ = f	$\frac{25'21''}{38'\ 1''} = 2/3$,	Quinte.
$\frac{g}{k} = 3/5$, $\frac{h}{i} = 5/8$	♁	Aphel = 57′ 3″ = g Perihel = 61′18″ = h	$\frac{57'28''}{61'18''} = 15/16$,	Halbton.
$\frac{i}{m} = 1/4$, $\frac{k}{l} = 3/5$	♀	Aphel = 94′50″ = i Perihel = 97′37″ = k	$\frac{94'50''}{98'47''} = 24/25$,	Diesis.
	☿	Aphel = 164′ 0″ = l Perihel = 384′ 0″ = m	$\frac{164}{394} = 5/12$,	Octave mit kleiner Terz.

Diese Tabelle ist die Basis von Keppler's Harmonie des Himmels. Aber was ist der Sinn derselben und was beabsichtigt Keppler mit seiner

ganzen Phantasie? Zuletzt beabsichtigt er eine Erklärung der Excentricität der Planetenbahnen. Diese Excentricitäten waren von Anfang an das Räthsel seiner astronomischen Speculation und durchdrungen von dem Glauben an eine Naturnothwendigkeit, forschte er auch nach einem Grunde der Excentricität. Durch seine Entdeckung, dass die Figur der Bahn eine Ellipse ist, hatte die Sache eine etwas andere Gestalt gewonnen. Denn beim Kreise ist die Excentricität überhaupt etwas Zufälliges, bei der Ellipse dagegen liegt sie in der Natur der Curve selbst und bestimmt ein ganz neues astronomisches Element: die Form der Bahn. Beim Kreise kommt nemlich nur die Grösse in Frage, bei der Ellipse aber auch noch die Form. Denn alle Kreise sind ähnliche Figuren, sollen aber Ellipsen einander ähnlich sein, so müssen sie gleiche Excentricität haben. Da Keppler einmal voraussetzte, dass die Grösse der Bahn von einem Gesetz abhänge, so durfte er ein solches auch für die Form derselben vermuthen, und es kam jetzt darauf an, dieses Gesetz selbst ausfindig zu machen. Ein solches Gesetz würde den grössten praktischen Nutzen gewähren, indem es gestattete die Elemente der Planetenbahnen mit mathematischer Schärfe *a priori* zu bestimmen. Wie sich für Keppler diese Aufgabe stellen musste, lässt sich so überblicken.

Die vollständigen Elemente der Planetenbahn sind 1) die Grösse, 2) die Gestalt, 3) die Lage der Bahn, 4) der Ort des Planeten in der Bahn zu einer bestimmten Zeit (die Epoche), 5) die Umlaufszeit, 6) die Masse.

Die Grösse ist durch die mittlere Entfernung d. h. die halbe grosse Axe, die Gestalt durch die Excentricität gegeben, die Lage hängt von drei Dingen ab: Neigung und Länge des aufsteigenden Knotens bestimmen die Lage der Bahnebene, und die Länge des Perihels giebt die Lage der Bahn in dieser Ebene an.

Die Frage nach der Gesetzmässigkeit der Lage der Planetenbahnen gehört für Keppler nicht unter denselben Gesichtspunkt, wie die Frage nach der Gesetzmässigkeit der Grösse und Gestalt der Planetenbahnen, weil hinter ihr keine metrischen Relationen stehen, vielmehr dieselbe nur rein anschaulich gegeben ist. Die Masse ist der Geometrie ganz fremd und gehört der Mechanik des Himmels an. Die Epoche endlich ist das zufällige Element,

welches nur der Beobachtung entlehnt werden kann. Also bleibt für Keppler nur die Frage nach einem Gesetz 1) für die Grösse, 2) für die Gestalt oder die Form der Ellipse und 3) für die Umlaufszeiten stehen. Das Gesetz für die Grösse der Planetenbahnen (die verhältnissmässigen Abstände der Planeten von der Sonne) suchte er in den fünf regulären Körpern, das Gesetz für die Form (die Excentricität) der Planetenellipse in der Harmonie des Himmels und wie er darauf gekommen ist, ein Gesetz der Abhängigkeit der Umlaufszeiten von den mittleren Abständen zu suchen, werde ich weiter unten zeigen.

Wie die verhältnissmässigen Abstände aus den fünf regulären Körpern folgen, ist in dem Vorhergehenden gezeigt worden; aber wie hängen die Excentricitäten mit den Harmonieen zusammen? Die Beantwortung dieser Frage führt mich zugleich auf die Erklärung der obigen Tabelle zurück.

Ein Ton ist mathematisch genommen nichts Anderes, als eine Saite von bestimmter Länge oder die Anzahl von Schwingungen, die diese Saite in einer Zeiteinheit macht. Drückt man nun die tägliche heliocentrische Winkelbewegung eines Planeten in Secunden aus, so kann man die Anzahl dieser Secunden als die Schwingungszahl eines Tones ansehen. Wenn nun die Geschwindigkeit eines Planeten während seines Umlaufs sich verändert, so wird er nicht immer ein und denselben Ton von sich geben oder mit andern Worten nicht immer dieselbe Schwingungszahl behalten. Er wird also ein musikalisches Intervall durchlaufen und wenn man nun seine kleinste Geschwindigkeit als die Anzahl von Schwingungen betrachtet, die der Grundton in der Zeiteinheit macht, so kann man das Verhältniss jedes andern Tons zu diesem Grundton und mithin auch die Grösse des durchlaufenen Intervalls leicht angeben. Dies ist der Sinn der obigen Tabelle. Nun bleibt in der That die heliocentrische Winkelgeschwindigkeit des Planeten während seines Umlaufs um die Sonne nicht constant, sondern ändert sich mit der Entfernung (dem Radius Vector) und zwar nach dem zweiten kepplerschen Gesetz umgekehrt wie das Quadrat derselben, denn es ist

$$\frac{dv}{dv'} = \frac{r'^2}{r^2}.$$

Das Intervall, in welchem die Veränderung der Entfernungen spielt, ist aber offenbar die Excentricität der Planetenbahn. Man misst bekanntlich die Excentricität einer Planetenbahn, indem man das Verhältniss des Unterschieds ihrer grössten und kleinsten Entfernung von der Sonne zu der Summe eben derselben Entfernungen nimmt. Setzt man die mittlere Entfernung eines Planeten = a, die Excentricität seiner Bahn = e, so ist ae der Linearbetrag derselben und es ist:

$$\frac{(a + ae) - (a - ae)}{(a + ae) + (a - ae)} = \frac{2ae}{2a} = e$$

die Excentricität. Z. B. die grösste und kleinste Entfernung des Merkur verhält sich wie 3 : 2, seine Excentricität beträgt daher

$$\frac{3 - 2}{3 + 2} = {}^1/_5 \text{ d. h.}$$

setzt man die mittlere Entfernung des Merkur = 1, so schwanken die Extreme der Entfernung um den fünften Theil dieser Einheit auf und ab. Da nun die Grösse dieser Veränderung der Entfernungen (die Excentricität) die Grenzen festsetzt, innerhalb denen die heliocentrischen Winkelgeschwindigkeiten variiren und diese letztern den Schwingungszahlen der Töne entsprechen sollen, so hängt offenbar die Grösse des musikalischen Intervalls, welches der Planet von seinem tiefsten zu seinem höchsten Ton durchläuft, von der Excentricität seiner Bahn d. i. von der Grösse der Veränderung seiner mittleren Entfernung ab. Die Lage dieses Intervalls auf der Tastatur der Himmelsorgel muss aber auf irgend eine Weise von der absoluten Grösse des Radius Vector abhängen. Will man nun aus den Tönen und ihrer Harmonie d. h. aus den heliocentrischen Winkelbewegungen die verhältnissmässigen Abstände der Planeten von der Sonne (die Verhältnisse ihrer Radii Vectores) berechnen, so reicht das zweite kepplersche Gesetz dazu nicht aus. Denn setzt man in dem bekannten analytischen Ausdruck dieses Gesetzes $\frac{dv}{dv'} = \frac{r'^2}{r^2}$, r = der mittlern Entfernung und diese = 1, so ist $r' = \sqrt{\frac{dv}{dv'}}$. Man kann also wohl nach diesem Gesetz für jeden einzelnen Planeten aus den Verhältnissen der Winkelgeschwindigkeit die Grösse jedes beliebigen

Radius Vector in Theilen der halben grossen Axe, diese als Einheit angenommen, berechnen. Aber wie gross ist denn nun diese Einheit? Welches Verhältniss hat z. B. beim Mars diese Einheit zu derselben Einheit bei der Erde? Um diese Frage zu beantworten, muss man wissen, wie die mittlere Bewegung oder, was auf dasselbe hinausläuft, die Umlaufszeit des Planeten mit seiner mittlern Entfernung zusammenhängt. Da nun Keppler gefunden hatte, dass diese mittlern Entfernungen, wie sie aus den Beobachtungen folgen, nicht genau so sind, wie sie nach den fünf Körpern sein sollten, und da er sich diese Abweichung aus der Harmonie des Himmels erklärte, so musste er die mittlern Entfernungen oder die verhältnissmässigen Abstände der Planeten auf eine doppelte Weise berechnen: das eine Mal aus den fünf Körpern und das andere Mal aus der Harmonie. Die letztern hätten dann nach seiner Ansicht mit den beobachteten Entfernungen zusammenstimmen müssen. Um nun aber aus der Harmonie die Entfernungen zu berechnen, musste Keppler das Gesetz kennen, nach dem sich die mittlern Entfernungen mit den mittlern Bewegungen der Planeten verändern, und so kam er auf sein drittes Gesetz. Dieses Gesetz spricht er in dem dritten Kapitel des fünften Buchs in folgenden Worten aus: „Es ist völlig gewiss, dass das Verhältniss von den periodischen Umlaufszeiten je zweier Planeten genau das anderthalbe von dem Verhältniss der mittlern Distanzen d. i. der Planetensphären selbst (*Orbium ipsorum*) ist. Die Umlaufszeit der Erde z. B. beträgt ein Jahr und die des Saturn dreissig Jahr. Wenn man aber die Kubikwurzel von der Zahl 30 nimmt und diese aufs Quadrat erhebt, so findet man genau das Verhältniss der mittlern Distanz der Erde und des Saturn von der Sonne. Denn das Quadrat der Kubikwurzel von Eins ist 1; die Kubikwurzel von 30 aber ist etwas grösser als 3, und daher das Quadrat dieser Wurzel auch etwas grösser als 9. Saturns mittlere Distanz von der Sonne aber ist ebenfalls nur etwas grösser, als neunmal die Distanz der Erde von der Sonne.“ Der analytische Ausdruck dieses Gesetzes mag uns jetzt ziemlich einfach erscheinen, aber wir dürfen nicht vergessen, dass es diese Einfachheit der Einführung des Potenzexponenten in die Algebra verdankt, wodurch diese Verhältnisse eine schematische Anschaulichkeit erhalten,

welche sie früher nicht besassen. Keppler, der seine Entdeckung vor dieser Erfindung des Descartes machte, hatte dieselbe mehr den Einflüsterungen seines Genius, als der Form des von ihm angewendeten Algorithmus und dem dadurch bedingten Mechanismus des Calculs zu verdanken.

