CLARISSIMI VIRI

D. DE LA CAILLE,

ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM PARISINÆ, SUECICÆ, ET BORUSSICÆ, NEC NON INSTITUTI BONONIENSIS MEMBRI, AC PROFESSORIS MATHESEOS IN COLLEGIO MAZARINIANO PARISIIS

LECTIONES ELEMENTARES

OPTICÆ

EX

EDITIONE PARISINA ANNI MDCCLVI

IN LATINUM TRADUCTÆ

A

C. S. E S. J.

QUIBUS AUCTARII LOCO ACCESSIT

BREVIS THEORIA

MICROMETRI OBJECTIVI

A

R. P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH, E S. J.

IN COLLEGIO ROMANO MATHESEOS PROFESSORE

CONCINNATA

M. DCC. LVII.

VIENNÆ AUSTRIÆ

TYPIS JOANNIS THOMÆ TRATTNER, CÆS. REG. AULÆ TYPOGRAPHI ET BIBLIOPOLÆ.

Nic. Lou.

LECTORI BENEVOLO.

Lectionibus Aſtronomiae Clariſſimi Authoris, quas nuper Gallici ſermonis ignari tironis commodo Latinas efeceram, has quoque, Opticam univerſam pulcherrimo compendio complexas, jungere viſum eſt. Neque enim ſatis aequum exiſtimabam, ut, quas privatis meis exercitationibus percommodas experirer, eas aliorum utilitati non perinde aptas redderem, apud quos id genus inſtitutiones, ut latina lingua fiant, uſus poſcit. Ceterum ita habe, Lector Benevole, ampliſſimam eſſe Authoris laudem, quam tametſi praefixam libro non legas, tu tamen, ubi evolveris, ni prorſus iniquus ſis, pronunciabis.

Illud autem tibi non injucundum fore exiſtimavi, ſi perbrevem **Micrometri Objectivi** *deſcriptionem, atque ex Opticis rationibus concinnatam theoriam, auctarii loco adjicerem, quam R. P. Rogerius Joſephus Boſcovich, cum his diebus apud nos degeret, petente R. P. Carolo Benvenuto, conſcripſerat, mihique pro ſua humanitate communicaverat. Utriuſque nomen apud litteratos notius eſt, quam ut a me ad eorum laudem quidpiam adjici poſſit. Committendum ſcilicet non putavi, ut iſthic, ſuoque adeo loco, praeſtantiſſimum, atque recens inventum taceatur, quod cum commoda non exigua in Aſtronomicis ſpondeat, in uſu tamen ſuas ſibi depoſcit cautelas. Vale.*

EXTRAIT

EXTRAIT

DES REGISTRES DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES DU 21. JANVIER 1750.

Messieurs Bouguer, & Cassini de Thury ayant été nommés pour examiner des *Leçons Elementaires d'Optique*, que M. l'Abbé de la Caille se propose d'expliquer au Collége Mazarin; & en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de l'impression: en foi de quoi j'ai signé le présent certificat. A Paris ce 21 Janvier 1750.

GRANDJEAN DE FOUCHI,

Sec. perp. de l'Ac. Royale des Sciences.

MO-

MONITUM AUTHORIS.

ſcientiis Phyſico-Mathematicis ſola eſt Optica, cujus tam amœnitas, quam utilitas facile a multis cognoſci poſſit. Nullus eſt hominum ſtatus, nulla ſocietatis civilis conditio, ubi non frequens ſeſe det occaſio, jucundiſſima lucis ſpectacula admirandi, maximaque intelligendi commoda, & ſubſidia certiſſima, quæ inſtrumenta Optica nobis adferunt, ſive ut videndi facultatem extendamus amplius, ſive ut ejus vitiis medeamur; ut etiam vel maxime hebetes verum animi dolorem non poſſint non teſtari, quod in cauſas, rationesque effectuum, qui tanta varietate, & admirabilitate intuentium mentes percellunt, ac tam evidente præterea, tamque late patente cum utilitate ſunt conjuncti, obtuſa ingenii acie penetrare nequeant.

Muneris mei ratio poſcit, ut præcipuas Matheſeos partes explicem; ſed uſus, conſuetarumque exercitationum modus, ſolis ut inhæream principiis, admittunt. Conatus itaque ſum, ut nihil eorum prætermitterem, quæ his rite percipiendis eſſent neceſſaria; at vero a diſquiſitionibus Phyſicis, ab inſtrumentorum ac machinarum deſcriptione, & quidquid verius ad Phyſicam experimentalem pertinet, omnino abſtinui.

Addi-

Addidi etiam in hac editione tractatum de Perſpectiva, quod quamvis plures longe apud nos libri extent in hanc Optices partem conſcripti, quam in alias; nullus tamen, quod ſciam, ſit omnium, qui methodo ſatis generali principia illius tradat. In plurimis non niſi regulæ quædam in praxi ſervandæ ſparſim occurrunt, eæque verbis obſcurioribus propoſitæ, & ordine, & demonſtratione deſtitutæ. Uſus autem ſum in principiorum, quæ adfero, ac methodorum, quæ in eorum applicatione ſunt tenendæ, expoſitione, ſtylo paullo fuſiore, quam ceterum adhibeam, quod ſcilicet non agamus hic de Theoria quapiam, quæ vel *Prælectionibus* evolvi primum debeat, vel ſtudio & meditatione Lectori familiaris poſſit reddi; ſed de Arte, quæ diuturnam potius normæ ac circini tractationem deſiderat, duce methodo, quæ nuſpiam ad intricatiorem aliquem caſum adhærere ſequacem patiatur.

INDEX

INDEX
CAPITUM ET ARTICULORUM.

PARS PRIMA.
OPTICA PROPRIE DICTA.

Pag.

ARTICULUS I. De principiis, quibus demonſtrationes Opticæ innituntur - 2
ARTICULUS II. De proprietatibus generalibus luminis - - - - 3
ARTICULUS III. De proprietatibus Umbrarum - - - - - 8
ARTICULUS IV. De proprietatibus luminis, viſionis & colorum cauſa ſpectatis 11
ARTICULUS V. De ideis, quæ ex viſu in anima noſtra conſequuntur - - 17
ARTICULUS VI. Varia phænomena objectorum procul viſorum - - 20

PARS SECUNDA
COMPLECTENS CATOPTRICAM ET DIOPTRICAM.

CAPUT I. Notiones Generales Catoptricæ & Dioptricæ.
ARTICULUS I. De imaginibus & focis - - - - - - - 28
ARTICULUS II. Leges & principia ab experientia deducta, quæ demonſtrationibus in Dioptrica, & Catoptrica fundamentum præbent - - 29

CAPUT II. De Catoptrica.
ARTICULUS I. De imaginibus, aut focis per reflexionem - - - - 31
ARTICULUS II. De loco, ſitu, & motu imaginum per reflexionem ortarum - 33
ARTICULUS III. Applicatio Theoriæ ſuperioris ad ſpecula plana - - - 37
ARTICULUS IV. De ſpeculis cylindricis, conicis &c - - - - - 41

CAPUT III. Dioptrica.
ARTICULUS I. De imaginibus ſive focis ex ſimplici refractione - - - 43
ARTICULUS II. De motu imaginum reſpondente motui objectorum, quando lux ex aere in vitrum tranſit & viciſſim - - - - - 44
ARTICULUS III. De imaginibus, quæ per duplicem refractionem efformantur - 46
ARTICULUS IV. De motu & ſitu imaginum, quæ e duplici refractione oriuntur - - - - - - - - - - - 50

CAPUT IV. De viſione.
ARTICULUS I. Deſcriptio Oculi, & imaginum, quæ in eo depinguntur - - 53
ARTICULUS II. De viſione diſtincta. De diverſis vitiis viſus, & remediis, quæ Dioptrica ſuppeditat - - - - - - - - - 55
ARTICULUS III. De viſione, quæ fit ope vitrorum, vel ſpeculorum - - 58

CAPUT V. De Teleſcopiis, & Microſcopiis.
ARTICULUS I. Notiones præviæ - - - - - - - - 60
ARTICULUS II. De Teleſcopiis Dioptricis, ſive refringentibus - - - 62

ARTI-

ARTICULUS III. De Telescopiis Catadioptricis - - - - - - 65
ARTICULUS IV. De Microscopiis - - - - - - - - 67
ARTICULUS V. Animadversiones Generales in Telescopia, & Microscopia - 70

CAPUT VI. De Obstaculis, quæ in constructione Telescopiorum & Microscopiorum se produnt, & eorum perfectionem necessario minuunt. - 74
ARTICULUS I. De obstaculis a figura sphærica superficierum pendentibus, & ratione iis occurrendi - - - - - - - - 74
ARTICULUS II. De Obstaculis, quæ resolutio lucis in diversæ naturæ radios opponit - - - - - - - - - - - 75
ARTICULUS III. Quæ de proprietatibus lucis dicta sunt, universim ad Telescopia, & Microscopia applicantur - - - - - - - 78
ARTICULUS IV. Applicantur eadem ad Telescopia, & Microscopia dioptrica - 78
ARTICULUS V. Applicatio dictorum de proprietatibus lucis ad Telescopia & Microscopia Catadioptrica - - - - - - - - 83

CAPUT VII. Diversæ quæstiones Opticæ - - - - - - - 85

PARS TERTIA.

PERSPECTIVA.

CAPUT I. Notiones, & principia Generalia, quibus universa Perspectivæ Theoria superstruitur - - - - - - - - - 92

CAPUT II. Describuntur præcipuæ Methodi Perspectivæ Practicæ - - 99
I METHODUS per craticulam Perspectivam - - - - - - 99
II METHODUS sine craticula Perspectiva - - - - - - - 102
III METHODUS per margines scalares - - - - - - - 103
PROBLEMATA ope marginum scalarium solvenda - - - - - 108

CAPUT III. Exemplum, & Observationes Generales pro delineationibus perspectivis omnis generis - - - - - - - - 119

CAPUT IV. Apparatus necessarius, quando magnus objectorum situ, & magnitudine datorum numerus est delineandus - - - - - 125

CAPUT V. De perspectiva Umbrarum - - - - - - - 129
ARTICULUS I. De proprietatibus Umbrarum, quarum ratio in Perspectiva habetur - - - - - - - - - - - 130
ARTICULUS II. De umbris corporum, quando sol vel luna est in eodem plano cum tabula - - - - - - - - - - 132
ARTICULUS III. De umbris corporum, quando sol vel luna est post planum tabulæ 133
ARTICULUS IV. De umbris, quando sol est a tergo spectatoris - - - 134
ARTICULUS V. De umbris corporum, quando lucidum vicinum est, uti candela ardens - - - - - - - - - - 135
ARTICULUS VI. Varia Problemata de Umbris - - - - - - 139
AUCTARIUM Theoria Micrometri objectivi - - - - - - 148

LECTIO-

LECTIONES ELEMENTARES OPTICAE.

1.

Optica eſt ſcientia Phyſico-Mathematica, de lumine, & viſione agens.

2. Lumen tripliciter ad oculum ab objecto venire poteſt, *primo* directe, & ſine flexu. *Secundo* ſi prius frangatur, vel refringatur. *Tertio* per reflexionem. *Optica proprie dicta* eſt ea pars, quæ tractat de viſione, luce directe ad oculum veniente. *Dioptrica* dicitur pars altera, explicans viſionem, dum lux frangitur, vel refringitur. Et *Catoptrica* denique exponit viſionem, quæ fit lumine reflexo.

3. *Perſpectiva* itidem ad ſcientiam Opticam pertinet; eſtque ars exhibendi in ſuperficie data objecta, qualia apparerent, ſi e puncto dato conſpicerentur.

4. *Medium* dicitur ſpatium, quod lumen permeare debet. Hoc ſpatium vel eſt ſimpliciter vacuum, aut ejusmodi repletum materia, quæ nullum prorſus obſtaculum motui lucis objiciat, tumque *medium liberum* appellatur; vel vero continet talem materiam, per quam lumen majore, vel minore cum facilitate tranſit, vocaturque *medium diaphanum*. Si materia per totum, quod occupat, ſpatium, ſit ejusdem prorſus conſtitutionis, ſibique ſimilis, erit *medium homogeneum*; at ſi conſtet partibus diverſæ indolis, efficiet *medium heterogeneum*.

PARS PRIMA.

Optica proprie dicta.

ARTICULUS PRIMUS.

De Principiis, quibus Demonstrationes Opticæ innituntur.