Was nun die Harmonie der Töne selbst betrifft, so kommt diese in der Planetenbewegung auf eine dreifache Weise vor:

1) das Verhältniss der langsamsten Bewegung des Planeten im Aphel zu seiner geschwindesten im Perihel ist das Intervall vom tiefsten zum höchsten Ton, welches der Planet vermöge seiner eigenen Bewegung durchläuft. Dies ist die Folge der Excentricität der Bahn. Denn wenn ein Planet gleichförmig im Kreise um den Mittelpunkt desselben sich bewegte, so würde er immer denselben Ton halten und kein Intervall von Tönen durchlaufen. Wenn man nun einen Blick auf die obige Tabelle wirft, so sieht man, dass die Intervalle, welche in der eigenen Bewegung jedes Planeten liegen, harmonisch sind, bis auf eine kleine Unreinheit, die jedoch geringer als ein Halbton ist. Nur allein die Erde und Venus machen davon eine Ausnahme. Denn die Bewegung der Erde hält sich innerhalb eines Halbtons ($^{15}/_{16}$) und die der Venus innerhalb einer Diesis ($^{24}/_{25}$). Das sind keine harmonischen Intervalle. Diese Harmonien nennt Keppler intellectuell und urbildlich (*Harmoniae mere intellectuales et Archetypicae*), weil die beiden Töne derselben nicht gleichzeitig stattfinden.

2) Kann man die Extreme der Bewegung je zweier benachbarter Planeten mit einander vergleichen und dieses auf eine doppelte Weise. Entweder rechnet man das Intervall von der aphelischen Bewegung (dem tiefsten Ton) des oberen bis zur perihelischen Bewegung (dem höchsten Ton) des nächst niedrigern Planeten, oder man nimmt das Intervall vom Perihel des oberen bis zum Aphel des nächst unteren Planeten. Das erstere nennt Keppler das divergirende, das letztere das convergirende Intervall, und es ist offenbar das divergirende um die beiden Intervalle, welche die Planeten vermöge ihrer eigenen Bewegung durchlaufen, grösser als das convergirende. Z. B. das divergirende Intervall zwischen Saturn und Jupiter

ist nach der obigen Tabelle $^1/_3$, das convergirende $^1/_2$, das eigene Intervall des Saturn die grosse Terz $^4/_5$ und das des Jupiter die kleine Terz $^5/_6$. Es ist aber $^1/_3 = {}^1/_2 . {}^4/_5 . {}^5/_6$.

Die obige Tabelle zeigt die reinste Harmonie in den convergirenden sowohl wie in den divergirenden Intervallen der Planeten; wenigstens ist die Unreinheit so gering, dass sie das Ohr auf der Stimmung der Saite nicht mehr vernehmen würde. Eine Ausnahme macht allein das Intervall zwischen Mars und Jupiter, dessen Grösse genau dem Tetraeder und nicht der Harmonie angepasst ist. Die perihelische Distanz des Jupiter ist nemlich sehr nahe dem dreifachen aphelischen Abstand des Mars gleich. Diese Harmonien nun nennt Keppler sinnlich wahrnehmbar (*sensiles*) in dem Sinne, in welchem die Aspecten auf Erden wahrgenommen werden. Zwischen der Bewegung der Erde und der der Venus liegen die grosse und die kleine Sext, deren Unterschied eine Diesis beträgt, eine Differenz, welche die beiden Tongeschlechter Dur und Moll unterscheidet. Dies deutet darauf hin, dass in der Harmonie des Himmels der Unterschied von Dur und Moll in dem Zusammenklang dieser beiden Planeten zu suchen ist.

3) Kann noch eine Gesammtharmonie aller sechs Planeten stattfinden, worüber ich weiter unten sprechen will.

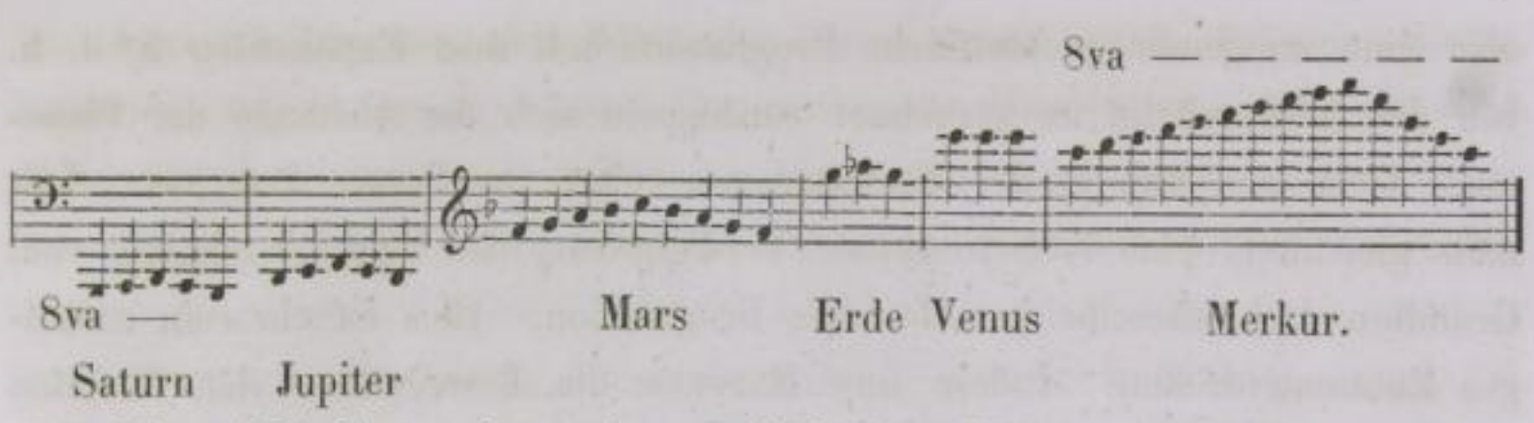
Die erste Art der Harmonie gleicht dem einstimmigen Choralgesang der Alten, die beiden andern Arten dem mehrstimmigen Gesang der Neueren.

Um den Bau der grossen Himmelsorgel und ihren Umfang zu bestimmen, muss man den tiefsten und höchsten Ton jedes Planeten in der Octave aufsuchen, in der er liegt. Dies geschieht dadurch, dass man die obigen Zahlen, welche die grössten und kleinsten Winkelbewegungen jedes Planeten ausdrücken, durch fortgesetzte Halbirungen auf Verhältnisse zurückbringt, die innerhalb einer Octave d. i. innerhalb des Verhältnisses 1 : 2 liegen. Dadurch bestimmt sich der Ton, und in welcher Octave dieser Ton liegt, ersieht man sofort aus der Anzahl der vorgenommenen Halbirungen. Dies stellt sich so dar:

♄	Aphelium	=		1′ 46″	
	Perihelium	=		2′ 15″	
♃	Aphelium	=	1/2	[4′ 30″]	= 2′ 15″
	Perihelium	=	1/2	[5′ 30″]	= 2′ 45″
♂	Aphelium	=	1/8	[26′ 14″]	= 3′ 17″
	Perihelium	=	1/16	[38′ 1″]	= 2′ 23″
♁	Aphelium	=	1/32	[57′ 3″]	= 1′ 47″
	Perihelium	=	1/32	[61′ 18″]	= 1′ 55″
♀	Aphelium	=	1/32	[94′ 50″]	= 2′ 58″
	Perihelium	=	1/32	[97′ 37″]	= 3′ 3″
☿	Aphelium	=	1/64	[164′ 0″]	= 2′ 34″
	Perihelium	=	1/128	[384′ 0″]	= 3′ 0″

Macht man nun die aphelische Geschwindigkeit des Saturn, den tiefsten Ton der Orgel G, so wird der tiefste Ton der Erde ebenfalls g sein. Denn die aphelische Geschwindigkeit der Erde (1′ 47″) weicht von der des Saturn nur um eine Secunde ab. Diese geringe Differenz stammt entweder aus einer kleinen Ungenauigkeit in der Bestimmung der aphelischen Bewegung des Saturn oder wenn sie in der That vorhanden ist, so ist sie kleiner als ein Komma und kann daher den Ton nicht ändern. Aber dieses g liegt 5 Octaven höher; denn 1′ 47″ = 1/32 (57′ 3″) und 1/32 = $1/2^5$. Giebt man daher dem Grundton die Zahl 1′ 47″, so ist ein Drittel davon = 36″ und 2/3 davon = 72″. Dieses zu dem Grundton hinzugethan, erhält man 1′ 47″ + 72″ = 2′ 59″ d. i. sehr nahe = 3′ 0″, den höchsten Ton des Merkur. Nun ist aber 1 + 2/3 = 5/3 d. i. die grosse Sext (= e). Diese liegt aber 7 Octaven höher als der tiefste Ton der Orgel; denn der höchste Ton des Merkur 3′ 0″ ist = 1/128 (384′ 0″) und 1/128 ist = $1/2^7$.

Die himmlische Orgel umfasst also sieben Octaven und eine grosse Sext. Innerhalb dieser Grenzen lässt sich nun nach den obigen Zahlen jedem Planeten sein ihm zugehöriges Tongebiet anweisen. Vom tiefsten bis zum höchsten Ton d. i. vom Aphel bis zum Perihel spielt jeder Planet folgende Melodie:



Diese Melodien geben ein musikalisches Bild von der Form einer jeden Planetenbahn, denn sie stellen den Werth der Excentricität einer jeden Planetenbahn durch den Umfang der Scale vor, die jeder Planet durchläuft. Man sieht aus diesen Bildern unmittelbar, dass der Merkur die grösste Excentricität hat, dass auf diesen der Mars folgt und dass die Venus, die fast immer denselben Ton hält, die geringste Excentricität hat.

Wenn man diese Melodien nicht, wie es Keppler gethan hat, mit verschiedenen Schlüsseln schreibt, sondern auf einen gemeinschaftlichen Schlüssel bringt, so erhält man eine Tonfolge, in deren Gruppirung sich gewissermaassen das bekannte Gesetz der Abstände abspiegelt. Vergleicht man nemlich die Intervalle, die zwischen den verschiedenen Gruppen von Tönen der einzelnen Planeten liegen, so bemerkt man, dass das grösste derselben sich zwischen Mars und Jupiter findet. Wie kann diese Gesetzlichkeit hier zum Vorschein kommen, wo man sie nicht erwarten sollte? Dies hängt so zusammen. Theilt man den Abstand des Saturn von der Sonne in 100 gleiche Theile, so ist die Bonnet-Titius'sche Progression (das sogenannte Bode'sche Gesetz der Abstände) folgende:

$$\begin{aligned}
☿ &= 4 \\
♀ &= 2^0 . 3 + 4 = 7 \\
♁ &= 2^1 . 3 + 4 = 10 \\
♂ &= 2^2 . 3 + 4 = 16 \\
\ldots &= 2^3 . 3 + 4 = 28 \\
♃ &= 2^4 . 3 + 4 = 52 \\
♄ &= 2^5 . 3 + 4 = 100.
\end{aligned}$$

Zieht man nun hier überall 4 ab, so erhält man die Zahlenreihe:

3, 6, 12, 24, 48, 96

also eine steigende geometrische Progression mit dem Exponenten 2, d. h. von der Merkursbahn an gerechnet verdoppeln sich die Abstände der Planeten. Geht man nun in der Tonleiter von Octave zu Octave fort, so erhält man gleichfalls eine fortschreitende Verdoppelung der Schwingungszahl vom Grundton d. h. dieselbe geometrische Progression. Dies ist ein rein zufälliges Zusammentreffen. Indem nun Keppler die Bewegungen der Planeten nach Octaven abzählt, so trägt er vermöge dieser zufälligen Uebereinstimmung die Gesetzlichkeit, welche erfahrungsmässig in den Abständen herrscht, in die Zahlenreihe über, welche die Geschwindigkeiten der Planeten darstellt, und da beide Zahlenreihen, die der Abstände und die der Geschwindigkeiten, nach dem dritten kepplerschen Gesetz zusammenhängen, so muss eine Lücke, welche in der einen Reihe sich findet, auch in der andern vorkommen.*)

---

*) Wenn die mittlern Entfernungen der Planeten genau eine steigende geometrische Progression mit dem Exponenten 2 bilden, so bilden zufolge des dritten Gesetzes auch die mittleren Bewegungen eine geometrische Progression, aber eine fallende mit einem andern Exponenten. Dies sieht man so. Die mittlern Entfernungen von Merkur an gerechnet seien:

$$a_1 \; a_2 \; a_3 \; \ldots\ldots \; a_n$$

und die mittlern Bewegungen ebenfalls von Merkur an gerechnet

$$v_1 \; v_2 \; v_3 \; \ldots\ldots \; v_n$$

und die erstere Zahlenreihe sei eine geometrische Progression, deren allgemeines Glied $= 2^n \,.\, a$, so ist

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = 2.$$

Nun ist nach Keppler's drittem Gesetz:

$$\frac{v_{n-1}}{v_n} = \left(\frac{a_n}{a_{n-1}}\right)^{3/2},$$

folglich

$$\frac{v_{n-1}}{v_n} = 2^{3/2} = \sqrt{8} \text{ und}$$

$$v_{n-1} = 2^{3/2} \,.\, v_n$$

$$2^{-3/2} \, v_{n-1} = v_n$$

Mithin, wenn man n der Reihe nach 2, 3, 4 ... setzt,

$$v_2 = 2^{-3/2} \, v_1$$

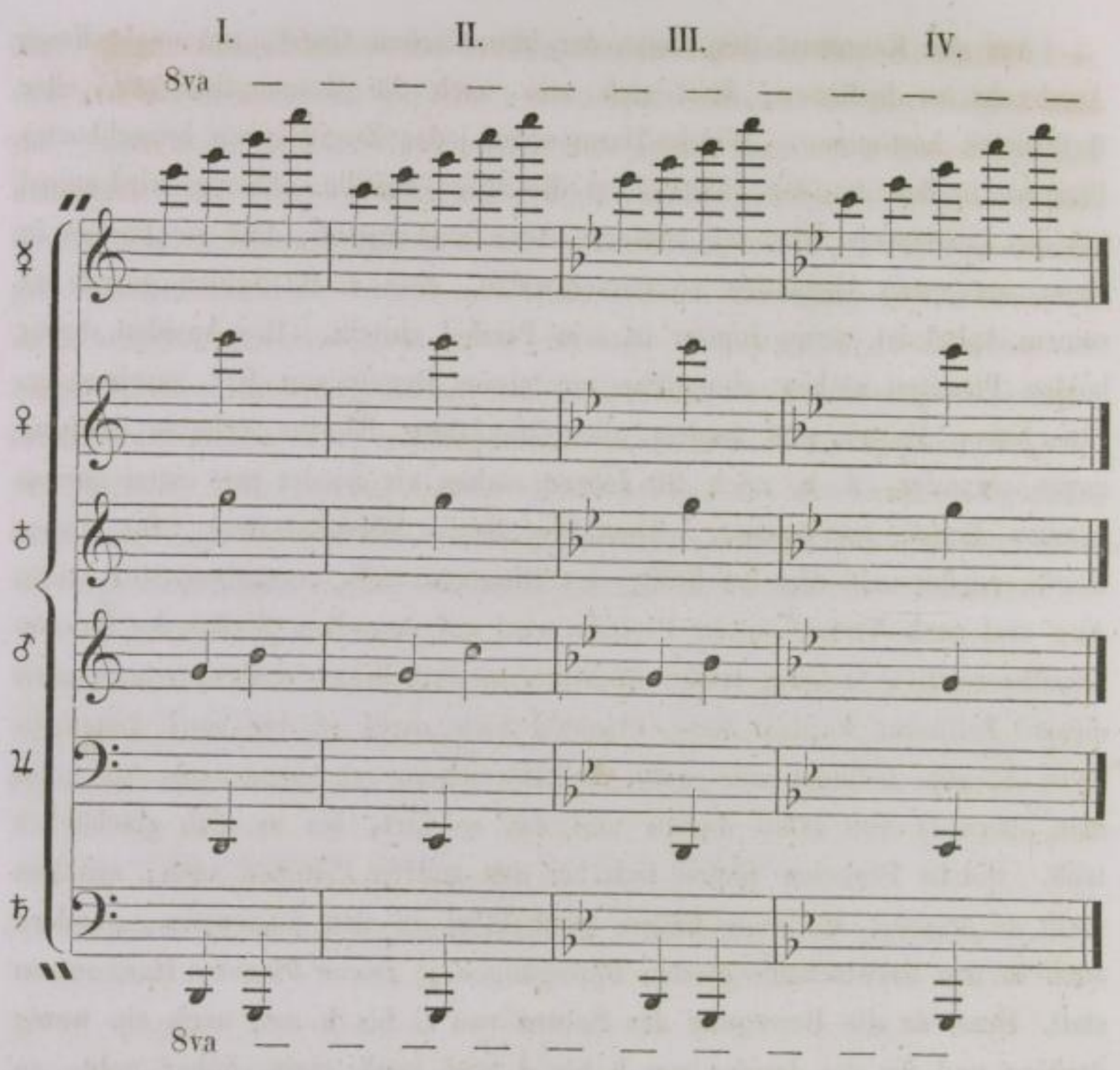
$$v_3 = 2^{-3/2} \, v_2 = (2^{-3/2})^2 \, v_1$$

$$v_4 = 2^{-3/2} \, v_3 = (2^{-3/2})^3 \, v_1$$

$$\vdots$$

Aus der Kenntniss des Baues der himmlischen Orgel, um mich dieses Ausdrucks zu bedienen, lässt sich nun auch die Gesammtharmonie aller 6 Planeten bestimmen. Welche Harmonieen jedes Zweigespann benachbarter Planeten in den Apsiden giebt, zeigt die obige Tabelle. Aber es wird zumal bei den langsamern Planeten äusserst selten vorkommen, dass sie gerade in ihren äussersten Abständen zusammentreffen, dass z. B. Saturn gerade in seinem Aphel ist, wenn Jupiter in sein Perihel eintritt. Die Apsiden dieser beiden Planeten stehen ohngefähr um einen Bogen von 81° auseinander. Nun haben Saturn und Jupiter aller 20 Jahre dieselbe relative Stellung gegen einander, d. h. nach 20 Jahren stehen sie wieder um einen ebenso grossen Bogen auseinander. Aber bis dieser Winkelabstand oder dieser Bogen wieder auf dieselbe Stelle des Himmels trifft, vergehen 800 Jahre. Also erst nach Verlauf dieser Periode wird auf denselben Stellen der Bahnen dieselbe relative Stellung beider Planeten wiederkehren. Indessen auch nach diesem Zeitraum werden diese Planeten sich nicht wieder ganz genau in ihren Apsiden befinden und sollte die Abweichung zu gross sein, so muss man abermals 800 Jahre warten und das so fort, bis es sich glücklicher trifft. Solche Perioden finden sich bei den andern Planeten auch, obschon nicht so grosse. Indessen finden nicht bloss in den äussersten, sondern auch in den dazwischenliegenden Bewegungen je zweier Planeten Harmonieen statt. Denn da die Bewegung des Saturn von G bis h und noch ein wenig darüber und die des Jupiter von h bis d und noch etwas höher geht, so können Saturn und Jupiter harmonisch zusammenklingen in der Octave, beiden Terzen und der Quart.