5. Principia, quibus tanquam fundamentis Optica superstructa est, non aliunde quam ex experientia deducuntur. Sunt autem observata quædam in ipsa rerum natura, de quibus inter omnes Physicos convenit. Omnia hæc erui possunt e sequente experimento, si ejus conditiones rite expendantur. Obstruatur omnis omnino lumini in cubiculum aditus, exiguo tantum relicto foramine. Tum tempestate serena in pariete (qui nitidus sit & albus) omnium objectorum extra foramen positorum imagines suis distinctæ coloribus, quamvis languentibus, & obscurioribus, videbuntur. Rerum immotarum figuræ, ut arborum, ædificiorum, & ipsæ immotæ erunt; quæ vero moventur, harum quoque imagines moveri cernentur, uti hominum, equorum &c. Equidem situs horum omnium inversus exhibebitur, quod inde accidit, quod radii per foramen decussatim transeant, quemadmodum uberius in Dioptrica & Catoptrica exponetur. Si lumen solare in foramen incidat, radius lucidus videbitur linea recta a foramine usque ad oppositum parietem, aut tabulatum protensus. Si oculus in hoc radio constituatur, oculus, foramen, & sol in eadem recta apparebunt. Idem censendum de objectis aliis, quæ in pariete depinguntur. Porro imagines in eodem plano efformatæ tanto sunt minores, quanto longius objecta a foramine sunt remota. Cetera, quæ in hoc experimento occurrunt (quod exprimit, quæ in oculo nostro contingunt, dum objecta nos ambientia videmus), alias examini subjiciemus; nunc si debita adhibeatur attentio, sequentia deduci possunt.

6. I. *Lumen semper linea recta de se propagatur.*

7. II. *Punctum quodvis objecti luminosi e loco quovis videri potest, ad quem ex eo recta, nullo interjecto obstaculo, duci potest.* Tamdiu enim rei motæ imago in camera obscura depingitur, quamdiu manet foramini opposita.

8. III. *Punctum quodvis luminosum in omnem partem radiat. Est velut centrum sphæræ lucis indefinite quaquaversum extensæ.* Et si cogitetur, quod interposito plano aliquo radii non nulli intercipiantur, erit punctum lucidum apex pyramidis luminosæ, quam radii illi constituunt; & cujus basis est planum eos excipiens.

9. IV. Imago quoque in camera obscura objecti alicujus superficiem exhibens, est basis pyramidis luminosæ, apicem in foramine habentis; & radii, qui hanc efformant, cum in foramine se inter-

terſecent, aliam huic ſimilem & oppoſitam efficiunt, cujus vertex eſt in eodem foramine, & baſis in ſuperficie objecti.

10. *Particulæ luminis ſunt ſubtiliſſimæ* : utpote cum radii e quovis puncto objectorum foramini oppoſitorum venientes, per aperturam quam minimam, quin ſeſe invicem impediant, vel confundantur, quantum quidem percipi poteſt, tranſeant.

ARTICULUS II.

De proprietatibus generalibus Luminis.

11. PROPOSITIO I. *In medio libero vis & intenſitas luminis per radios parallelos propagati ſemper manent eædem.* In medio enim libero nihil eſt, quod motui lucis obſtet; nihil, quod impediat, quo minus eodem ſemper modo agat; nihil, quod ejus celeritatem, aut directionem mutet.

12. PROPOSITIO II. *In medio libero vis & intenſitas luminis, quod propagatur radiis vel ex eodem aliquo puncto digredientibus, vel ad idem punctum concurrentibus, ſunt in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab illo puncto.*

Nam intervalla inter duos radios ab eodem puncto venientes ſunt ſemper in ratione diſtantiarum ab eo puncto (ſunt enim hæc intervalla baſes parallelæ triangulorum iſoſcelium, quorum crura radii conſtituunt). Supponamus itaque, per interpoſitum planum in diſtantia quapiam a puncto concurſus certum radiorum numerum intercipi; removeatur dein hoc planum ad diſtantiam duplam; tum ad triplam, quadruplam &c; erunt intervalla radiorum binorum quorumvis inter ſe ut 1, 2, 3, 4 &c. (quæ eadem eſt ratio diſtantiarum a puncto concurſus); & quælibet dimenſio baſium pyramidum hac ratione factarum, erit in eadem ratione. Ergo ſuperficies (Element. 608) earundem baſium erunt ut 1, 4, 9, 16 &c; ita ut idem radiorum numerus ſucceſſive diſtribuatur per ſuperficies, quæ ſunt in ratione duplicata diſtantiarum a puncto concurſus, adeoque ut vis luminis eas ſuperficies occupantis in eadem ratione decreſcat. Etenim ſi in baſi ſecundæ, tertiæ, quartæ &c. pyramidis accipiatur ſpatium æquale baſi pyramidis primæ, manifeſtum eſt, quod in eo ſpatio accepto in baſi pyramidis ſecundæ non ſit niſi pars quarta luminis totius baſis; in ſpatio accepto in baſi pyramidis tertiæ, non niſi pars nona; in ſpatio ſumto in baſi quartæ non niſi decima ſexta &c.

13. Hinc ergo conſtat, quod luminis a puncto, unde emittitur, digredientis vis ſequatur hanc ſeriem 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{25}$ &c.

14. OBSERVA. Quamvis luminis vis adeo velociter decreſcat, quando ab origine ſua recedit, interim tamen *ſplendor corporis lucidi*

ad quodcunque intervallum in medio perfecte libero, & eadem apertura oculi visi manet constans.

Hic enim splendor dependet a densitate radiorum, qui imaginem in oculo depingunt, uti Articulo IV exponetur. Quod si jam oculus ad certam distantiam constitutus dein recedat ad distantiam duplam, in hac dupla distantia imaginis depictæ diameter tantum est dimidia diametri imaginis, quæ in ejus fundo ad distantiam simplam depingebatur, adeoque spatium imaginis secundæ est subquadruplum spatii imaginis primæ: atqui etiam radiorum tantum quarta pars in dupla distantia recipitur eorum, qui incidebant in distantia simpla; ergo in imagine secunda eadem est radiorum densitas, ac in prima, consequenter idem splendor.

15. Equidem si experientiam consulamus, semper objecta eadem tanto apparent obscuriora quanto longius distant, donec tandem prorsus non amplius videantur; verum hæc obscuritas inde oritur, quod non nisi trans aerem ea videre possimus, qui est medium satis densum, præcipue prope telluris superficiem, & incredibilem radiorum copiam per intervallum inter objectum & oculum dissipat. Quippe secundum calculum a D. Bouguer initum in spatio horizontali 189 hexapedarum, sive $\frac{1}{11}$ leucæ communis, pars centesima lucis perditur; & intervallo 7469 hexapedarum, seu fere $3\frac{1}{4}$ leucarum, pars tertia perit. (Essai d'Opt. p. 76 & 80). Disparent tandem objecta, quod eorum imaginum decrescente semper magnitudine, minor quoque fibrarum nervearum oculi numerus moveatur, donec tam fiant exiguæ, ut sensibilem impressionem facere non possint.

16. PROPOSITIO III. *Lumen per medium diaphanum ejusdem ubique densitatis quomodocunque propagatum, decrescit in progressione geometrica.*

DEMONSTRATIO. Supponamus densitatem uniformem medii, v.g. frusti vitri, esse ejus naturæ, ut partes illius solidæ radios lucis intercipientes efficiant partem $\frac{1}{n}$ totius voluminis vitri. Supponamus etiam, vitrum in lamellas æquales & parallelas sectum, quarum crassities æquet diametrum particulæ unius solidæ (quas omnes inter se æquales assumo): patet primo in cujusvis lamellæ spatio, per quod lux transit, esse particulas radios intercipientes $\frac{1}{n}$ totius illius spatii. 2do si fascis luminis, qui primam lamellam ingreditur, sit $= 1$, in prima lamella intercipi $\frac{1}{n}$, adeoque lumen in egressu tantum fore $= 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$. Pariter ex lumine in secun-

ſecundam lamellam venientem $= \frac{n-1}{n}$ intercipietur pars $\frac{1}{n}$, quæ eſt $\frac{n-1}{nn}$; hinc in exitu tantum manebit $\frac{n-1}{n} - \frac{n+1}{nn} = \frac{n^2-2n+1}{n^2} = \frac{(n-1)^2}{n^2}$. Ex hac quantitate in tertia lamella rurſus ſubtrahetur $\frac{1}{n}$ ſeu $\frac{n^2-2n+1}{n^3}$, ut emergens tantum ſit $\frac{n^2-2n+1}{n^2} - \frac{n^2+2n-1}{n^3} = \frac{n^3-3n^2+3n-1}{n^3} = \frac{(n-1)^3}{n^3}$; & ſic deinceps, id, quod evidenter progreſſionem Geometricam conſtituit.

17. PROPOSITIO IV. *In medio diaphano æquabilis denſitatis intenſitas luminis a puncto lucido intra hoc medium poſito divergentis decreſcit in hac ſerie* $\frac{n-1}{n}$, $\frac{(n-1)^2}{4n^2}$, $\frac{(n-1)^3}{9n^3}$, $\frac{(n-1)^4}{15n^4}$, $\frac{(n-1)^5}{25n^5}$ &c, in qua n exprimit quantitatem radiorum ad ſingula intervalla æqualia a puncto lucido per denſitatem medii interceptorum.

Cum enim lumen divergat, poſt ſingula intervalla intenſitas lucis decreſcit in ſerie 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{25}$ &c (13). Et quia etiam medium denſum eſt, decreſcit quoque in hac ſerie $\frac{n-1}{n}$, $\frac{(n-1)^2}{n^2}$ $\frac{(n-1)^3}{n^3}$, $\frac{(n-1)^4}{n^4}$, $\frac{(n-1)^5}{n^5}$ &c.

18. Exempli cauſa, quia lux ad diſtantiam 189 hexapedarum perdit partem $\frac{1}{100}$ ſuorum radiorum propter denſitatem aeris, ſequitur, eſſe intenſitatem luminis, qua objectum videtur ad diſtantiam $\frac{1}{12}$ leucæ, ad intenſitatem, qua idem videtur ad diſtantiam $\frac{1}{2}$ leucæ, ſive 756 hexapedarum, in ratione reciproca $\frac{96059601}{1600000000}$ ad $\frac{99}{100}$, ſive ut 33 ad 2 fere.

19. OBSERVA I. Cum lumen ab aſtris ad nos non niſi per atmoſphæram, quæ tellurem undique ambit, pervenire poſſit, eo plus radiorum perit, quo tractu longiore per eam transmittitur; eſt vero hic eo longior, quo radii magis oblique ad nos pertingunt: ſit enim A B C (Fig. 1) arcus peripheriæ telluris, *abc* arcus concentricus, atmoſphæram terminans, quæ non niſi ad aliquot leucarum altitudinem aſſurgit. Sit D B radius e zenith obſervatoris in B conſtituti perpendiculariter ad horizontem incidens; E B ſit alter radius oblique; & F B tertius horizontaliter veniens. Manifeſtum eſt, quod radius perpendicularis ſolam altitudinem atmoſphæræ *b* B permeare debeat; obliquo E B jam longior via,

quam *b* B, ſcilicet G B, conficienda ſit; horizontali F B denique maximum ſpatium tranſeundum ſit, ut H B. E quo ſequitur, lucem aſtrorum eſſe maxime debilem, cum in horizonte verſantur; ſed ſemper augeri, dum magis ſupra horizontem elevantur; eſſe denique vivaciſſimam, dum per zenith tranſeunt.

20. D. Bouguer calculo propriis nixo experimentis reperit, quod e 10000 radiis, qui ſi atmoſphæra non eſſet, ab aliquo ſydere ad nos pervenirent, tot ſolummodo, quot ſequens Tabella exhibet, ad noſtros uſque oculos propagentur.

Gradus altitudinis apparentis	Numerus Radiorum.	Gradus altitudinis apparentis	Numerus Radiorum.	Gradus altitudinis apparentis	Numerus Radiorum
0	5	8	2423	30	6613
1	47	9	2797	35	6963
2	192	10	3149	40	7237
3	454	11	3472	50	7624
4	802	12	3773	60	7866
5	1201	15	4551	70	8016
6	1616	20	5474	80	8098
7	2031	25	6136	90	8123

21. OBSERVA II. Idem etiam experimentis oſtendit, Primo *lumen ſolare eſſe circiter* 300000es *fortius luce lunæ plenæ, cum hæc mediam inter maximam & minimam diſtantiam a tellure habet.* Secundo *lumen ſolis non eſſe amplius perceptibile, quando* 1000000000000 *vicibus imminutum eſt,* ita ut corpus ſit vere opacum, quod partem tantum 1000000000000am lucis ſolaris transmittit.