Auch drei Planeten können noch häufig harmonisch zusammenklingen, vier schon seltener, fünf nur in Myriaden von Jahren. Damit aber alle sechs Planeten eine Harmonie bilden, dazu gehört ein unermesslicher Zeitraum, und es fragt sich, ob ein solcher harmonischer Zusammenklang aller 6 Planeten überhaupt zum zweiten Male vorkommen kann. Daher bezeichnet er vielmehr den Anfang der Welt. Diese Gesammtharmonie aller Planeten ist überhaupt nur in folgenden vier Formen möglich.



Sowie also der Schöpfer die verhältnissmässigen Abstände der Planeten von der Sonne im Ganzen nach den fünf regulären Körpern ordnete, so wählte er für jeden einzelnen Planeten eine solche Form der Ellipse (d. h. eine solche Excentricität), dass das Verhältniss seiner kleinsten heliocentrischen Winkelgeschwindigkeit zu seiner grössten ein harmonisches Intervall giebt. Die obige Tabelle zeigt aber in den Intervallen der eigenen Bewegungen der Planeten eine kleine Unreinheit. Die Erklärung, welche Keppler davon giebt, ist das Künstlichste und Verwickeltste, was sich in seiner Weltharmonie findet und sie kommt dem Wesen der Sache nach auf Folgendes hinaus.

Wäre jeder Planet für sich allein, so würde wohl ohne Zweifel die eigene Bewegung eines jeden Planeten ein reines harmonisches Intervall bilden, es würde z. B. vom tiefsten bis zum höchsten Ton des Saturn genau eine grosse Terz und ebenso vom tiefsten bis zum höchsten Ton des Jupiter genau eine kleine Terz sein. Da nun aber die Planeten ein System bilden, so mussten die Bewegungen aller unter einander harmoniren. Zu diesem Zwecke mussten die Intervalle jedes einzelnen zum Zusammenklang mit allen übrigen temperirt werden, auf dass eine Gesammtharmonie aller Gestirne entstünde, in der wahrhaft erst die Schönheit der Welt besteht. Der todte Marmor der Natur hat dadurch erst Leben bekommen, dass die geometrischen Verhältnisse der fünf regulären Körper, soweit es ihrer Natur nach möglich war, sich nach den harmonischen Verhältnissen richteten und die Harmonieen je zweier Planeten wiederum der allgemeinen Harmonie aller Planeten angepasst wurden. Die grösste Anmuth der Musik überhaupt liegt aber in der Verschiedenheit der beiden Tongeschlechter Dur und Moll. Dieser Unterschied von Dur und Moll musste daher auch in die Harmonie des Himmels gelegt werden. Schon oben fanden wir eine Andeutung, dass in der Weltharmonie der Unterschied der beiden Tongeschlechter in dem Zusammenklang der Bewegung der Erde mit der der Venus zu suchen sei.*) Dies muss jetzt bestimmt nachgewiesen werden.

Wenn man einen Blick auf die Tabelle der obigen Zahlen wirft, welche die harmonischen Intervalle jedes einzelnen Planeten sowohl wie die je zweier benachbarter darstellt, so sieht man, dass zwischen der Venus und Erde die grosse und kleine Sext liegen, nemlich $^3/_5$ und $^5/_8$. Der Unterschied zwischen grosser und kleiner Sext bestimmt aber den Unterschied von Dur und

*) Keppler legt auf diesen Umstand ein solches Gewicht, dass er sogar darin einen Beweis mit für die Richtigkeit des kopernikanischen Systems erblickt. *Illa harmonia* sagt er im *Epitome Astr. Cop.* bei der Aufzählung für die Beweise von der Bewegung der Erde, *sic tandem succedit, si tellus suo loco et ordine inter planetas suam chordam pulset suumque Tonum per semitonii variationem veluti decantet; cujus semitonii, quae rursum Anima est cantus, nulla alias esset repraesentatio. Quin etiam semitonio Telluris exempto, perit inter motus coelestes repraesentatio generum cantus Duri et Mollis, res totius hujus tractationis jucundissima, subtilissima et admirabilissima.*

Moll. Der Unterschied dieser beiden Tongeschlechter beträgt nemlich eine Diesis d. i. $^{24}/_{25}$. Nun ist der Unterschied der grossen und kleinen Terz $^{4}/_{5} : ^{5}/_{6} = ^{24}/_{25}$, und der Unterschied der grossen und kleinen Sext $^{3}/_{5} : ^{5}/_{8}$ gleichfalls $^{24}/_{25}$. Also kann man Dur von Moll ebensowohl in den Sexten wie in den Terzen unterscheiden. In der Harmonie der Gestirne gestattete aber die Natur der fünf regulären Körper nicht, dass dieser Unterschied sich in den Terzen ausprägte. Denn der grösste Durchmesser der eingeschriebenen Kugel oder, was auf dasselbe hinauskommt, der kleinste Zwischenraum zwischen der umschriebenen und eingeschriebenen Kugel, der nach der Natur der fünf regulären Körper überhaupt möglich ist, findet sich beim Dodecaeder und Icosaeder. Bei beiden Körpern ist nemlich das Verhältniss der innern und äussern Kugel $= ^{795}/_{1000}$. Nun ist die grosse Terz $^{4}/_{5} = ^{800}/_{1000}$ und die kleine Terz $^{5}/_{6} = ^{833}/_{1000}$. Diese beiden Verhältnisse sind schon grösser wie jenes. Nun sind aber die Verhältnisse der Entfernungen noch grösser als die Verhältnisse der Bewegungen. Denn wenn μ die mittlere Bewegung und α die mittlere Entfernung des höheren Planeten und m die mittlere Bewegung und a die mittlere Entfernung des nächst niedrigern, so ist nach dem dritten kepplerschen Gesetz

$$\frac{\mu}{m} = \left(\frac{a}{\alpha}\right)^{1\,1/2}$$

Da nun $\frac{a}{\alpha}$ ein echter Bruch, so ist

$$\frac{a}{\alpha} > \left(\frac{a}{\alpha}\right)^{1\,1/2}$$

mithin auch $$\frac{a}{\alpha} > \frac{\mu}{m}.$$ *)

---

*) Um die convergirenden und divergirenden Verhältnisse der Bewegung mit den Verhältnissen der Entfernung zu vergleichen. setze man bei dem oberen Planeten, z. B. dem Saturn,

die mittlere Bewegung $= \mu$, mittlere Entfernung $= \alpha$
die aphelische Bewegung $= \gamma$, die aphelische Entfernung $= \alpha + \varepsilon$
die perihelische Bewegung $= \Gamma$, die perihelische Entfernung $= \alpha - \varepsilon$

Das kleinste Verhältniss der Bewegungen muss also grösser sein, als $^4/_5$ und $^5/_6$; woraus hervorgeht, dass die Terzen, von den regulären Figuren verhindert, in der Harmonie des Himmels nicht vorkommen können, und die Verschiedenheit der beiden Tongeschlechter hier in den Sexten liegt. Es entspringt daher der Unterschied von Dur und Moll in der himmlischen Musik aus dem Verhältniss der Bewegung der Erde zur Bewegung der Venus. Der Unterschied in den Verhältnissen beider Bewegungen musste genau eine

---

und für den nächst untern Planeten, also den Jupiter,

die mittlere Bewegung $= m$, die mittlere Entfernung $= a$

die aphelische Bewegung $= g$, die aphelische Entfernung $= a + e$

die perihelische Bewegung $= G$, die perihelische Entfernung $= a - e$

alsdann ist nach Keppler's zweitem Gesetz:

$$\frac{\mu}{\gamma} = \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{\alpha}\right)^2, \quad \frac{G}{m} = \left(\frac{a}{a - e}\right)^2$$

folglich

$$\frac{G}{\gamma} \; \frac{\mu}{m} = \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{a - e}\right)^2 \left(\frac{a}{\alpha}\right)^2$$

und nach dem dritten Gesetz

$$\frac{\mu}{m} = \left(\frac{a}{\alpha}\right)^{3/2}$$

folglich

$$\left(\frac{a}{\alpha}\right)^{3/2} \frac{G}{\gamma} = \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{a - e}\right)^2 \left(\frac{a}{\alpha}\right)^2$$

und

$$\frac{G}{\gamma} = \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{a - e}\right)^2 \left(\frac{a}{\alpha}\right)^{1/2}$$

$$\left(\frac{\alpha + \varepsilon}{a - e}\right)^2 = \frac{G}{\gamma} \sqrt{\frac{\alpha}{a}}$$

d. h. das convergirende Verhältniss der Abstände ist die mittlere Proportionale zwischen dem halben Verhältniss der mittlern Entfernungen und dem umgekehrten Verhältniss der zugehörigen Bewegungen (*Proportio duorum intervallorum convergentium est media inter dimidiam Proportionis Orbium et inter eversam Motuum respondentium Lib. V Cap III. s. fine*).

Durch Vertauschung hat man

$$\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{a + e}\right)^2 = \frac{g}{\Gamma} \sqrt{\frac{\alpha}{a}}$$

folglich

$$\frac{\Gamma}{g} = \left(\frac{a + e}{\alpha - \varepsilon}\right)^2 \left(\frac{\alpha}{a}\right)^{1/2};$$

was man auch direct aus dem zweiten und dritten Gesetz ableiten kann.