22. Alia lucis affectio, quæ per obſervationes Aſtronomicas conſtitit, eſt, quod *maxima cum velocitate propagetur, ita ut tempore fere 8 minutorum ad nos usque a ſole perveniat*, hoc eſt, 27500000 Leucas percurrat. Hinc fit, ut nihil fere videamus in cœlo in loco ſuo vero, aſtris interea in ſuis orbitis progredientibus, cum lux ſpatium inter oculum noſtrum, & aſtra interjectum conficit. Et quia præterea ipſe oculus revolutione telluris circa ſolem abripitur, phænomena ita inter ſe complicantur, ut aſtra alio, quam ubi reipſa verſantur, referamus. Effectuum horum particularis expoſitio non exiguam Aſtronomiæ modernæ partem conſtituit, quam *Theoriam aberrationis luminis* appellant.

23. PROPOSITIO V. *Si radii luminis ab eodem puncto dimanantes, & per foramen in cameram obſcuram admiſſi, excipiantur plano ad foramen parallelo, efformabunt in plano figuram ſimilem figuræ foraminis, eoque majorem, quo major fuerit plani a foramine diſtantia.*

Nam

Nam in hoc casu punctum luminosum est apex pyramidis, cujus basis est planum foraminis, & latera constituuntur per radios, qui latera foraminis radunt; hi porro in cameram obscuram producti semper magis divergunt: unde per planum iis objectum pyramis continuata intra cameram secatur ad basin parallele, adeoque sectio est figura luminosa foramini similis, & tanto major, quanto remotior a foramine.

24. Ex natura pyramidis constat, quod si planum non parallele ad foramen, sed oblique opponatur, figura luminosa tot quidem habitura sit latera, quot foramen, verum oblonga magis sit futura.

25. Illud etiam facile apparet, hanc figuram lucidam nil aliud esse, quam collectionem tot imaginum puncti radios emittentis, quot puncta sunt in foraminis plano.

26. PROPOS. VI. *Si lumen solis, vel lumæ plenæ per exiguum foramen cuiuslibet figuræ admissum excipiatur plano ad foramen parallelo in exigua a foramine distantia, figura spatii luminosi in plano similis erit foramini; at in majore distantia erit ad sensum circularis.*

Planum enim foraminis velut infinitis punctis constat, quæ sunt totidem foramina contigua, per quæ singula radii e singulis disci solaris punctis emissi transmittuntur. Quodlibet igitur punctum superficiei foraminis est apex coni luminosi, cujus basis est discus solis, & axis radius e centro veniens; angulus vero ad apicem a radiis ab extimi limbi diametraliter oppositis punctis emanantibus comprehensus 32 minutorum. Hinc radii iidem ultra foramen producti, alium efficiunt conum, cujus idem apex, idem axis, idem ad apicem angulus,& qui in partem soli oppositam indefinite prolongari possit. Quia autem amplitudo foraminis respectu distantiæ solis infinite parva, axes omnium horum conorum sunt inter se paralleli; & ob anguli a lateribus ad verticem comprehensi exilitatem, eadem latera cum axibus suis coincidunt fere in exiguo a foramine intervallo. Hinc si planum opponatur prope foramen, lux non aliter in eo excipitur, ac si soli axes conorum radiosorum inciderent; qui cum inter se sint paralleli, eundem ordinem & situm habent, quem puncta, quibus superficies foraminis constat,ideoque spatium illuminatum plani figuram foraminis habere debet. At vero si planum longius removeatur,latera conorum luminosorum sensibiliter a suis axibus discedunt, efformantque conos semper latiores, ita ut figura spatii illuminati in plano intervallo majore a foramine constet meris basibus circularibus conorum. Equidem centra horum circulorum, productis axibus determinata, eundem inter se situm habent in plano, eandem-

demque diſtantiam ab invicem, quem puncta ſuperficiem foraminis conſtituentia; attamen peripheriæ eorum inter ſe confunduntur, & figuram proxime circularem efformant, uti videre eſt figura 2, e ſeptem circulis, centris A, B, C, D, E, F, G deſcriptis compoſita, & heptagonum irregulare exhibente.

27. OBSERVA I. Figura ſpatii illuminati erit ſemper ad ſenſum circularis, ſi latera foraminis non multum inter ſe diſcrepant. At ſi foramen ſit oblongum, uti parallelogrammum, etiam figura ſpatii luminoſi oblonga evadet, terminis oppoſitis in ſemicirculos rotundatis. Univerſim, figuræ luminoſæ a ſole vel luna factæ in aliqua diſtantia ſemper angulis in rotundum verſis apparent.

28. II. Si planum lumen excipiens non ſit parallelum plano foraminis, figura erit ovalis, baſibus conorum luminoſorum in ellipſes abeuntibus.

29. III. Si parte foramini obſtructa ejus figura mutatur, figura imaginis lucidæ non mutabitur, ſed ſolum dilutior, ac debilior videbitur, & minor.

30. IV. Hinc eſt, quod in ambulacris altioribus arboribus conſitis, quæ denſis frondibus radios ſolares arcent, uti ſunt caſtaneæ majores, quandoque in terra circuli lucidi videantur, interſtitiis frondium, per quæ lumen ſolare penetrare potuit, reſpondentes.

31. COROLL. *Si ſint plura foramina vicina*, v. g. tria, *per quæ ſolaris lux in cameram obſcuram admittitur, in minore diſtantia tres circuli luminoſi depingentur; ubi vero tabula, qua radii excipiuntur, magis, magisque removetur, hi circuli ampliores fient, quin tamen eorum centra diſtantiam inter ſe mutent; tum ſeſe invicem contingent; tandem in unum abibunt, qui creſcente intervallo a foraminibus & ipſe ſemper creſcet, & ad accuratiorem rotunditatem accedet.*

ARTICULUS III.

De proprietatibus Umbrarum.

32. PROPOSITIO I. *Corpus opacum ex una parte illuminatum projicit umbram lineis rectis terminatam, & lumini directe oppoſitam.*

Lumen quippe (6.) ſemper linea recta propagatur, eiusque radii extremam corporis ſuperficiem radentes, umbram ex parte averſa terminant.

33. PROPOSITIO II. *Umbra corporis opaci eo ſenſibilior & nigrior eſt, quo corpus ex altera parte intenſiore luce colluſtratur.*

Tunc

Tunc enim oppositio inter umbram & spatium vicinum illuminatum est sensibilior.

34. OBSERVA. Si corpus illuminetur a diversis lucidis ad eandem fere partem constitutis, totidem diversas umbras in plagas lucidis oppositas projicit, quæ proinde prope corpus opacum partim inter se coincidunt; & ex propositione hac patet, cur umbræ eo sint obscuriores, quo plurium confusione oriuntur.

35. PROPOSITIO III. *Si umbra corporis in plano excipiatur, spatiis reliquis medii illuminatis, ea semper cingitur penumbra tanto latiore, quanto lucidum majus est, & corpus longius a plano abest, vel umbra magis oblique in planum incidit; estque hæc penumbra eo dilutior, quo remotior ab umbra vera.*

Sit AB (fig. 3.) sol; ED corpus opacum super solo DI. Ducantur radii BF, CG, AH. Manifestum est, quod si spectator ab I usque ad H accedat, semper videat integrum solis discum. At ubi ex H progreditur, inferior solis limbus A illi obtegetur primum, tum major semper pars, donec in G superiorem solum partem mediam conspiciat. Denique in F ad umbram veram DF pertinget, totusque discus solis ejus oculis eripietur. Ex quo patet, *Primo* spectatorem eo semper minus clare videre posse, quo umbræ veræ fit proprior, ut adeo spatium HF tegatur penumbra semper densiore, quo umbræ veræ est vicinior, cujus limes est in F. *Secundo* in triangulo FEH latus FH, quod est mensura penumbræ, eo esse majus, quo angulus FEH, qui diametrum apparentem lucidi AB metitur, major est, quo item distantia ED extremi E corporis opaci a plano DI umbram excipiente major; & quo denique rectæ EH, EF magis oblique incidunt in hoc planum.

36. OBSERVA. Hæc causa est, cur limites umbræ corporum a sole illuminatorum semper sint incerti & confusi, maxime quando umbra longius projicitur. Et quia diameter solis sub angulo 32 minutorum videtur; est (Elem. 746) *magnitudo penumbræ* FH *a corpore opaco projectæ ad distantiam limitis umbræ veræ* F *ab extremo corporis* E, *sive ad* FE, *ut sinus anguli 32 minutorum ad sinum anguli* EHD, *quo limbus inferior* A *solis supra planum* DI, *in quod umbra cadit, elevatus est.* Ceterum, quæ hic de sole dicuntur, etiam de luna intelligenda sunt, & universim de omnibus corporibus illuminantibus, quorum diameter, quæ causa est penumbræ, sensibilis est. Ut enim penumbra nulla esset, luminosum deberet esse unicum punctum.

37. PROPOSITIO IV. *Longitudines umbrarum verarum corporum a sole vel luna illuminatorum sunt reciproce ut tangentes altitudinum apparentium horum syderum supra planum, in quod umbræ cadunt.*

Nam in triangulo rectangulo EDF, altitudine corporis opaci ED sumpta pro radio, est (Elem. 748) longitudo umbræ DF tangens anguli DEF, complementi alterius DFE qui est altitudo limbi superioris solis supra planum DF. Itaque umbræ veræ sunt ut cotangentes harum altitudinum, sive (Elem. 737) reciproce ut tangentes altitudinis superioris limbi syderis corpus opacum illuminantis.

38. COROLL. *Datis duobus e sequentibus tribus: angulo altitudinis limbi superioris syderis; altitudine perpendiculari corporis opaci supra planum, ad quod altitudo syderis refertur; & longitudine umbræ veræ ab opaco projectæ computata a puncto, in quod cadit perpendiculum a supremo corporis puncto in planum demissum; tertium semper reperitur*, solutione trianguli rectilinei ut EDF.

39. PROPOSITIO V. *Si sphæra lucida radiet in opacam, sitque hæc illa major; pars illuminans sphæræ lucidæ tanto major, & pars illuminata opacæ tanto minor erit reliqua in utraque sphæræ superficie, quanto magis opaca excedit lucidam. Contrarium fiet, si lucida superet opacam. Et si sphæræ sint æquales, superficies dimidia lucidæ illuminabit superficiem dimidiam opacæ.*

Sit B (fig. 4) sphæra minor lucida, & C opaca major. Evidens est, partem sphæræ C, quæ illuminari potest, determinari per extimos radios, qui eam attingere possunt, sive, per radios tangentes. Similiter ultimi radii, qui a sphæra B ad opacam venire possunt, sunt eiusdem tangentes. Itaque tangentes LP, KO determinant & ultima puncta illuminantia L, K, & ultima puncta illuminata P, O. Si porro ad rectam BC ducantur diametri HI, MN perpendiculariter, peripherias globorum B & C bifariam divident (Elem. 402); & si e centris B & C demittantur ad tangentes perpendicula BL, BK, & CP, CO, hæc in puncta contactus incident. Ergo arcus LRK (major 180 gradibus) exhibet partem illuminantem; & arcus PSO (180 gradibus minor) partem illuminatam. Quod si globus C esset lucidus, globus B opacus; arcus PSO foret pars illuminans, & LRK illuminata. Denique si globi essent æquales, tangentes forent inter se parallelæ, & per extrema diametrorum HI, MN transirent, ideoque tam arcus illuminans, quam illuminatus contineret 180 gradus.

40. COROLL. I. Ex similitudine triangulorum rectangulorum LBH, PCM; KBI; OCN, arcus LH, PM, KI, ON esse ejusdem numeri graduum, facile apparet. Hinc *arcus globi metiens amplitudinem partis illuminantis est complementum ad 360 gradus arcus metientis amplitudinem partis illuminatæ in altero globo.*

41. COROLL. II. Ex eadem ratione *arcus obscurus globi illuminati est tot graduum, quot arcus illuminans globi lucidi. Et arcus non illuminans globi lucidi habet tot gradus, quot arcus illuminatus globi opaci.*

42. Co.

42. COROLL. III. Et quia ſimilia ſunt triangula rectangula ABL, LBH, eſt angulus BAL = LBH. E quo ſequitur, exceſſum arcus illuminantis ſupra arcum non illuminantem; ſive differentiam inter partem illuminantem & illuminatam, menſurari per angulum LAK, quem radii tangentes efficiunt.

43. COROLL. IV. *Sphæra lucida opacæ æqualis, ſemper hujus dimidium illuminat, quocunque intervallo diſtent; verum ſi lucida major ſit, quam opaca, tanto major hujus pars illuminatur, quanto minor eſt ſphærarum diſtantia, & viciſſim.* Quo enim ſphæra altera alteri propior eſt, eo angulus a tangentibus comprehenſus PAO fit major, & pars illuminata obſcuram magis excedit.

44. Hinc globi medietas, cujus diameter excedit diametrum pupillæ, uno oculo ſimul videri nequit. Et ſol plus quam hemiſphærium cujusvis planetæ illuminat; luna plena minus, quam dimidium telluris &c.

45. COROLL. V. *Umbra globi illuminati a globo æquali cylindrica eſt, & infinita.* Terminatur enim radiis inter ſe parallelis circumferentiam circuli ambientibus. *Umbra globi illuminati a globo majore eſt conica & finita,* ut KAL. Et *umbra* QPOV *globi* C *illuminati a globo minore* B *in infinitum extenditur forma coni truncati.*

46. COROLL. VI. Datis ſemidiametris BK, CO, & diſtantia centrorum BC duorum globorum, facile determinatur axis BA coni umbroſi a globo minore projecti. Ducta enim KD ad BC parallela, cum etiam BK, CO ſint parallelæ, eſt BK = CD, & BC = KD, & triangula KDO, ACO ſimilia. Hinc DO : OC = DK : CA; ſive CO — BK : CO = CB : CA : ſubtracta igitur CB ex CA, remanet BA, axis quæſitus. Exhibeat B terram, C ſolem: ſit BK = 1, CO = 80, 5, & BC = 17189; reperietur BA = 216, quæ circiter efficiunt 324000 leucas, ſi ſcilicet ſemidiametro telluris BK tribuantur 1500 leucæ.

47. OBSERVA. Manifeſtum eſt, quod pars illuminata, de qua in hac propoſitione ſermo eſt, etiam complectatur penumbram, & terminetur per umbram veram.

ARTICULUS IV.

De natura & proprietatibus luminis, viſionis & colorum cauſa ſpectatis.

48. Oculus, ſi quædam dempſeris, idem nobis præſtat, quod camera obſcura. Pupilla foramen eſt, quod radios lucis ſe in ea interſecantes admittit, ut in tunica fundum oculi veſtiente rerum omnium, ad quas viſus noſter ſe extendit, imagines in-

verſas depingant, quarum diametri fere ſunt ut anguli a radiis ab extremis objectorum punctis venientibus ipſo in ingreſſu in pupillam comprehenſi, dum ſcilicet hi anguli exigui ſunt; ſive quod idem eſt, imaginum ejusdem objecti diametri eo ſunt majores, quo objectum minorem habet diſtantiam ab oculo. Quamvis autem ſitum inverſum rerum imagines in noſtro oculo acquirant; nihilominus tamen omnia ſitu erecto videmus. Cum enim radii decuſſatim ingrediantur oculum, ii, qui ab objecti parte ſuperiore veniunt, inferiorem imaginis partem efformant, & ex oppoſito. Et quoniam nos non aliunde de ſitu objecti judicium ferre poſſumus, quam ex impreſſione in organum viſus per radios facta, neceſſe eſt, ut objectum ſecundum eam directionem collocatum cenſeamus, qua impreſſio fit: atqui ſi radius a ſuperiore objecti parte incidens feriat partem oculi inferiorem, reactio hujus exhibet objectum radios emittens in recta a parte inferiore ſurſum reducta; igitur, ut reipſa eſt, ſuperior objecti pars, etiam ſuperius videtur.

49. Licet ratio, & modus, quo per lumen in oculo objectorum imagines depinguntur, ſine legum Dioptricæ notitia accurate explicari nequeant; omittere tamen hic non poſſumus, quæ nos experientia tum de modo, quo lumen viſum afficit, tum de conſequentibus inde in nobis ideis docet.

50. Lumen eſt collectio particularum innumerarum materiæ, ſive corpuſculorum propemodum infinite parvorum, ac inter ſe diſtinctorum, ſumme elaſticorum, & maxima cum velocitate motorum, ut cum ad organum viſus perveniunt, illud vi ſuæ denſitati, maſſæ, ac celeritati proportionali feriant, ad motum quemdam tremulum concitent, diverſasque impreſſiones efficiant, quas ex lege unionis animæ cum corpore in mente noſtra variæ conſequuntur ideæ de præſentia objectorum, e quibus ejusmodi corpuſcula, ſive atomi luminoſæ veniunt.

51. Atomi lucis diverſæ ſunt indolis, aut ſaltem proprietates peculiares quibuslibet ſunt inditæ, nulli obnoxiæ mutationi, nec a varia modificatione luminis pendentes, quæ dum propagatur, ei accidere poteſt.

52. *Radium luminis* cum dicemus, intelligemus viam atomi, vel puncti lucentis; ſive potius ſeriem ſubtiliſſimi fili ſpeciem exhibentem atomorum luminoſarum, contiguarum inter ſe, & ejusdem naturæ. Unde tot erunt radiorum diverſæ ſpecies, quot atomorum, quibus ſinguli conſtant. Illæ autem atomi diverſæ ſpeciei cenſendæ ſunt, quæ in organo viſus diverſas ſenſationes excitant. Denique ſenſationum diſcrimen in eo conſiſtere eſt putandum, quod *colores* appellamus.

53. Quam-

53. Quamvis autem fieri non possit, ut radii lucis in omnes omnino species, quæ re ipsa sunt, distribuantur exacte; solent tamen septem præcipuæ numerari, *colorum primigeniorum* nomine, quorum ordo idem est, ac eorum, qui in iride observantur, scilicet *ruber*, *aurantius*, *flavus*, *viridis*, *cæruleus*, *indicus*, *violaceus*. Hinc cum imposterum sermo de coloribus erit, *radios rubros*, *radios cæruleos* &c. vocabimus eas lucis atomos, quæ in oculo nostro talem excitant sensationem, ut objectum, quod videmus, rubrum, aut cæruleum judicemus.

54. Objectum visibile redditur, vel quia ipsum directe potest particulas lucis in nostros oculos emittere, diciturque tum *objectum luminosum*, uti sunt sol, fax ardens &c, & lumen illius *lumen directum*; vel quia radiis objecti luminosi expositum eosdem potest in nostros oculos remittere, atque ut diximus, hoc modo occasionem præbere ideæ de sua præsentia: vocatur vero tunc *objectum illuminatum*, & lumen inter hoc & nostros oculos interceptum, *lumen reflexum*.

Quoniam sol respectu nostri est objectum maxime luminosum, quod ad nos radios emittat, illud jam exponemus, qua ratione cetera objecta nobis faciat conspicua. Idem enim de aliis lucidis, velut de flamma candelæ, sentiendum est.

55. Sol versus omnem partem ad immensam usque distantiam, incredibilem copiam radiorum omnis generis in se commistorum emittit *, ita quidem, ut neque ulla horum certa species prædominetur ad sensum, neque in toto universo, qua quidem nobis patet, ullum sit punctum sensibile, quod radios non recipiat, saltem nisi vel a corpore solido occupetur, vel intra umbram veram corporum luci imperviorum sit positum.

56. Radii, quos oculus noster ex omnibus punctis superficiei solis visui objectæ directe recipit, conum constituunt, cujus basis est superficies solis, & apex in apertura, seu pupilla oculi. Iidem radii ultra pupillam producti (si inflexionem quandam, de qua in sequentibus dicemus, hic non attendamus) alium conum intra oculum efficiunt, atque in ejus fundo terminatum, qui propterea in spatio circulari hujus fundi impressionem facit, ad quam idea de præsente objecto lucido, & rotundo, quod solem dicimus, consequitur.

57. *Imagines objectorum in oculo* dicemus in sequentibus illa spatia

* Non isthic illud agimus, ut litem inter Philosophos componamus, an lux consistat in vero, & continuo effluvio particularum a corpore luminoso avulsarum; an vero efficiatur motu undulatorio aut oscillatorio materiæ elasticæ per hoc universum diffusæ, quem ei sol, aliaque corpora lucida per se imprimant, aut in eadem conservent. Quam quisque partem hac in quæstione tueri velit, Physicis liberum esto decernere. *Nota Autboris.*

in fundo hujus organi, in quæ radii lucis recipiuntur, & ubi consequenter impressio sentitur. Vocabuli ratio est, quod reipsa, si recisis ex parte postica oculi exterioribus tunicis, ante eum objectum lucidum, vel saltem fortiter illuminatum constituatur, objecti imago suis coloribus picta in fundo oculi videatur.

Dum radii solis tantum ex reflexione ad nos perveniunt, sive magis generaliter, dum prius in aliud corpus incidunt, quadruplex casus esse potest.

58. CASUS I. Si particulæ hujus corporis (quod luci impenetrabile suppono) ita sint coordinatæ, ut qua parte radii in illud incidunt, ex integro reflectantur eo situ & ordine, quo advenerunt, * manifestum est, oculum in quem ita reflexi radii incurrunt, eodem prorsus modo debere affici, ac si directe e sole venirent. Itaque in oculo solis tantum perceptio orietur, cujus imago quoque in eodem depingitur, & corpus reflectens verum est speculum, oculo non visibile. Sed quoniam radii primam suam directionem amiserunt, sol non apparet in eodem loco, in quo videretur radiis directe ad oculum emissis, quippe cum existimemus objecta sita esse in ea linea recta, quæ est radiorum directio ipso momento, quo ad visus organum pertingunt; quemadmodum si forte ictum lapidis recipiamus, quin eum, cum projicitur, videamus, putamus eum linea recta, atque ea ex parte, qua impressio fit, advenisse, quamvis subsultim, aut linea aliqua curva ad nos delatus sit, cujus tangens in puncto, ubi nos ferit, est recta illa, quam veram lapidis viam arbitramur.

59. Porro experientia didicimus, corpus opacum, & soli expositum eo accuratioris speculi vices gerere, quo ejus superficies magis est polita, hoc est, eo minus a nobis cerni hanc superficiem, sed tanto vivaciorem solis imaginem ab ea ad nos reflecti. Quoniam itaque corpora nobis nota nequaquam tam exacte sunt lævia, sed particulis extimis nulla certa lege dispositis, atque inæqualiter inclinatis, aliis altius & supra alias assurgentibus, figura diversa &c; supponemus in hoc Articulo, corporum nostratium superficies exacte speculares esse non posse.

60. CA-

* Altera hæc est lis inter Philosophos, utrum scilicet reflexio lucis aliorum elasticorum corporum more fiat sola motus resolutione ad impactum in partes solidas obstaculi, an, quod potius videtur, lux reflectatur ex incursu in materiam elasticam per superficiem corporum diffusam: an denique reflexio hæc fiat repulsione, quæ sit vis quædam activa in lucem appellentem ad corpora exercita. Quin quidquam hac de re statutum velimus, ita loquemur de reflexione, velut si fieret in ipsis particulis solidis corporum. *Nota Authoris.*

60. CASUS II. Si is ſit particularum in ſuperficie corporis, in quam lux incidit, ſitus & ordo, ut ſive omnes, ſive plurimi radii reflectantur, ſaltem ut non plures ad ſenſum ex una, quam ex altera quavis eorum ſpecie abſorpti extinguantur, ſintque radii inter ſe confuſi & permiſti, quaquaverſum ſcilicet pro varia particularum reflectentium inclinatione directi; oculus in directione luminis ita confuſi poſitus radios ex omni parte ſuperficiei reflectentis recipiet, qui formam quandam pyramidis habebunt, cujus baſis eſt ſuperficies reflectens, apex oculi pupilla; producti dein intra oculum ſecundam efficient pyramidem ad fundum uſque pertingentem, cujus baſis fere ſimilis baſi exterioris. Jam vero quævis particula ſolida ſuperficiei reflectentis eſt ſpeculum quoddam minimum, quod exiguam tantum imaginis ſolis portionem repræſentare poteſt; ſitu autem irregulari fit, ut in corpore totidem ſpecilla minima diverſimode inclinata conſiderare debeamus, quot ſunt particulæ ſolidæ reflectentes: ideoque etiam totidem diverſi ſitus apparentes erunt cujusvis portionis imaginis ſolis. Unde neceſſe eſt, ut ad impreſſionem totalem, quæ per totam baſin pyramidis luminoſæ in oculo efformatæ fit, conſequatur idea collectionis cujusdam particularum lucentium, figura huic baſi ſimili circumſcriptarum.