Diesis = $^{24}/_{25}$ betragen. Dies konnte auf eine dreifache Weise bewerkstelligt werden. Einmal dadurch, dass das Intervall der eigenen Bewegung eines dieser beiden Planeten gerade eine Diesis betrüge, wodurch dieser Planet durch seine eigene Bewegung den Zusammenklang mit der Bewegung des andern von der grossen auf die kleine Sext herunterbringen würde. Nun beträgt das Intervall der eigenen Bewegung der Venus gerade eine Diesis. Demnach könnte es scheinen, als ob die Bewegung der Venus allein den Uebergang von Dur zu Moll hervorbrächte. Allein dies kann näher zugesehen doch nicht der Fall sein. Denn wenn der harmonische Zusammenklang der Bewegungen zweier Planeten einzig und allein nur durch das Intervall der Bewegung eines von diesen beiden von der grossen auf die kleine Sext überginge, so müsste der andere Planet während seines ganzen Umlaufs immer ein und denselben Ton halten d. i. die Erde hätte alsdann gar keine Excentricität bekommen dürfen, die Erdbahn hätte ein vollkommener Kreis sein müssen mit der Sonne im Mittelpunkte. Das ist aber gegen das Axiom, dass jede Planetenbahn ihre Excentricität hat — ein Erfahrungssatz, den Keppler, um *a priori* das herauszukünsteln, was ihm thatsächlich durch die Beobachtung gegeben war, zum Range eines Grundsatzes erhob. Es musste daher die Diesis zwischen die Bewegung der Erde und die der Venus vertheilt werden, d. h. es mussten die eigenen Bewegungen beider Planeten so temperirt werden, dass der Unterschied ihrer beiden Intervalle eine Diesis ausmachte. Das konnte auf eine doppelte Weise geschehen, entweder so, dass die Bewegung eines jeden um eine halbe Diesis geändert würde oder so, dass der eine seine Bewegung vom Aphel zum Perihel um eine Diesis mehr veränderte, als der andere. Aber das Erstere wäre unharmonisch und unmusikalisch gewesen, denn jedes kleinere Intervall als die Diesis ist unharmonisch. Der Ordner der Harmonien wählte deshalb den zweiten Weg. Zuerst stimmte er die eigene Bewegung der Venus um ein Komma tiefer und dann ging er mit einer vollen Diesis von der Venus auf die Erde weiter. Wenn man von dem Intervall der Venus das Komma wegnimmt, d. h. das Intervall vom Aphel zum Perihel der Venus um ein Komma temperirt, so erhält man $^{24}/_{25} : {}^{80}/_{81} = {}^{243}/_{250}$. Und wenn man

von diesem Intervall aus mit einer Diesis weiter geht, so erhält man: $^{243}/_{250} \cdot {}^{24}/_{25} = {}^{2916}/_{3125}$. Das erstere ist das temperirte Intervall der Venus und das zweite das temperirte Intervall der Erde. Keppler stimmt also zuerst die Erde nach der Venus. Gesetzt, das ursprüngliche Intervall der Erde von der Venus betrüge eine grosse Sext und die Erde durchliefe in ihrer eigenen Bewegung das Intervall der Venus $^{243}/_{250}$, so würden beide Planeten während ihres ganzen Umlaufs immer in dem Intervall der grossen Sext von einander stehen bleiben. Soll aber dieses Intervall während des Umlaufs beider Planeten aus der grossen in die kleine Sext sich verwandeln, so muss die Erde in ihrer eigenen Bewegung eine Diesis mehr durchlaufen, als die Venus. Die eigene Bewegung der Erde muss also aus der eigenen Bewegung der Venus und einer Diesis bestehen d. i. $^{243}/_{250} \cdot {}^{24}/_{25}$ betragen. Alsdann wird das Aphel der Venus mit dem Aphel der Erde die grosse und das Perihel der Venus mit dem Perihel der Erde die kleine Sext geben. Daraus folgert Keppler für die übrigen Planeten, dass die tiefen Töne der Planeten im Aphel dem Durgeschlecht, die hohen im Perihel dem Mollgeschlecht angehören.

Zum Zusammenklang mit diesen Dur- und Moll-Intervallen von der Venus zur Erde stimmt nun Keppler die eigenen Bewegungen der übrigen Planeten und zwar zunächst die des Saturn und des Jupiter auf folgende Weise.

Venus spielt mit der Erde zusammen im Aphelio Dur, im Perihelio Moll. Nun ist der tiefste Ton des Saturn derselbe wie der tiefste Ton der Erde, aber um fünf Octaven tiefer. Also muss Saturn in seinem Aphelio Dur spielen d. h. mit dem Aphel der Venus zusammenstimmen. Jupiter dagegen muss in seinem Perihel mit dem Perihel der Venus zusammenstimmen, d. h. der höchste Ton des Jupiter und der höchste Ton der Venus müssen im Mollaccord zusammentreffen. Denn sowie das Durgeschlecht der Würde des Saturn, des obersten Planeten, angemessen ist, das sich auch schon der ersten rohen Anlage nach in seiner eigenen Bewegung als grosse Terz kund giebt, so ist der Jupiter vermöge seiner Stellung dem Mollgeschlecht, das sich in seiner eigenen Bewegung als kleine Terz offenbart, verwandter,

und da die hohen, perihelischen Töne ihrer Natur nach Molltöne sind, so muss Jupiter in seinem Perihelio Moll spielen, d. h. mit dem Perihel der Venus harmonisch zusammenklingen.

Schreibt man nun die Reihenfolge der Töne vom tiefsten des Saturn bis zum höchsten des Jupiter so:

Aph. ♄. Perih. ♄. Aph. ♃. Perih. ♃.,

so ist nach dem Vorigen das Intervall von Aph. ♄ bis Perih. ♃ = $^1/_3$ = $^1/_2$. $^2/_3$ d. i. eine Octave und eine Quinte, und das Intervall von Perih. ♄ bis Aph. ♃ = $^1/_2$, eine Octave. Nimmt man nun dieses von jenem weg, so bleibt $^1/_3$: $^1/_2$ = $^2/_3$, die Quinte. Diese ist also die Summe der beiden Intervalle von Aph. ♄ bis Perih. ♄ und von Aph. ♃ bis Perih. ♃ d. i. die Summe der eigenen Bewegungen beider Planeten. Dieses Intervall nun gehört in beide Tonleitern. Damit daher die perihelische Geschwindigkeit des Jupiter mit der perihelischen Geschwindigkeit der Venus in Moll zusammenstimmt, muss dem Intervall $^1/_3$ oder $^2/_3$ ein so grosses Intervall zugelegt werden, als die Venus durch ihre eigene Bewegung durchläuft, d. h. der höchste Ton des Jupiter musste um das Intervall $^{243}/_{250}$ höher gestimmt werden. Nun ist aber $^2/_3$ (die Quinte) die Summe der eigenen Bewegungen des Jupiter und Saturn. Das Intervall $^{243}/_{250}$ musste daher zwischen diese beiden Bewegungen d. h. zwischen die verbundene Harmonie des Saturn und Jupiter getheilt werden. Es lässt sich aber das Intervall $^{243}/_{250}$ harmonisch nicht anders theilen, als in das Komma $^{80}/_{81}$ und den Rest $^{19683}/_{20000}$. Davon gebührte das harmonisch Schönere, das Komma, dem Saturn als dem vornehmern Planeten, der Rest dem Jupiter. Legt man nun der eigenen Bewegung des Saturn d. h. dem Intervall $^4/_5$ das Komma zu, so erhält man $^4/_5$. $^{80}/_{81}$ = $^{64}/_{81}$ als das temperirte Intervall der eigenen Bewegung des Saturn, und in gleicher Weise erhält man als das temperirte Intervall des Jupiter

$$^5/_6 \ . \ ^{19683}/_{20000} = {}^{6561}/_{8000}.$$

Die Temperatur für den Mars erhält man auf folgende Weise. Das divergirende Intervall zwischen Jupiter und Mars d. h. vom Aphel des Jupiter bis zum Perihel des Mars betrug nach der ersten rohen Anlage drei volle Octaven = $^1/_8$ = $^1/_{2^3}$, aber nach dem Gesetz der Universalharmonie muss

es ein platonisches Limma = $^{243}/_{256}$ mehr betragen d. h. man muss den höchsten Ton des Mars um so viel höher stimmen, damit er mit der Universalharmonie stimmt. Das lässt sich am anschaulichsten so zeigen. Man schreibe die Reihenfolge der tiefsten und höchsten Töne aller Planeten in folgender Weise:

A♄. P♄. A♃. P♃. A♂. P♂. A☾. P☾. A♀. P♀. A☿. P☿.

und mache A♄, den tiefsten Ton des Saturn, zur Einheit aller Intervalle d. i. zum Grundton. Nun beträgt das Intervall von A♄ bis A☾ d. i. vom tiefsten Ton des Saturn bis zum tiefsten Ton der Erde genau fünf Octaven = $^{1}/_{2^5}$ = $^{1}/_{32}$ = $^{12}/_{384}$. Von da rückwärts bis auf den höchsten Ton des Mars, also von A☾ bis P♂, war eine Quinte = $^{2}/_{3}$ = $^{256}/_{384}$. Vom tiefsten Ton des Saturn, dem Grundton, bis zum höchsten Ton des Mars wird daher sein:

$$^{12}/_{384} : {}^{256}/_{384} = {}^{12}/_{256}.$$

Von A♄ bis P♄ betrug aber das Intervall eine grosse Terz = $^{4}/_{5}$ = $^{12}/_{15}$ und von P♄ bis A♃ eine Octave = $^{1}/_{2}$ = $^{15}/_{30}$, also von A♄ bis A♃ = $^{12}/_{15}$. $^{15}/_{30}$ = $^{12}/_{30}$.

Nimmt man nun dieses Intervall weg von dem Intervall von A♄ bis P♂, so bleibt das Intervall von A♃ bis P♂ übrig und dies beträgt demnach

$$^{12}/_{256} : {}^{12}/_{30} = {}^{30}/_{256} = {}^{15}/_{128} = {}^{15}/_{16} \,.\, {}^{1}/_{2^3}$$

d. h. drei Octaven und einen Halbton ($^{15}/_{16}$).*) Nun ist aber vermöge der Temperatur der höchste Ton des Saturn P♄ schon um ein Komma ($^{80}/_{81}$) höher als die grosse Terz des Grundtons, mithin ist auch der tiefste Ton des Jupiter A♃, die Octave von jenem, um so viel höher. Folglich kann der höchste Ton des Mars P♂ nicht um einen vollen Halbton höher als die dreifache Octave von A♃, sondern nur um so viel höher sein, als der

*) Noch einfacher hat man es so. Man schiebe die fünf Octaven vom tiefsten Ton des Saturn bis zum tiefsten Ton der Erde in Eine zusammen, so fällt offenbar P♄ mit A♃ zusammen, weil das Intervall beider gerade eine Octave beträgt. Geht man nun vom tiefsten Ton der Erde zum höchsten Ton des Mars, so geht man von der Octave um eine Quinte herunter und kommt also auf die Quart des Grundtons. Geht man vom tiefsten Ton des Saturn bis zum höchsten desselben, so geht man vom Grundton eine grosse Terz herauf. Der Unterschied zwischen grosser Terz und Quart ist aber ein halber Ton, denn $^{3}/_{4} : {}^{4}/_{5}$ = $^{15}/_{16}$.