61. Quæ jam diximus, exemplo ſequente clariora fient. Notum eſt, diametrum ſolis apparentem ſubtendere in ſuperficie ſphæræ cæleſtis angulum circiter 32 minutorum. Si itaque ſpeculo plano ſoli obverſo ejus imago verſus oculum reflectatur, ea videbitur ſpatium ſatis magnum in ſpeculo occupare. Supponamus dein hoc ipſum ſpatium ſpeculi fere totum obtegi, exigua tantum portione relicta, in quam radii cadere poſſint. Evidens eſt *primo*, partem ſolummodo parvam imaginis ſolis, quæ prius tota videbatur, tum exhiberi poſſe. *Secundo* hanc ipſam portionem imaginis eadem apparituram figura, ac eſt ſpatium ſpeculi non tectum. Idem prorſus contingeret, ſi loco ſpeculi majoris usque ad exile ſpatiolum obtecti adhiberetur ſpecillum exiguum, æquale ac ſimile parti apertæ majoris. Hoc poſito, cogitemus, plura ejusmodi exigua ſpecilla, quorum nullum integram ſolis imaginem exhibere poſſit, diſponi ita, ut figuram quamlibet regularem, vel irregularem, hexagonam verbi gratia, referant, poſſintque ſingula partem imaginis ſolaris, quam repræſentant, verſus oculum eundem reflectere (in ſequentibus dicetur, debere ea in diverſis planis collocari, ut id præſtare poſſint); liquet, tot in hoc caſu ab oculo videri partes imaginis ſolis, quot ſunt ſpecula, quæ omnes ſimul figuram lucidam efficient, diſpoſitioni ſpeculorum ſimilem, uti hexagonam; & ſiquidem

vel

vel novum adjungeretur prioribus ſpecillum, vel unum ex iis ſubtraheretur, etiam nova imaginis ſolaris portio adderetur, aut diſpareret figura illa lucida eundem in modum mutata, quo figura ſpeculorum.

62. Hinc etiam quisque facile videt, *Primo* ſpecilla dicta ita diſponi inter ſe poſſe, ut nullum inter portiones imaginis ſolaris ſenſibile intervallum advertatur, ac figura lucida, quam efformant, continua appareat, & nusquam interrupta. *Secundo* ut quodvis ſpecillum nitidius, aut obſcurius, ut polituræ magis, minusve exactæ fuerit, ita partem figuræ, quam efformat, magis minusve fore fulgidam. *Tertio* Figuram hanc luminoſam eandem debere in oculo facere impreſſionem, ac ſi radii directe e ſole advenirent, ideoque ejusdem debere apparere coloris cum ſole, hoc eſt, albi.

63. Quod ſi igitur ſuperficies corporis, quæ magnam radiorum ſolarium copiam, atque omnis generis, reflectit, quin plures ad ſenſum unius, quam alterius ſpeciei abſorbeat, conſideretur, tanquam quæ conſtet particulis ſolidis, totidem polyedra inter ſe ſeparata referentibus, quorum plana ſint ſpecilla exigua, irregulariter collocata, atque diverſimode inclinata; extra dubium eſt, quin tale corpus album debeat apparere, ac figuræ conſimilis imagini in oculo efformatæ. Ut autem textura ejusmodi polyedrorum arctior, laxiorve fuerit, pluribus, paucioribusve inter ea relictis interſtitiis obſcuris; & plana magis minusve lævia, ut eorum ſitus tum reſpectu oculi, tum etiam ſolis opportunior; ita etiam albedo ſuperficiei corporis magis, minusve nitida videbitur.

64. Ex allatis jam ſequitur, in præſente hypotheſi *illa corpora eſſe alba, quæ radios omnis ſpeciei inter ſe permiſtos ad noſtros oculos reflectunt.*

65. CASUS III. Si particulæ ſolidæ corporis talem ſitum reſpectu ſolis & oculi habeant, aut ejusmodi ſint naturæ, ut non niſi paucos radios verſus oculum remittant, reliquis omnibus intra poros, vel interſtitia ſua abſorptis, ibidemque per varia obſtacula interceptis, ne ad oculum pertingere poſſint, niſi exiguo numero; oculus tam paucas portiones imaginis ſolis recipiet, ut vix perceptibilem impreſſionem faciant, aut ſaltem ut non faciant aliam, quam quæ requiritur, ut advertatur, oculo objici quasdam particulas exiguum lumen reflectentes. Atque hinc ejusmodi corpus vel prorſus, vel prope eſt nobis inconſpicuum, neque de ejus præſentia & figura idea haberetur, niſi objecta vicina tanto eſſent lucidiora, ut diſcrimen fieret manifeſtius. Id genus corpora nigra dicimus.

66. Ex dictis porro colligitur, in hac hypotheſi *corpora illa eſſe nigra, quæ aut nullos, aut paucos radios lucis reflectunt.*

67. CA-

67. CASUS IV. Quando particulæ ſolidæ ſuperficiem corporis conſtituentes ejusmodi ſunt, ut omnes fere radios abſorbeant, præterquam unius certæ ſpeciei, quos propemodum omnes reflectunt, oculus, in quem incurrunt radii reflexi, recipiet tot portiones exiguas imaginis ſolis, quot ſunt particulæ reflectentes, eruntque omnes ejusdem coloris, ut ſimul collectæ excitent ideam corporis præſentis certo colore prædiri, quem natura radiorum determinat, atque ejus figuræ, quam ſitus harum exilium imaginum poſcit.

68. Hinc autem apparet I, *corpora certo colore prædita eſſe illa, quæ fere omnes radios aliarum ſpecierum abſorbent, ac unius tantum reflectunt.*

69. II. *Colorum alterius alterum temperantium variationem dependere a radiorum diverſæ ſpeciei, qui reflectuntur, combinatione.*

70. III. *Corpus certo colore imbuere nihil aliud eſſe, quam vel ejus particulis, ſeu interioribus, ſeu tantum ſuperficiem conſtituentibus alium ſitum, ac ordinem tribuere; vel in poros ejus materiam quandam extraneam inducere; vel ejus ſuperficiem vernice oblinere; aut quavis ſimili ratione efficere, ut radii ab hoc corpore non niſi unius ſpeciei reflectantur, aut certe ut una radiorum reflexorum ſpecies prædominetur.*

71. Si ad allatam hactenus viſionis & colorum explicationem advertamus, illud etiam inferemus, quod *quævis lucis atomus ſecum ferat imaginem puncti illius luminoſi, e quo emiſſa eſt.* Si radius flavus e ſole veniens incidat in corpus rubrum, ſeu ita tinctum, ut rubrum appareat, non reflectetur, ſed intra poros penetrabit, ac intercipietur, aut ſaltem non niſi ita detortus, & poſt varios flexus iterum emerget, ut ad oculum pertingere nequeat. At ſi idem radius in corpus flavum incurrat, inde reflectetur, quin in ejus interſtitia penetret. Interim tamen hæc non tanto cum rigore accipi volumus, ut putetur nullus omnino radius flavus abſorberi poſſe a corpore flavo, aut a rubro reflecti; verum id ſolum intelligimus, quod ſi faſcis luminis ingenti numero radiorum, v.g. flavorum, conſtans incidat in corpus rubrum, valde pauci inde reflectendi ſint, ſi conferantur cum reliquis, qui penetrant, vel abſorpti exſtinguuntur.

ARTICULUS V.

De ideis, quæ ex viſu in anima noſtra conſequuntur.

72. Diximus, figuram, & præſentiam objectorum a nobis non aliter percipi, quam per impreſſionem, quam eorum imagines, cum in fundo oculi depinguntur, faciunt; quin nec eo-

rum magnitudinem, ſitum, motum, & diſtantiam aliunde advertimus, quam ex impreſſionum ejusmodi diverſa indole, aut e judiciis quibusdam, quibus aſſuevimus, etſi perſæpe falſis, & per rectum ratiocinium corrigendis.

73. Eſt quædam viſus noſtri habitudo & facilitas ad certum intervallum ſeſe extendens, ad quod ſcilicet res externas tum quando verſamur cum aliis, tum in reliquis noſtris negotiis conſpicere ſolemus. Hunc diſtantiæ modum cum objecta habent, quamvis eorum imaginum dimenſiones in noſtris oculis admodum mutentur, iis paullo propius admotis, vel recedentibus; nos tamen haud advertimus ullam magnitudinis variationem. At vero quando objecta ultra eum terminum ſunt poſita, ea tanto minora nobis apparent, quanto ab iisdem longius abſumus, & ex oppoſito. In exemplo: ſi ſucceſſive ab eodem homine ad intervallum 2, 4, & 6 pedum recedam, extra dubium eſt (Elem. 415), dimenſiones ejus imaginis fore proxime inter ſe ut 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, conſequenter ejus magnitudo eadem ratione decreſcere deberet, de qua ſcilicet judicium ferendum non eſt, niſi dependenter ab imagine in oculo expreſſa. Interim tamen ejusmodi diminutionem haud advertere ſolemus. Atque ut pateat, id non aliunde, quam a dicta jam habitudine provenire, ſatis erit, ſi conſideremus, magnitudinem hominis ad 120 pedes in eadem, in qua nos ſumus, planitie diſtantis nobis haud videri ad tantam reduci exilitatem, cujus tamen eadem appareret, ſi ad pedem turris centum viginti pedes altæ conſtituti eundem hominem in turris vertice videremus. Id, quod non alia ex cauſa accidit, quam quod præter uſum ſit, oculos ad tantam altitudinem fere ad perpendiculum attollere, quando alias cum hominibus verſamur, neque id genus diſtantias experientia crebriore cognitas habeamus: ideoque haud amplius e familiari nobis videndi ratione judicare poſſumus, ſed magnitudinem objectorum apparentem præcipue ex imaginibus efformatis in oculo metimur.

74. Quando itaque objectum ad eam diſtantiam conſiſtit, cui oculus jam aſſuevit, videtur, quod de ejus magnitudine & intervallo interjecto non aliunde judicemus, quam e notitia uſu longo hauſta dimenſionum rerum ceterarum inter oculum & objectum poſitarum, neque tum imaginum in oculo efformatarum diverſas extenſiones attendamus, ſeu quod idem eſt, nullam habeamus rationem angulorum, ſub quibus objectum apparet. Sed extra hanc diſtantiam, aut ſi interpoſitum obſtaculum rerum interjacentium conſpectum nobis eripiat, uti ſi objectum per teleſcopium videatur, vel microſcopium, aut ſaltem per exiguum foramellum

in

in plano opaco factum; magnitudo & distantia objecti apparers videtur dependere a dimensionibus ejus imaginis in nostro oculo, ita ut si hæc augeatur minuaturve artificio quovis optico, ipsum objectum, licet immotum, appareat magnitudine & distantia mutata; auctum vel imminutum; accedere, vel recedere, quemadmodum in sequente articulo exponetur.

75. Quod ex D. Chesselden, celebri Anatomico Anglo, narrat Smithius, dictis lucem affundet. Ostendit Chesselden, ab iis, quorum oculi vera cataracta laborant, nihilominus discerni posse inter noctem & diem, inter corpora nigra, alba, & intense rubra, cum sufficienter illuminantur, quin tamen figuram eorum dignoscant; tum narrat, se puero tredecim annos nato simili cataracta laboranti oculos consanasse; sed hunc oculorum usum adeptum haud potuisse amplius colorata illa corpora noscere, cum proponerentur, erroneis ideis, quas prius sibi efformarat, ad id non sufficientibus. Ea, quæ antea etiam de nomine norat, cum videret, revera esse eadem, vix credebat. Cum distincte cernere cœpisset, adeo non poterat de objectorum distantia judicium ferre, ut omnia oculis contigua putaret: inter se, & cubiculi parietes intervallum aliquod interesse, res ei erat conceptu difficillima. Omnia apparebant ei sub initium ultra modum grandia: capere non potuit, qua ratione tota domus esset suo cubiculo major, licet perbene intelligeret, hoc illius partem esse. De corporum figura, & mole prorsus diversorum discrimine, nihil certi poterat statuere; neque sciebat, quid esset, quo in rerum aspectu se tantopere affici advertebat. Cum imagines coloribus expressæ exhiberentur, tum vero perplexa videbantur omnia: duorum mensium spatio opus erat, donec comprehenderet, non nisi repræsentationem corporum solidorum per eas haberi. Oculos sub initium versus objecta non dirigebat; imo ut hoc faceret, paullatim & longiore tempore assuescere debuit.

Atque hæc facile cuivis persuadebunt, nequivisse puerum de distantia, & figura corporum judicium ferre, nisi postquam sæpius advertit, imo postquam habitudinem id advertendi contraxit, quod non solum diversitas quædam esset in impressionibus ex mutata figura & situ imaginum in oculis depictarum, sed etiam certa quædam relatio cum ideis ad motus organi tactus excitatis. Oculos versus objecta dirigere haud antea didicit, quam experiretur, hanc ipsam idearum congruentiam esse tum maxime luculentam, cum oculus certum situm respectu objectorum haberet. Denique quisque videt, eum non ante videndi usum ceteris communem obtinuisse, nisi assuetudine contracta dijudicandi quam promptissime, qua ratione id, quod oculum afficeret, in reliquos sensus esset acturum.

ARTICULUS VI.

Varia phænomena objectorum procul visorum.

76. *Angulus opticus* est, quem in pupilla efficiunt radii ab extimis dimensionis objecti punctis venientes.

77. PROPOSITIO I. *Objecta sive æqualia, sive inæqualia, sub eodem angulo visa apparent æqualia*, nisi scilicet aliud adsit, quod in casu peculiari phænomenon mutet.

Etenim ceteris omnibus paribus de æqualitate vel inæqualitate objectorum non aliunde judicare possumus, quam ex imaginibus in oculo formatis: jam vero si duorum objectorum quorumvis dimensiones ad pupillam eundem subtendunt angulum, imagines in oculo æquales efformari debent; videbuntur igitur æqualia.

78. PROPOSITIO II. *Objecta similiter oculo obversa ea ratione videntur minui, qua ab oculo recedunt.*

Nam dimensio quævis objecti est basis constans trianguli, cujus latera sunt distantiæ utriusque extremi ab oculo; quod si jam hæc latera augeantur, anguli quoque iis oppositi crescunt, ideoque (Elem. 495) angulus ad oculum, lateri constanti oppositus, decrescit, minoresque semper imagines in oculo formantur.

79. COROLL. I. *Magnitudines apparentes, sive anguli optici objectorum, sunt in ratione reciproca distantiarum ab oculo, quando hi anguli sunt exigui.*

80. COROLL. II. *Partes æquales objecti valde magni, & extra distantiam, ad quam res alias spectare solemus, apparent inæquales.* Partes enim remotiores ab oculo, minorem debent angulum opticum subtendere; & ex opposito.

81. COROLL. III. *Fieri potest, ut pars objecti minor, major appareat, quam altera, quæ in se major est.* Nempe si ita objiciatur oculo, ut angulum opticum majorem subtendat.

82. PROPOS. III. *Lineæ parallelæ ad magnam distantiam productæ, videntur concurrere, & extremis suis angulum efficere.*

Nam lineæ intervallum parallelarum metientes, quod semper idem est, angulos opticos semper minores subtendunt, & tandem insensibiles, cum ad distantiam quodammodo infinitam perventum est: igitur versus extrema intervallum inter parallelas nullum apparet, & parallelæ videntur concurrere.

83. OBSERVA. Hinc manifestum fit, *primo, cur turris admodum alta videatur versus illum propendere, qui ejus verticem ex pede spectat.* Si enim turris est ad perpendiculum erecta, spectator eam refert ad perpendiculum, quod per ejus oculum transit. Hæc duo perpendicula inter se parallela videntur convergere: igitur murus perpendicularis turris in majore altitudine ad perpendiculum per oculum

lum ductum accedit, ideoque inclinari versus spectatorem videtur velut in eum ruiturus. *Secundo, cur maris superficies eo altius attolli videatur, quo longius a littore distat, & quo magis editus est locus, e quo spectatur.* Eadem hujus est ratio. Nam maris superficies ad libellam composita, refertur ad lineam libellæ, sive horizontalem, per oculum transeuntem; ambæ, cum sint parallelæ, videntur eo magis convergere, quo ab oculo fiunt remotiores: crescit autem hæc distantia, quo longius maris aspectus patet; hicque patet eo longius, quo in altiore loco spectator consistit. *Tertio, cur in longioribus porticibus & ambulacris lacunar videatur deprimi, & pavimentum attolli.* Rursus enim lineas libellæ tam lacunaris, quam pavimenti cum horizontali per oculum ducta comparamus, quæ illa inferior, hac superior est. *Quarto, cur quando prope murum longiorem, vel seriem continuam arborum viam facimus, ea, quæ ad dextram sita apparent, videantur versus sinistram accedere: aut si utrinque sit murus, vel arborum series, cur semper longius a se se videantur recedere, quo propius accedimus? &c.*

84. COROLL. Linea libellæ per oculum transiens, v. g. coronæ murorum, semper talis apparet, utcunque objiciatur oculo; aliæ vero omnes, seu supra hanc, seu infra eam ductæ, ad horizontem inclinatæ videntur.

85. PROPOS. IV. *Figura objecti apparens dependet a situ punctorum, quæ ad oculum radios emittere possunt.* Patet per se.

86. COROLL. I. *Linea recta ita posita, ut producta per centrum pupillæ ad oculi superficiem esset perpendicularis, instar puncti apparet.* A nullo enim ejus puncto, nisi extremo, radius ad oculum venire potest.

87. COROLL. II. *Planum ita situm, ut axis oculi productus in eodem perpetuo maneret, debet tanquam linea videri.*

Sola enim perimetri pars oculo obversa in eundem radios emittere potest.

88. COROLL. III. *Solidum, cujus unicum tantum planum oculo objicitur, non aliter ac mera superficies apparet.*

89. PROPOSITIO V. *Si oculus sit in eodem plano cum linea admodum longa, & ad magnam distantiam descripta; ea, sive regularis sit, sive irregularis, apparet ut arcus circuli, cujus centrum oculus occupat.*

Quoniam puncta G, F, A, B, C, D, E, (fig. 5) curvæ irregularis sunt in plano per oculum transeunte, & extra distantiam, ad quam objecta considerare assuevit, discernere nequit, quænam eorum sint aliis viciniora. Pariter differentiam rectarum OP, & OD haud distinguit, utpote quæ exigua est, si cum alterutra harum linearum conferatur. Itaque cum nullum ei suppetat medium de inæqualitate horum radiorum judicandi, eo connaturaliter propendet, ut eos æquales credat. Idem est de reliquis. Quare se in

centro circuli existimabit, in cujus circumferentia omnia illa puncta sint posita.

90. OBSERVA. Si differentiæ radiorum essent admodum magnæ, partes viciniores sive ex vivacitate luminis, sive ex magnitudine apparente dignosci possent. Et si oculus haberet magnam distantiam a plano curvæ, itidem ejus inæqualitates discerneret; nam cum lineæ DP, BL, FI non sint infinite parvæ relate ad OD, OB, OF, & ipso situ directius visui exponerentur, sensibiles evaderent.

91. *Linea irregularis parva procul visa, ut* ABCDE, *instar rectæ apparere debet.* Quoniam scilicet videtur tanquam arcus circuli paucorum graduum.

92. Hinc est *primo*, quod quis in magna planitie variis anfractibus terminata constitutus se putet esse in centro circuli. *Secundo* quod talis, etsi semper progrediatur, nullum spatium se confecisse arbitretur; quod nempe se adhuc in centro constitutum videat. *Tertio* quod cælum instar sphæræ cavæ appareat, in cujus axe sit oculus positus, & astra ejus superficiei inhæreant. *Quarto* quod urbes majores, sylvæ latæ in formam amphitheatri flexæ videantur, quando procul conspiciuntur. *Quinto* quod sphæræ admodum distitæ, ut sol, luna, tanquam mera superficies circularis plana appareant. *Sexto* quod polyedrum variis areolis planis terminatum ad distantiam mediocrem instar globi, ad magnam autem distantiam ut circulus videatur. *Septimo* quod turris quadrangularis, vel polygona rotundæ, aut etiam planæ speciem e majore intervallo exhibeat. *Octavo* quod non advertatur motus in globo circa axem æquabiliter rotato etiam in distantia parva, nisi quibusdam maculis sit notatus, & motus lentior.

93. PROPOSITIO VI. *Si oculus constituatur in axe polygoni regularis perpendiculariter per ejus centrum transeunte, polygonum advertit esse regulare; sed si ponatur extra hunc axem, polygonum videbitur illi irregulare.*

Oculo in axe constituto, radii ex singulis polygoni angulis ad eum ducti efficiunt pyramidem basis regularis, cujus consequenter omnes anguli plani angulum solidum ad verticem constituentes inter se æquantur, uti etiam omnia plana pyramidem efformantia. Itaque latera polygoni ab oculo sub æqualibus angulis, & similiter posita videntur. At si oculus sit extra axem, latera æqualia polygoni inæqualiter ab oculo distant, ideoque apparent inæqualia, nec eodem modo collocata.

94. COROLL. *Polygonum regulare oblique visum apparet oblongum; & circulus instar figuræ ovalis.* Partes enim remotiores videntur minores, magisque contractæ; viciniores autem majores, & latiores: igitur diagonales aliæ apparent majores, aliæ minores. 95.

95. OBSERVA. Perſpectivæ eſt, phænomena ſuperioribus propoſitionibus expoſita Geometrice determinare.

96. PROPOSITIO VII. *Objecta in regione circumſita aſpectui noſtro expoſita videntur eo obſcuriora, magisque confuſa, quo remotiora ſunt. Quo autem nobis propiora ſunt, eo vivacioribus coloribus, magisque diſtincta apparent.*

Præcipua hujus phænomeni ratio eſt, quod viſio diſtincta, & colorum vivacitas dependeat ab intenſitate luminis, quæ, quo objectum remotius eſt, eo magis minuitur ex interjecto aere craſſiore inter objectum & oculum.

97. Inde fit *primo*, ut objecta magis in edito collocata, ut quæ in vertice altiorum montium ſunt, longe diſtinctius videantur, quam quæ ad eorum radicem ſunt poſita, quod aer ſubtilior, & a vaporibus purior ſit in ejusmodi altitudine, quam in locis humilioribus. *Secundo*, ut pictores colores clariores, & illuſtriores obſcurioribus, & languidioribus rite temperando efficere poſſint, ut corpora depicta extra tabulam emineant, & ſolidi ſpeciem referant.

98. PROPOSITIO VIII. *Objecta obſcura & confuſa, ſimul etiam ceteris remotiora apparent.*

Ratio eſt, quod cum remota non niſi obſcura & confuſa videre ſoleamus, etiam illa judicemus remota, quæ horum more apparent.

99. OBSERVA. Si quavis ratione contingat, ut objectum extra limites collocatum, intra quos de corporum magnitudine ex uſu judicare poſſumus, attamen ejus molis, cui videndæ alias aſſuevimus, reddatur ſolummodo obſcurius, & magis confuſum; illico etiam remotius, quam ſit, putabimus. Et quia manſit in eadem diſtantia, adeoque in oculo noſtro imago imminuta non eſt, exiſtimamus objectum fuiſſe majus factum.

100. Ex his pronum erit rationem reddere, *primo* cur noctu ignis lucidior appareat propior, ac vere ſit. *Secundo*, cur phantaſmata, quæ per tenebras ſibi quidam effingunt, & ipſa vera objecta, noctu iter facientibus prope occurrentia, uti vicinæ arbores, domus &c, videantur remotiora, quam ſint. *Tertio*, cur cælum inſtar fornicis aliquantum depreſſi ſuperne ſubſidere intuentibus putetur. Nempe luce ſtellarum horizonti viciniorum decreſcente (20), eas magis diſtare exiſtimamus, quæ ad horizontem propiores ſunt. Hinc experimur, diſtantiam apparentem oculi ab horizonte, eſſe fere triplam diſtantiæ ejusdem a zenith. Colligimus hanc cæli depreſſionem ex eo, quod dum oculi judicio punctum cæli inter zenith & horizontem medium deſignare volumus, illud ad 23 vel 24 gradum altitudinis referamus, cum tamen, ſi cælum hemiſphærii formam referret, ad 45 gradum ſupra horizontem

idem

idem punctum designandum foret. *Quarto* cur sol & luna, cum nudo oculo in ortu suo spectantur, longe majores appareant, eaque ratione decrescant, qua altius supra horizontem ascendunt; licet si eorum diametri instrumentis Astronomicis explorentur, contrarium detegatur. Sit enim AE (Fig. 6) horizon, O locus observatoris; sol in diversa altitudine designetur per BC, DH, FG; superficies apparens cæli sit AMRE. Evidens est, solem in quocunque loco circuli AHGE constitutum, exhibere diametrum sub angulis ad centrum O æqualibus BOC, DOH, FOG: at quia figura cæli depressior apparet, sol cum est in BC, videtur in KI; cum hæret in DH, vel FG, putatur esse in PN vel TS: hinc licet sub iisdem videatur angulis, IOK, PON, TOS; minor tamen creditur, utpote vicinior oculo.