Ueberschuss des Halbtons über das Komma beträgt. Nun ist der Halbton $^{15}/_{16} = {}^{240}/_{256}$ und das Komma $^{80}/_{81} = {}^{240}/_{243}$, folglich der Unterschied beider $^{240}/_{256} : {}^{240}/_{243} = {}^{243}/_{256}$ d. i. das platonische Limma. Um so viel höher wird also der Ton P♂ über die dreifache Octave von A♃ temperirt sein.

Dadurch bestimmt sich das Intervall der eigenen Bewegung des Mars d. h. das Intervall vom tiefsten bis zum höchsten Ton dieses Planeten auf folgende Weise. Das Intervall vom tiefsten Ton des Jupiter bis zum höchsten des Mars, also das Intervall von A♃ bis P♂ ist $^{1}/_{8} \,.\, {}^{243}/_{256} = {}^{243}/_{2048} = {}^{729}/_{6144}$; und das Intervall P♃ bis A♂, vom höchsten Ton des Jupiter bis zum tiefsten des Mars war $^{5}/_{24} = {}^{1280}/_{6144}$.

Nimmt man dieses von jenem weg, so bleiben die beiden Intervalle von A♃ bis P♃ und von A♂ bis P♂ d. i. die Summe der Intervalle der eigenen Bewegungen beider Planeten $= {}^{729}/_{6144} : {}^{1280}/_{6144} = {}^{729}/_{1280} = {}^{72900}/_{128000}$. Nun ist aber das Intervall der eigenen Bewegung des Jupiter vom tiefsten bis zum höchsten Ton desselben $= {}^{6561}/_{8000} = {}^{104976}/_{128000}$. Nimmt man dieses von jener Summe weg, so bleibt

$$^{72900}/_{128000} : {}^{104976}/_{128000} = {}^{72900}/_{104976} = {}^{2916 \cdot 25}/_{2916 \cdot 36} = {}^{25}/_{36}.$$

als das Intervall vom tiefsten bis zum höchsten Ton des Mars.

Endlich das Intervall der eigenen Bewegung des Merkur musste unverändert $^{5}/_{12}$ bleiben. Denn so wie der Saturn als der oberste in seinem Aphel mit dem Aphel der Venus in Dur zusammenstimmt, so musste der Merkur als der unterste Planet in seinem Perihel mit dem Perihel der Venus in Moll zusammenstimmen. Nun ist vom tiefsten bis zum höchsten Ton des Merkur $^{5}/_{12} = {}^{5}/_{6} \,.\, {}^{1}/_{2}$ d. h. eine Octave und eine kleine Terz. Vom höchsten Ton der Venus bis zum tiefsten des Merkur ist aber eine grosse Sext $= {}^{3}/_{5}$. Folglich ist vom höchsten Ton der Venus bis zum höchsten Ton des Merkur $^{3}/_{5} \,.\, {}^{5}/_{6} \,.\, {}^{1}/_{2} = {}^{15}/_{30} \,.\, {}^{1}/_{2} = {}^{1}/_{2} \,.\, {}^{1}/_{2}$ d. h. zwei Octaven. Der perihelische Ton des Merkur ist also derselbe wie der perihelische der Venus, nur um zwei Octaven höher; er stimmt also mit der Venus in Moll zusammen.

Nach dem Gesetz dieser Universalharmonie erhält also Keppler folgende von den obigen abweichende Intervalle der eigenen Bewegung jedes Planeten:

$$\text{♄}\ \left\{\frac{64}{81} = \left(\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{2^6}{3^4}.\right.$$

$$\text{♃}\ \left\{\frac{6561}{8000} = \frac{9^4}{8.\ 10^3} = \frac{3^8}{2^6.\ 5^3}.\right.$$

$$\text{♂}\ \left\{\frac{25}{36} = \left(\frac{5}{6}\right)^2.\right.$$

$$\text{♁}\ \left\{\frac{2916}{3125} = \frac{2^2.\ 9^3}{5^5} = \frac{2^2.\ 3^6}{5^5},\ \text{fast}\ \frac{14}{15}.\right.$$

$$\text{♀}\ \left\{\frac{243}{250} = \frac{9.\ 2.\ 7}{5^3}.\right.$$

$$\text{☿}\ \left\{\frac{5}{12}.\right.$$

Diese Zahlen dienen Kepplern zur Grundlage für die Berechnung der Abstände und der Excentricitäten. Die „neue und vorher noch von Niemand versuchte Form des Calculs“ dabei ist folgende. Zuerst muss man für jeden einzelnen Planeten besonders aus dem Verhältniss seiner kleinsten zu seiner grössten Geschwindigkeit das Verhältniss seiner kleinsten zu seiner grössten Entfernung suchen. Zweitens muss man aus den langsamsten und schnellsten die mittleren Bewegungen und nach einem gemeinschaftlichen Maasse deren Verhältnisse unter einander berechnen. Endlich drittens sucht man aus dem Verhältniss der mittleren Bewegungen das Verhältniss der Sphären (*Orbium*) oder der mittleren Entfernungen und zugleich die Verhältnisse der grössten und der kleinsten Entfernungen, woraus sich dann die Excentricitäten von selbst ergeben. Die drei Stücke dieser Rechnung stellen sich so dar:

1) Nach dem zweiten kepplerschen Gesetz verhalten sich die Extreme der Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Quadrate der zugehörigen Entfernungen von der Sonne. Man sehe also die Zahlen, welche die Extreme der Geschwindigkeiten ausdrücken, wie Quadrate an und indem man daraus die Wurzeln zieht, erhält man das Verhältniss der kleinsten zur grössten Entfernung. Daraus giebt dann eine einfache Vergleichung die mittlere Entfernung und die Excentricität im Verhältniss zur grössten und kleinsten Entfernung. Dies zeigt folgende Tabelle.

	Verhältniss der Extreme der Geschwindigkeiten	Verhältniss der zugehörigen Entfernungen	Halbmesser der Bahn	Excentricität	In Theilen des Halbmessers = 100000
Saturn	64 81	80 90	85	5	5882
Jupiter	6561 8000	81000 89444	85222	4222	4954
Mars	25 36	50 60	55	5	9091
Erde	2916 3125	93531 96825	95178	1647	1750
Venus	243 250	9859 10000	99295	705	710
Merkur	5 12	63250 98000	80625	17375	21551

2) Der zweite Theil der Rechnung besteht darin, dass man zuerst das Verhältniss der mittleren Bewegung zur grössten und kleinsten sucht. Dies geschieht nach folgender Regel. Man setze die mittlere Bewegung = m, die grösste = G, die kleinste = g, so ist

$$m = \sqrt{Gg} - \tfrac{1}{2}\left[\frac{G+g}{2} - \sqrt{Gg}\right]$$

d. h. man erhält die mittlere Bewegung, wenn man von dem geometrischen Mittel der grössten und kleinsten die Hälfte des Unterschieds des arithmetischen und geometrischen Mittels beider Extreme der Bewegung abzieht. Dadurch erhält man jedoch Verhältnisse, die sich für jeden Planeten auf eine andere Einheit beziehen. Will man daher dieselben unter einander vergleichen, so muss man sie zuvor auf eine allen gemeinschaftliche Einheit reduciren, d. h. man muss alle Verhältnisse der Bewegung, sowohl die für jeden einzelnen Planeten wie die zwischen je zweien bestehenden, durch das Maass ihres kleinsten gemeinschaftlichen Theilers ausdrücken. Das stellt sich so dar:

Harmonieen je zweier		Harmonie jedes einzelnen	Arithmetisches Mittel	Geometrisches Mittel	Hälfte des Unterschieds beider	Mittlere Bewegung im Verhältniss zu den Zahlen der dritten	der zweiten Colonne
1	♄ 139968	64	72.50	72.00	25	71.75	156917
1	♄ 177147	81					
2	♃ 354294	6561	7280.5	7244.9	178	72.271	390263
5	♃ 432000	8000					
24	♂ 2073600	25	30.5	30.00	25	29.75	2467584
2	♂ 2985984	36					
32 3	♁ 4478976	2916	3020.500	3018.692	904	3017.788	4635322
5	♁ 4800000	3125					
5	♀ 7464960	243	246.500	246.475	125	246.4625	7571328
1 3 8	♀ 7680000	250					
5	☿ 12800000	5	8.500	7.746	377	7.369	18864680
4	☿ 30720000	12					

Zur Erläuterung dieser Tabelle bemerke ich Folgendes. Die Zahlen der ersten und dritten Verticalreihe enthalten die Regel der Bildung für die der zweiten. Multiplicirt man zuerst 64 mit 2187 = 3^7, so erhält man für die aphelische Geschwindigkeit des Saturn = 139968. Um nun z. B. die aphelische Geschwindigkeit der Erde im Verhältniss zur aphelischen Geschwindigkeit des Saturn zu berechnen, hat man die Proportion

$$1 : 32 = 139968 : x$$
$$\text{und } x = 4478976.$$

Daraus findet man weiter die perihelische Geschwindigkeit der Erde durch folgende Proportion:

$$2916 : 3125 = 4478976 : 4800000.$$

Sucht man dasselbe für den Jupiter, so erhält man, wie ein Blick auf die erste Spalte der obigen Tabelle zeigt, zuerst aus der perihelischen Bewegung des Saturn die aphelische des Jupiter durch folgende Proportion:

$$1 : 2 = 177147 : 354294$$

und daraus ergiebt sich dann die perihelische Bewegung des Jupiter durch die Proportion:

$$6561 : 8000 = 354294 : 432000.$$

Und in derselben Weise erhält man auch die mittlere Bewegung, z. B. für den Saturn, durch die Proportion:

$$64 : 71.75 = 139968 : 156917.$$

3) Hat man so aus den Harmonieen das Verhältniss der mittleren Bewegungen berechnet, so kann man endlich auch vermittelst des dritten kepplerschen Gesetzes das Verhältniss der mittleren Entfernungen (*proportionem Orbium*) berechnen. Denn die mittlern Bewegungen verhalten sich umgekehrt wie die anderthalben Potenzen der mittlern Entfernungen. Diese mittlern Entfernungen drückt Keppler, wie es in der Astronomie üblich ist, durch den Halbmesser der Erdbahn aus, und um ihre Grösse im Verhältniss zu diesem Maasse zu bestimmen, verwandelt er die mittlern Bewegungen auf folgende Weise in die Umlaufszeiten. Setzt man die Umlaufszeit der Erde = 1000000, so ist der Halbmesser der Erdbahn $= 1000000^{2/3} =$ 10000 und man erhält die umgekehrten Werthe der mittlern Bewegungen d. i. die Umlaufszeiten, indem man schliesst: wie sich die mittlere Bewegung irgend eines Planeten zur mittlern Bewegung der Erde verhält, so verhält sich 1000000 zu der Zahl, welche die Umlaufszeit des Planeten in Theilen dieser Einheit angiebt. So hat man z. B. für die Venus die Proportion:

$$7571328 : 4635322 = 1000000 : x$$

und $x = 612220$.