101. PROPOSITIO IX. *Objecta eo remotiora, & majora apparent, quo major aliorum numerus, ampliusque in plano spatium inter ea & oculum interjacet; & ex opposito tanto videntur propiora & minora, quanto pauciora alia corpora, & angustius loci spatium inter oculum & objecta intercedit.*

Amplitudo enim spatii intercedentis, ac objectorum aliorum numerus speciem magnæ distantiæ exhibent, ideoque fallitur oculus, ut corporibus justo majorem molem tribuat; & ex opposito.

102. Hæc causa est *primo*, cur horizon usque ad cæli superficiem procurrere videatur, utpote cum nullum intermedium corpus appareat. *Secundo*, Cur si quis in planitie constitutus inter oculum & objecta alia interjectam vallem cernere nequeat, ea sibi longe viciniora arbitretur; & distantiam non advertat, nisi jam prope vallem conspicuam positus. *Tertio*, Cur vesperi objecta paullo in edito collocata, & visui recte exposita, admodum diffita, & magna existimentur. Cum enim per tenebras non liceat ex interjecto spatio de distantia eorum judicium ferre, ad extremum horizontem ea referimus, ideoque etiam valde magna putamus.

103. PROPOSITIO X. *Si duo objecta inæqualiter ab oculo remota, percurrant spatia temporibus æqualibus æqualia, & parallela, id, quod remotius est, videbitur tardius moveri altero.*

Patet; nam spatium descriptum a remotiore minorem angulum ad oculum subtendit.

104. OBSERVA. Si directiones mobilium non sint parallelæ, fieri potest, ut vicinius appareat tardius moveri remotiore, etsi plus reipsa spatii eodem tempore percurrat, quam alterum. Nempe possunt hæc spatia ita obliqua esse posita respectu oculi, ut minorem angulum radii ab eorum extremis ducti efficiant, quam sit angulus subtensus a spatiis minoribus remotioris mobilis, sed magis directe oculo objectis.

105. PRO-

105. PROPOSITIO. XI. *Objectum quavis celeritate motum, si describat singulis secundis spatium, quod in oculo angulum non majorem 15 vel 20 secundis subtendit, immotum videtur.*

Constat experientia, cum astra nudo oculo nullum motum sensibilem habere videantur, licet plura eorum tempore minuti secundi describant spatium angulum 15 secundorum subtendens.

Hinc est, quod in horologiis portatilibus motus indicis per circulum horarium, imo etiam alterius circulum minutorum percurrentis, sit insensibilis.

106. OBSERVA. Ratio spatii percursi a mobili ad distantiam ejusdem ab oculo, quando motus est insensibilis, censeri potest 1 ad 1200; hoc est, si corpus tempore unius secundi non describat plus, quam $\frac{1}{1200}$ suæ distantiæ ab oculo, immotum apparet, quia tum illud spatium non subtendit angulum majorem, quam 17 secundorum & 12 tertiorum.

107. Ex opposito, *si objectum moveatur celeritate summa, uti glans plumbea e catapulta ferrea vi pulveris nitrati ejecta, videri nequit.* Nullibi enim tamdiu moratur, ut visus illic figi posset, & objectum percipere.

108. PROPOSITIO. XII. *Duo aut plura objecta eadem velocitate apparente & directione mota, si referantur ad aliud immotum, quiescere videntur; objectum vero quiescens directione opposita, & celeritate eadem moveri apparet, qua reipsa alia moventur.*

Nam Duo aut plura objecta eadem directione, & velocitate apparente lata inter se situm non mutant; sed quia motu suo vero alium semper situm respectu objecti immoti acquirunt, & ad alias successive, aliasque hujus partes referuntur, videtur istud moveri in partem oppositam, & celeritate eadem.

109. Hinc pendet *Primo*, quod curru vel navi vectus se credat semper in eodem loco manere, & objecta vicina in partem oppositam moveri. Hæc oculorum fallacia eo est efficacior, quo navis major est: tunc enim navis partes, magno numero, & variis distantiis spectatorem ambientes, cujus respectu eundem semper situm retinent, haud possunt videri locum mutare, vel moveri. Et certe si spectator immoto perstet capite, imagines partium navis in ejus oculo locum non mutant, sed in eisdem semper spatiis depinguntur, ideoque non solum partes navis immotæ apparere debent, sed etiam aptissimæ, ad quas alia objecta referantur, ut, an moveantur, an quiescant, exploretur. Jam vero ob motum verum navis fieri debet, ut objecta extra navem immota omni momento situm & distantiam ab oculo spectatoris mutent: igi-

tur eorum imagines diversa spatia in oculo successive percurrunt, ut adeo totus motus navis illis videatur tribuendus.

110. Simili illusione fit, quod nobis persuadeamus, solem & omnia sydera intra 24 horas circa tellurem moveri, & quod revolutio annua solis reipsa circa terram fiat.

111. *Secundo*, quod cum nubes magna celeritate feruntur, luna velocissime videatur in partem oppositam moveri, & nubes absque motu hærere in eodem loco. Hæ quippe simul eadem directione, & celeritate progrediuntur.

112. PROBLEMA. *Datis positione loco spectatoris* S (figur. 7), *in quo se putat quiescere; quotcunque punctis* A, B, C *spatii veri mobilis in plano quovis progredientis; & totidem punctis* a, b, c, *ad quæ spectator iisdem momentis pervenit, determinare viam apparentem mobilis.*

Ductis rectis A*a*, B *b*, C *c*, fiant his parallelæ & æquales Sα, Sβ, Sγ omnes per punctum S transeuntes; erunt α, β, γ, puncta, per quæ semita apparens mobilis ducenda est. Nam cum v. g. recta Sα sit æqualis & parallela rectæ A*a*, punctum α respectu S eundem situm habet, ac punctum A respectu *a*. Igitur spectator, se in S positum credens, existimare debet, mobile esse in α. Idem est de reliquis punctis β, γ &c.

113. COROLL. I. *Locus verus, & locus putatitius oculi; locus verus & locus apparens objecti semper sunt in angulis parallelogrammi.* Locus verus objecti, & locus putatitius oculi, semper sunt in angulis oppositis; locus apparens objecti, & locus verus oculi sunt in reliquis duobus angulis oppositis. Hinc *objectum semper apparet oppositum loco vero oculi spectatoris.*

114. COROLL. II. *Si objectum sit immobile in* A, *ejus semita apparens* $\alpha\beta\gamma$ (fig. 8) *est æqualis semitæ veræ oculi, & in plano parallelo.*

Quoniam αa, βb, γc sunt parallelogramma, quorum S A est diagonalis communis, simulque intersectio communis planorum eorum, basibus S*a*, S*b*, S*c*, in eodem plano existentibus, in quo scilicet est semita vera oculi; etiam his parallelæ & æquales Aα, Aβ, Aγ debent in eodem plano ad planum semitæ oculi parallelo existere, angulosque αAβ, βAγ, æquales angulis *a*S*b*, *b*S*c* efficere. Ergo puncta α, β, γ sunt in linea æquali lineæ *a b c*, & in plano parallelo, sed situ inverso. Si vero objectum sit in eodem plano cum semita oculi, etiam ejus semita apparens in eodem erit.

115. COROLL. III. *Si objectum quiescat in loco putatitio oculi spectatoris, ab eo refertur ad extremum radii æqualis & in directum jacentis radio ex vero loco oculi ad ejus locum putatitium ducto.*

Itaque si spectator moveatur in circulo, cujus centrum ab objecto occupatur, estque spectatoris locus putatitius; videtur objectum

jectum eundem circulum describere, sed semper in punctis peripheriæ illis diametraliter oppositis versari, in quibus est spectator, ideoque eadem moveri velocitate, ac reipsa oculus spectatoris movetur.

116. Observa. Corpora terrestria nos undique ambientia, ac nostri respectu quiescentia, quamvis reipsa una nobiscum circa solem volvantur, ita hac specie nobis illudunt, ut nos credamus in centro universi immobiles, solemque circa nos agi, licet is in se quiescat; Planetas item circa solem latos percurrere curvas mire flexas, ut jam in ortum, jam in occasum progrediantur, etsi de se non nisi ab occasu in ortum moveantur. Ope Problematis præcedentis omnes hi motus apparentes in plano descripti exhiberi possunt. Si enim fiant duo circuli concentrici, quorum alter exhibeat orbitam Telluris, alter orbitam alterius planetæ, exempli causa, Jovis; sintque radii horum circulorum proportionales distantiis solis a terra, & Jove, hoc est circiter ut 1 & 5; & denique peripheriæ circulorum dividantur, in ratione celeritatum terræ & planetæ, in casu nostro scilicet 12 ad 1, ita ut v.g. circulus orbitæ terræ respondens dividatur in gradus duodenos; alter, qui orbitam Jovis exprimit, in singulos; si, inquam, his ita constructis, notentur in circulo telluris divisionum puncta successiva *a*, *b*, *c*, &c, hisque totidem correspondentia in circulo Jovis A, B, C, &c (initio, a quo libuerit, sumpto), centro eorum communi S; facile erit omnia puncta curvæ apparentis a Jove describendæ determinare, atque ex iis omnium mirarum illarum variationum rationem reddere.

117. Propositio. XIII. *Imagines ejusdem objecti, si in fundo utriusque oculi non depingantur ad partes homologas, exhibent objectum duplicatum.*

Quod objectum, etsi duobus oculis spectatum, simplex appareat, non aliunde pendet, nisi quod utraque impressio in fibras homologas,& æqualiter tensas utriusque oculi ad sensum eadem sit; sive, quod plurimis experimentis congruit, quod anima non nisi ad unam e duabus æqualibus & simultaneis impressionibus advertat. Quod si igitur impressiones per imagines in partibus diversis oculorum depictas fiant in fibras inæquales, & non homologas, ipsæ impressiones jam diversæ sunt, ideoque tales, ut duplicis objecti idea consequatur.

118. Observa. Imago in utroque oculo depingitur in fibris homologis, quando objectum videtur per radios ad sensum parallelos, sive quando uterque oculus eodem modo versus objectum dirigitur. Hinc accidit, ut objectum nimis admotum oculis appareat duplicatum, quod nempe axes optici nimium inclinari debeant,

beant, ut objectum utroque oculo videri possit; & sinistro quidem apparebit ad partem dextram, dextro ad sinistram, quia hæc est eorum axium inclinatio. Idem fit, si alia quavis ratione oculi distorqueantur. Ebrii sæpe objecta duplicata vident, fibris & musculis omnibus ita laxatis, ut motus æquales non recipiant; hinc oculos nequeunt eodem modo versus objecta dirigere. Patebit hoc manifeste, si eorum oculi attentius considerentur.

119. In vehementioribus commotionibus, dum quis affectuum impetu, v. g. ira abripitur; item hominibus furiosis, quandoque objecta duplicata apparent, cum tunc liberum non sit, oculos, ut convenit, in ea dirigere.

PARS SECUNDA

Complectens Catoptricam, & Dioptricam.

CAPUT I.

Notiones Generales Catoptricæ, & Dioptricæ.

ARTICULUS PRIMUS.

De imaginibus & focis.

120. Quoniam summa est atomorum lucis exilitas, fieri sane nequit, ut unius, paucorumve radiorum impressionem in organum visus, cujus fibræ cum lucis radiis comparatæ rudes admodum sunt, & crassæ, percipiamus. Majore itaque radiorum numero ex eadem superficiei corporis parte digredientium opus est, ut ea nobis visibilis reddatur. Verum quia radii ex eodem puncto dimanantes continuo a sese invicem divergunt (8), excogitanda fuerunt media, quibus secum iterum conjungi, in puncto quovis dato uniri, quin etiam, ut libuerit, dispergi possent. Atque de hisce adminiculis Dioptrica, Catoptricaque agit; de vitris, inquam, & speculis, quæ eum in finem adhibet.

121. Ope itaque vitrorum, speculorumque ingens radiorum numerus ab objecti parte quavis egressorum, in eodem iterum ad sensum puncto uniri possunt: & cum quisque radius imaginem puncti illius, e quo emanat, secum deferat (71); omnes ad idem collecti spatium imaginem partis objecti, unde emissi sunt, efforment, necesse est, eo quidem vivaciorem, quo major radiorum copia coacta fuerit; eo accuratiorem, magisque distinctam, quo ordo idem, dum colliguntur, servatus fuerit exactius, quem in digres-

digressu ab objecto tenuerunt. Est hæc imago adeo luculenta, ut si planum quodpiam læve & candidum eo in loco, in quo radiorum unio fit, constituatur, suis accurate distincta coloribus appareat, maxime, si dum experimentum capitur, luci cuivis alteri aditus negetur.