Daraus erhält man die mittlere Entfernung der Venus

$$612220^{2/3} = 7210,$$

den Halbmesser der Erdbahn = 10000 gesetzt. Keppler lässt zur Abkürzung die letzte Ziffer weg und stellt das Resultat dieser Rechnung in folgender Tabelle zusammen.

	Mittlere Bewegung	Umlaufszeit	Mittlere Entfernung	Halbmesser wie oben	Excentricität wie oben	Excentricität Linearbetrag	Entfernung im Aphel	Entfernung im Perihel
♄	156917	29539960	9556	85	5	562	10118	8994
♃	390263	11877400	5206	85222	4222	258	5464	4948
♂	2467584	1878483	1523	55	5	138	1661	1384
♁	4635322	1000000	1000	95178	1647	17	1017	983
♀	7571328	612220	721	99295	705	5	726	716
☿	18864680	245714	392	80625	17375	85	476	308

Da sich die Umlaufszeiten umgekehrt wie die mittlern Bewegungen und die Saitenlängen gleichfalls umgekehrt wie die Schwingungszahlen verhalten, so entsprechen die mittlern Bewegungen den Schwingungszahlen und die Umlaufszeiten den Saitenlängen. Keppler geht also, musikalisch genommen, in der zweiten Tabelle gleichsam von den relativen Schwingungszahlen auf die absoluten Schwingungszahlen und von diesen in der dritten Tabelle auf die absoluten Saitenlängen über, woraus er dann, um das musikalische Gleichniss fortzusetzen, ihre Abstände von dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Spannung, das ist astronomisch zu reden, die Halbmesser der Planetenbahnen berechnet.

Wie genau die so aus den Harmonieen berechneten Entfernungen mit den unmittelbar aus den braheschen Beobachtungen abgeleiteten übereinstimmen, sieht man, wenn man die Zahlen der letzten Spalte mit denen auf S. 84. vergleicht.

Wie endlich die Verhältnisse aus den fünf regulären Körpern mit den convergirenden Verhältnissen der Abstände stimmen, sieht man aus folgender Zusammenstellung.

	Halbmesser der umschriebenen Kugel	Halbmesser der eingeschriebenen Kugel	Halbmesser der umschriebenen Kugel	Halbmesser der eingeschriebenen Kugel
Cubus	100000	57735	8994	5194
Tetraeder	100000	33333	4948	1649
Dodecaeder	100000	79465	1384	1100
Icosaeder	100000	79465	983	781
Octaeder	100000	57735	716	413
Quadrat des Octaeders	100000	70711	476	836

Aus den Harmonieen dagegen folgt

die mittlere Entfernung ♃ = 5206
die grösste Entfernung ♂ = 1661
die grösste Entfernung ♄ = 1018
die grösste Entfernung ♀ = 726
die mittlere Entfernung ☿ = 392.

Die Seitenflächen des Würfels steigen also etwas tiefer, als die mittlere Entfernung des Jupiter herab, die Seitenflächen des Octaeders dagegen reichen nicht ganz bis an die mittlere Entfernung des Merkur heran, die Flächen des Tetraeders durchschneiden den äussersten Kreis des Mars, die Flächen des Dodecaeders und Icosaeders dagegen reichen nicht bis an die oberen Sphären der Erde und der Venus heran. Aus alle dem ersieht man, dass die Verhältnisse der Kugeln (*Orbium*), welche aus den fünf regulären Körpern folgen, nicht unmittelbar, sondern mittelbar durch die Harmonieen, die jenen Verhältnissen am angemessensten sind, im Weltbau ausgeprägt sind, — ein Resultat, das Keppler in seiner Weise die Betrachtung umzukehren in Form eines Axioms an die Spitze stellt.

So erklärt Keppler die Excentricitäten der Planetenbahnen aus der Harmonie des Himmels. Aber die ganze Sache ist ein seltsames *ὕστερον πρότερον*. Denn jene Verhältnisse zwischen den grössten und kleinsten Geschwindigkeiten hängen in der That nach dem zweiten und dritten kepplerschen

Gesetz von den Excentricitäten und den mittlern Entfernungen (den grossen Axen der Planetenbahnen) in Verbindung mit einander ab. Nach Keppler's teleologischer Betrachtungsweise dreht sich ihm die Sache jedoch geradezu um. Denn die Weltaccorde und die Harmonieen, welche in jenen Verhältnissen liegen, sind der Zweck des Weltschöpfers, die Grösse und Form der Bahnen d. h. die so viel wie möglich der Norm der fünf Körper sich nähernden verhältnissmässigen Abstände sowie die Excentricitäten sind das Mittel dazu. Die Harmonie des Himmels ist also ein Zweckgesetz und kein Naturgesetz; und diese teleologische Naturansicht Keppler's ist in der Culturgeschichte das verbindende Mittelglied zwischen pythagoreischer und neutonscher Naturphilosophie.

Nach dem Grundgedanken des pythagoreischen Systems besteht das Wesen (*substantia*) der Dinge in den Zahlen und da das Wesen (*essentia*) der Töne auch in Zahlen besteht, so kam man, indem man die Substanz mit der Essenz, das materiale Wesen mit der formalen Nothwendigkeit verwechselte, auf die arithmetische Harmonik und die Sphärenmusik. Nach Keppler dagegen ist die Harmonie des Himmels das, was die Gottheit gewollt hat, nicht das Wesen, sondern der Zweck der Welt. Die realistische Abstractionsweise der Pythagoreer bekommt also durch ihn eine teleologische Wendung, welche im Sinne des Nominalismus die Wesenlosigkeit der Naturgesetze anerkennt.

Es ist an sich recht wohl denkbar, dass die Natur nicht bloss mechanisch nach Gesetzen, sondern auch technisch nach Zwecken arbeite, oder dass gewissen Bildungen der Natur auch eine gewisse Absichtlichkeit zu Grunde liege. Eine solche absichtliche und künstlerische Wirksamkeit der Natur würde einen architektonischen, weltbildenden Verstand voraussetzen, denn das Charakteristische einer Wirksamkeit nach Zwecken liegt gerade darin, dass die Vorstellung des Gegenstandes der Hervorbringung desselben vorhergeht. Für diese Teleologie der Natur bieten sich nun zwei verschiedene Betrachtungsweisen dar. Entweder man lässt eine Technik neben der Mechanik in der Natur bestehen, oder man ordnet das System der wirkenden Ursachen einem System von Endursachen unter. Das erstere

ist Kant's, das andere Keppler's Ansicht. Im erstern Falle betrachtet man nur gewisse Naturproducte (die organischen Wesen) als Kunsterzeugnisse, im andern Falle sieht man die gesammte Natur als ein Kunstwerk an. Nach der erstern Betrachtungsweise müsste es gewisse Bildungen in der Natur geben, welche durch den willenlosen Mechanismus todter Kräfte nicht hervorgebracht werden könnten, nach der andern Ansicht müsste der bestehende Mechanismus der Natur das Mittel zur Verwirklichung des Weltzwecks sein. Wollte man die Richtigkeit der letztern Ansicht darthun, so müsste man offenbar den Weltzweck kennen und verstehen. Dies meinte Keppler auch zu können. Ihm lag der Zweck der Welt in der Harmonie des Himmels, die sich in den Extremen der planetarischen Winkelgeschwindigkeiten darstellt. Um nach dieser Regel der Schönheit die Welt zu bilden, musste der Weltschöpfer die Grösse und Form der Planetenbahnen d. i. die mittlern Entfernungen und Excentricitäten so wählen, wie sie sind. Ich habe oben*) schon auf den Unterschied der Gesetze und der Elemente aufmerksam gemacht. Die Form des Gesetzes kann dieselbe bleiben, während die Grössen, welche es regelt, verschieden sind. Diese Grössen sind also zufällig oder willkürlich; sie können aus den Gesetzen nicht hergeleitet werden. Wenn nun in dem Betrage dieser Grössen etwas ästhetisch Wohlgefälliges liegt, wenn sie wie die Harmonieen in der Form ästhetischer Ideen sich zeigen, alsdann sind wir geneigt sie wie ein Kunstwerk zu betrachten, das ein verständiger Wille mit Wahl und Absicht gebildet habe. So lebte Keppler in dem Glauben, dass der Betrag jener Grössen, wenn auch durch kein Naturgesetz, so doch durch eine Regel der Schönheit bestimmt sei. Allein diese Harmonie des Himmels ist von Keppler nur erkünstelt. Wäre sie in der That vorhanden, so wäre sie ein wunderbares Spiel des Zufalls. Wir können uns eine solche anscheinende Gesetzlichkeit des Zufalls nicht wohl anders begreiflich machen, als dadurch, dass wir sie als ein Werk der Absicht betrachten, und in diesen Fall kam Keppler, indem er eine nothwendige Gesetzlichkeit auch da suchte, wo nur

*) S. 47. u. fgg.

die Zufälligkeit der mathematischen Zusammensetzung waltet. Denn seine Aufgabe ging dahin, nicht bloss die Bewegungsgesetze der Planeten, sondern auch die numerischen Elemente ihrer Bahnen theoretisch zu bestimmen. Allein diese letztern sind in den Gleichungen der himmlischen Bewegungen willkürliche Grössen, die bloss durch die Beobachtungen gegeben werden, und nur die Form dieser Gleichungen hängt von dem Naturgesetz der Schwere ab. Diese Nothwendigkeit der mathematischen Form einerseits und die Zufälligkeit der einzelnen Zahlenwerthe andererseits stellte sich erst dann mit völliger Schärfe heraus, als durch Neuton's grosse Entdeckung die physische Astronomie zur Mechanik des Himmels wurde.*) Schon ein

*) William Whewell hat neuerdings in einem der Bridgewater Bücher (die Sternenwelt als Zeugniss für die Herrlichkeit des Schöpfers, übersetzt von Plieninger) die seit Baco von Verulam aus der Physik verbannte Lehre von den Endursachen wieder vertheidigt. Ohne hier in eine Kritik dieses mit Geist und Gelehrsamkeit geschriebenen Buches einzugehen, will ich nur auf einen Unterschied aufmerksam machen, der zwischen ihm und Keppler besteht. Keppler hat mit richtigem Gefühl die nach Zwecken getroffene Wahl nur auf die Elemente der Planetenbahnen beschränkt, da diese in den astronomischen Theorieen willkürliche Grössen sind. Whewell dagegen behauptet, dass nicht nur der Betrag jener Grössen, sondern die Form des Gesetzes selbst Merkmale von Wahl und Absicht an sich trage. Dies Letztere scheint mir nun einen innern Widerspruch in sich zu bergen. Denn das Gesetz d. i. die nothwendige Form des Zusammenhangs und der Verknüpfung kann nicht beliebig sein. Von einer Auswahl der Gesetze kann überhaupt nur so lange die Rede sein, als man den Grund ihrer Nothwendigkeit nicht einsieht. Dies ist wenigstens in der Astronomie nicht der Fall. Gesetzt aber auch, man könnte von einer Auswahl der Gesetze, von einer Anpassung derselben an einen Zweck reden, so müsste man offenbar den Weltzweck, dem die Naturgesetze als Mittel dienen, im Voraus kennen und nicht erst aus der Kenntniss der Naturgesetze und ihrer Folgen zu erkennen suchen. Alle unsere Urtheile über Zweckmässigkeit sind von zweierlei Art. Entweder liegt die Uebereinstimmung einer Erscheinung mit Zwecken darin, dass etwas an und für sich als wohlgefällig, also als schön beurtheilt wird, oder darin, dass es einem Zweck als Mittel dient. So gewiss es nun ist, dass es einen Weltzweck giebt, ebenso gewiss ist es auch, dass wir denselben nur ahnen, aber nicht begreifen und verstehen können. Die objective Teleologie hat daher nur eine ästhetische Bedeutung, und Laplace hat Recht mit der Behauptung, dass die Endursachen an der Grenze unserer Wissenschaft liegen. Sobald wir zu Endursachen und Zwecken unsere Zuflucht nehmen, um uns die Einrichtungen der Natur begreiflich zu machen, hört die Berechnung auf und die Bewunderung tritt an deren Stelle. Der Gegenstand wird alsdann nicht mehr durch einen Begriff, sondern durch eine Lust, ein blosses Wohlgefallen d. h. nicht theoretisch, sondern ästhetisch beurtheilt. Diese ästhetische Bedeut-

flüchtiger Blick in Laplace's Mechanik des Himmels zeigt uns, dass in den analytischen Formeln, welche die Bewegungen der Himmelskörper ausdrücken, die Elemente ihrer Bahnen nichts Anderes, als die willkürlichen Constanten sind, welche die Integration der Differentialgleichungen ihrer Coordinaten einführt. Dies bekundet deutlicher als alles Andere die Zufälligkeit dieser Grössen in Bezug auf das Gesetz, das alle himmlischen Bewegungen regiert. (Man vergleiche hierüber besonders das vierte Kapitel des ersten Bandes: über die Bestimmung der Elemente der elliptischen Bewegung S. 260 fgg. mit dem Anfang des achten Kapitels S. 421 der deutschen Uebersetzung von Burckhardt).

Noch ohne Ahnung einer himmlischen Mechanik, schliesst Keppler seine astronomische Weltansicht mit der Harmonie des Himmels ab. In ihr erblickt er das eigentliche Leben des Weltalls. Auf sie gründet er seine Astrologie und Meteorologie. Die Astrologie schränkt er mit Verwerfung der Herrschaft der Trigone sowie der Eintheilung des Himmels in zwölf Häuser auf die Bedeutung der Aspecten ein. Diese Bedeutung der Aspecten beruht auf der Voraussetzung, dass die Planeten durch ihre blosse relative

---

samkeit der objectiven Teleologie hat Keppler mit seinen Phantasieen der Himmelsharmonie dunkel anerkannt, obschon er seine Teleologie theoretisch ausführt. Diese Verschmelzung des Aesthetischen mit dem Theoretischen in Keppler's teleologischer Naturansicht hat einerseits darin ihren Grund, dass die musikalische Harmonie auf einer Regel der proportionirten Schönheit beruht, die proportionirte Schönheit aber fast nur Kunstschönheit ist, während die Natur meist nur freie Schönheit in Gestalt und Spiel hervorbringt. Andererseits aber hängt es sehr genau mit dem zusammen, worin sich Keppler von Whewell unterscheidet. Denn eine ästhetische Beurtheilung der Dinge findet unter unsern Vorstellungsweisen nur dadurch Platz, dass es in unserer Erkenntniss ein Gebiet giebt, welches bloss von der Zufälligkeit der mathematischen Zusammensetzung beherrscht ist, und gerade auf diesem Gebiete bewegt sich Keppler's Weltharmonie. Fries hat diese Zufälligkeit der mathematischen Zusammensetzung im Gegensatz gegen die Nothwendigkeit der metaphysischen Verknüpfung ausführlich erörtert in seinem System der Metaphysik §. 55. S. 302—305., sowie in der Kritik der Vernunft Bd. 2. §. 116. Dass eben um dieser ihrer Zufälligkeit willen die Gesetzlichkeit und Regelmässigkeit der mathematischen Zusammensetzung der Erscheinungen sich nur unter der Form ästhetischer Ideen darstellen, aber durch keinen Begriff gedacht werden könne, hat Fries nachgewiesen im System d. Metaphys. S. 453 – 460. Kritik der Vernunft Bd. 3. §. 223. Religionsphilosophie §. 44.

Stellung zu einander einen magischen Einfluss auf die irdischen Dinge ausüben. Das Harmonische in der Musik und das Wirksame in den Aspecten entspringt aus derselben Quelle, nemlich aus den regulären Figuren. Die Aspecten selbst sind folgende:

Sextilis	= 60°,	entspricht der	Terz Moll
Quintilis	= 72°,	- - -	Terz Dur
Quadratus	= 90°,	- - -	Quart
Trinus	= 120°,	- - -	Quint
Sesquadrus	= 135°,	- - -	Sext Moll
Biquintilis	= 144°,	- - -	Sext Dur
Oppositus	= 180°,	- - -	Octave.

Der Zusammenhang dieser Aspecten mit den Harmonieen beruht auf folgendem Princip: Wenn man von der ganzen Saite so viel nimmt, als der Aspect von der Peripherie des Kreises abschneidet, so giebt der Rest mit der ganzen Saite eine Consonanz, welche diesem Aspect zugehört. Z. B. der Gegenschein nimmt die Hälfte der Peripherie weg, wenn ich aber von der ganzen Saitenlänge die Hälfte wegnehme, so erhalte ich die Octave. Oder Gesechstschein $= {}^{60}/_{360} = {}^{1}/_{6}$ und $1 - {}^{1}/_{6} = {}^{5}/_{6}$ (Moll Terz). Ebenso ist der Gefünftschein $= {}^{72}/_{360} = {}^{1}/_{5}$ und $1 - {}^{1}/_{5} = {}^{4}/_{5}$ (Dur Terz) u. s. f.

Die Aspecten beherrschen die Witterungsverhältnisse, sie sind die *Stimuli* für die Seele der Erde. „Die Erde schwitzt die Meteore nach Vorschrift der Aspecten aus.“ Keppler äussert sich über diese Magie der Aspecten und den Einfluss der Weltharmonie in folgender Weise: „Harmonie ist Vollkommenheit der Verhältnisse. Nur der Unendliche erkennt die Harmonie der Sphären in ihrem ganzen Umfange, der Erdball hat nur ein schwaches Nachgefühl. Dieses Nachgefühl belebt die Erdseele und macht den Menschen zum Denken und jeglichen Thun geschickter. Heiterkeit des Wetters kommt von der Ruhe des unterirdischen Archeus her. Sein Geschäft ist, den Schweiss der Erde zu erregen, damit Regen unsere Felder befruchtet. Zu diesem Geschäfte wird er durch die Aspecten, die himmlische Musik, ermuntert, er arbeitet nicht, der Himmel pfeife ihm denn

dazu.“ Aus dieser Zurückführung der Astrologie auf die Harmonie des Himmels erklärt sich ebensowohl seine Vorliebe für den astrologischen Wahn, wie sein aufgeklärteres Urtheil darüber. Die Astrologie, dies ist sein Princip, kann nicht die Wirklichkeit des einzelnen Falls (das Horoskop), sondern nur das allgemeine Gesetz bestimmen, nach dem die Gestirne auf die irdischen Dinge einwirken.*)

Keppler beschliesst sein *Epitome Astronomiae Copernicanae* mit folgenden Worten: *Verissimae planetarum Inclinationes ad Regiam viam, causaeque et quantitates et plagae motuum, limitum et nodorum, haec inquam et caetera hujusmodi latent in Pandectis aevi sequentis, non antea discenda, quam librum hunc Deus, arbiter saeculorum, recluserit mortalibus.* Und dieses Buch, es liegt jetzt nach Neuton's grosser Entdeckung des Gesetzes der Gravitation aufgeschlossen vor uns, und erst in unsern Tagen hat Leverrier in diesem Buche von dem Dasein eines Planeten gelesen, den vorher noch kein Auge am Himmelsgewölbe erblickt hatte.

---

*) *Nulli eventus individui ex astris: effectus astrorum generalis est. Harmonices mundi Lib. IV.* und in der Vorrede zu den Rudolphinischen Tafeln (p. 5.) rühmt er von Tycho de Brahe, dass er *Effectus siderum generales ab Eventibus ipsis in rebus humanis individuis* unterschieden, jene anerkannt und diese verworfen habe. Diese Unterscheidung gründet sich offenbar auf den Unterschied von Gesetz und Thatsache.

Leipzig, Druck von J. B. Hirschfeld.