122. Punctum illud, in quod ope vitri, speculive luminis radii coguntur, *focus* vitri, aut speculi vocatur; & siquidem vera fiat radiorum collectio, *focus realis*, aut citra additum, *focus* nuncupatur, estque locus, in quo imago objecti lucem emittentis effingitur, ipsumque apparet objectum esse, si plures radii, postquam per focum decussatim transierunt, in oculum incidant. At vero si punctum illud tale modo sit, ad quod, dispersis per vitrum aut speculum radiis, nova eorum directio tendat, *focus imaginarius* appellatur, illicque etiam tunc objectum consistere videtur, si major radiorum dispersorum vis oculum subeat, quæ objecti imaginem satis sensibilem efformet: quippe illic universim objectum existere putatur, unde ejus radii ad nostrum oculum venire videntur (58, & 48).

123. Quod si vero quivis radius imaginem objecti, e quo emanat, secum deferat, sequitur, quod *si radii, postquam semel collecti sese secuerunt, ac in concursu suo imaginem depinxerunt, postea seu refractione, seu reflexione quapiam uniti rursus fuerint, denuo imaginem efforment, ac sic deinceps, quamdiu eorum inter sese ordo non fuerit perturbatus.* Igitur tot ejusdem objecti imagines fieri possunt, quoties radii ab eo emissi citra confusionem iterum possunt colligi.

124. Illud etiam deducitur, quod *quando solum de via radiorum luminosorum agitur, imago vicem objecti subire possit, & objectum vicem imaginis; quin etiam secundæ imaginis respectu prima tanquam ejus causa productrix haberi possit, ac sic de reliquis.*

125. Si radii in fasce luminoso ad sese invicem inclinentur, *convergentes* aut *divergentes* dicuntur, prout scilicet sive discessus eorum a puncto quopiam unionis, sive congressus consideratur. E quo liquet, focum esse in ipso transitu a convergentia ad divergentiam, & vicissim.

ARTICULUS II.

Leges & principia ab experientia deducta, quæ demonstrationibus in Dioptrica & Catoptrica fundamentum præbent.

126. Lex I. *Quivis lucis radius per medium quodpiam propagatus, dum in aliud diversæ densitatis aut naturæ incurrit, directionem mutat: Si*

novum illud medium penetrare nequeat, in superficie reflectitur; si penetrat, in ingressu frangitur, sive refringitur.

Sit A C (fig. 9) radius, ex aere in superficiem P Q crystalli, aut vitri solidi P S incidens. E puncto C, in quo radius A C in novum hoc medium incurrit, & quod propterea *punctum incidentiæ* dicitur, erigatur perpendicularis M D ad vitri superficiem (vocatur ea nonnunquam cathetus incidentiæ; angulus vero A C M, eive æqualis D C B est angulus incidentiæ). Quod si *radius incidens* A C offendat in aliquod obstaculum aditum in vitrum prohibens, mutata directione reflectitur, viamque C I tenet; tumque angulus M C I vocatur *angulus reflexionis*: verum si radius incidens A C vitrum penetrarit, deserta priore directione C B deviat, & novam C T sequitur. Atque in hoc casu angulus D C T dicitur *angulus refractus*; C T *radius fractus*, vel *refractus*; B E *sinus anguli incidentiæ*; & T H *sinus anguli refracti.*

127. Lex II. *Si punctum lucidum, postquam in occursu diversorum mediorum & superficierum diversimode reflexum, refractum, aut inflexum est (uti scilicet mediorum & superficierum occurrentium natura & positio exigit), tandem in obstaculum offendat, quod ei directionem præcise oppositam impertit, eadem accurate via, & celeritate, qua advenerat, regreditur.*

Sic radius T C per vitrum P S propagatus, dum in ejus superficiem P Q incurrit, via C A egreditur; sive, quod eodem recidit, si radius A C, refractus sit in C T, & ex T directione T C repellatur, e vitro directione C A exit.

128. Lex III. *Angulus reflexionis aut refractionis est in eodem plano cum angulo incidentiæ, estque hoc planum ad superficiem medii perpendiculare.* Etenim ejus positio per Cathetum incidentiæ, quæ ad superficiem medii perpendicularis est, determinatur.

129. Lex IV. *Sinus anguli reflexionis aut refractionis alicujus radii est in ratione constante cum sinu sui anguli incidentiæ.*

In reflexione ea ratio est æqualitatis: & consentientibus omnibus experimentis, differentia nulla est, quæ percipi posset.

130. Quando lux ex aere in aquam pluviam transit, ratio sinus anguli refracti ad sinum anguli incidentiæ proxime est, ut 3 ad 4, aut accuratius, ut 3 ad 4,0076; dum ex aere in vitrum incidit, ut 2 ad 3, vel accuratius ut 20 ad 31; dum e vitro in aquam propagatur, ut 9 ad 8 * &c, & vicissim ratio sinus anguli refracti ad sinum anguli incidentiæ est in transitu ex aqua in aerem, ut 4 ad 3; e vitro in aerem, ut 3 ad 2 &c.

131 Co-

* Newton. Opt. L. 1. part. II. Prop. III. Exper. VIII. rationem anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis suæ ponit ut 80 ad 93; hinc typothetis numerorum 8 & 9 transpositio in exemplari Gallico adscribenda.

131. COROLL. I. *Si radius incidens sit perpendicularis ad superficiem medii, in quod incurrit; vel in se ipsum reflectitur, vel medium sine refractione transit.* Cum enim tunc sinus anguli incidentiæ sit = 0, sinus anguli reflexionis, aut refractionis pariter est = 0; aut, quod idem est, radius tum cum catheto incidentiæ congruit.

132. COROLLARIUM II. *Sub quocunque angulo incidentiæ radius occurrat alicui medio luci alias pervio, semper sub eodem reflecti potest, siquidem in casu particulari illud penetrare nequeat; verum quando juxta naturam medii sinus anguli incidentiæ debet minor esse sinu anguli refracti, radius non semper potest medium, facta refractione, penetrare;* aut, quod idem est, *in angulis incidentiæ certi dantur limites, ultra quos radius refringi nequit, consequenter nec exire e medio, in quo propagatur, ut in alterum, cui occurrit, transeat.*

Etenim si lux ex aere in superficiem aquæ incidat sub angulo fere 90°, angulus refractionis erit proxime 48° ½, sinu toto, aut incidentiæ, ad sinum anguli refracti existente tunc ut 4 ad 3, quæ ratio angulum refractum præbet 48° ½ circiter: itaque si ex opposito radius ex aqua in aerem transire debeat sub angulo incidentiæ 48° ½, is ex aqua egressus debebit ejusdem superficiem radere, angulo refracto 90° existente; quod si igitur radius sub majore angulo incidentiæ, quam 48° ½, ex aqua egredi deberet, sinus anguli refracti ipso sinu toto major fieret, quod impossibile est: unde neque fieri potest, ut talis radius ex aqua emergat, docetque nos experientia, eum in communi aquæ & aeris superficie reflexum intra aquam manere. Simili ratiocinio in aliis mediis limites refractionis inveniri possunt, data ratione sinuum anguli incidentiæ & refractionis. Deinceps de planis solummodo, & sphæricis superficiebus agemus, quarum scilicet solarum in reliquis artibus usus est.

CAPUT II.
De Catoptrica.
ARTICULUS I.
De imaginibus, aut focis per reflexionem.

133. PROBLEMA. *Datis puncto, aut objecto quovis* O *in axe* A O *speculi cujuscunque sphærici concavi* MAB (fig. 10. & 11) *aut convexi* (fig. 12), *& radio incidente* OM, *axi* A O *infinite propinquo, invenire punctum axis* F, *per quod radius in* M *reflexus transit.*

RESOLUTIO. Ducatur ad centrum C e superficie sphærica recta MC, quæ cum (Elem. 459) ad superficiem speculi in puncto

cto incidentiæ M normalis ſit, erit cathetus incidentiæ: hinc angulus OMG, vel CME eſt angulus incidentiæ: & ſi fiat CMF = OMG, erit radius reflexus MD, axi OA in F occurrens.

Ut jam valor de AF, ſeu MF (ponuntur enim OM & OA infinite propinquæ) analytice exprimatur, ſit OA, ſive MO, diſtantia objecti a ſpeculo, $= \pm d$ ($+ d$, ſi ſpeculum ſit concavum; & $- d$, ſi ſit convexum: quippe cum hæc ſignorum determinatio a ſitu radii incidentis OM reſpectu ſemidiametri ſpeculi AC pendeat); ſit $AC = r$, & FA, vel $FM = f$. Hinc erit $FC = r - f$ (fig. 10. & 12), aut $= f - r$ (fig. 11); & $CO = - r + d$ (fig. 10), vel $= r - d$ (fig. 11), vel $= r + d$ (fig. 12). Eſt autem (Elem. 560) $CO : CF = MO : MF$, ſive (fig. 10 & 11) $\mp r \pm d : \pm r \mp f = d : f$; unde formula generalis pro ſpeculis concavis eruitur $f = \frac{dr}{2d - r}$.

Porro in triangulo CMO fig. 12, habetur (Elem. 746) $CO : MO = \sin CMO$ (vel FMC): $\sin MCO$ (ſive MCF): item in triangulo FMC eſt $\sin FMC : \sin MCF = CF : FM$; igitur etiam $CO : CF = MO : MF$, ſive $r + d : r - f = d : f$. Ex quo deducitur formula pro ſpeculis convexis $f = \frac{dr}{2d + r}$. Ut adeo formula utrique ſpeculorum ſphæricorum generi communis ſit $f = \frac{dr}{2d \mp r}$.

134. OBSERVA I. Hæc formula eo accuratius exhibet valorem de AF, quo radius incidens OM axi OA fuerit propior, ſive quo AM, inter radium incidentem, & axem AO per objectum O ductum, intercepta, minor portio ſuperficiei totius ſphæræ fuerit. Sic cum MF (fig. 10 & 12.) ſemper ſit major, quam AF, quo radius incidens a puncto A longius diſcedit, eo propius ad idem A radius reflexus MF cum axe AF concurrit.

135. OBSERVA II. Si ſciatur arcus AM, per Trigonometriam planam valor de AF calculo rigido erui poteſt. Nam in triangulo OCM, datis OC, CM, & angulo MCO, cujus menſura eſt AM, anguli COM, & CMO cum latere MO reperiri poſſunt. (Elem. 760). Dein in triangulo FMO habetur MO, angulus FOM, & FMO, duplus (aut dupli complementum (fig. 12)) anguli CME: quare per calculum obtinetur latus OF, & inde AF.

Si radius incidens OM fiat parallelus axi OA, hoc eſt, ſi diſtantia objecti fiat infinita, angulus EMC erit æqualis angulo FCM, & triangulum CMF iſoſceles, utrumvis ejus angulum metiente

tiente arcu AM. Sit exempli causa CM = 6 ped. arcus AM = 1°; reperietur AF = 2,99564 pedum. Si AM ponatur = 10°, habebitur AF = 2,95372 ped. Si AM sit = 30°, fiet AF = 2,53589 pedum.

136. Coroll. I. Quoniam tota lux ab objecto O in speculum in exigua a puncto A distantia incidens, per punctum axis F aut saltem admodum prope, transit in speculis concavis; sequitur ad idem punctum F debere imaginem objecti O sensibilem efformari. In speculis vero convexis radii e puncto O venientes reflexione ita disperguntur, ut producti ad F concurrant, & si quidem lux eum in modum reflexa oculum subeat, objectum versus F exhibeat.

137. Coroll. II. Cum imago objecti O sita sit in axe sphæræ per punctum O producto, si quando occurrat obstaculum, quo minus ab objecto ad centrum sphæræ recta duci possit, imago objecti formari nequit. Simili ratione, quocunque situ oculus collocetur, ut imaginem suam in speculo videat, eam semper in recta per centrum speculi transeunte videt.

138. Observa III. Si objectum O tantam vim lucis emittat, ut radii etiam nondum collecti sensum caloris excitent, uti id præstant radii solares, facis, carbonis accensi &c, manifestum est, quod si ope speculi concavi colligantur, calorem tum eorum densitati, tum illi, quem per sese habent singuli incidentes, proportionalem excitaturi sint. Atque hinc nomen *foci* puncto illi, in quod coguntur, impositum est.

Articulus II.

De loco, situ, & motu imaginum per reflexionem ortarum.

139. Si diversæ assumantur distantiæ, e quibus objectum in superficiem speculi sphærici reflectentem radiare potest, haud difficile erit, ex formula generali, superiore Articulo tradita, locum ejus imaginis reperire.

Itaque supponamus objectum quodpiam, primo in ipsa speculi superficie positum, dein successive in infinitum ab eodem removeri...

140. I. *Si distantia a speculo sit infinite parva, imago objecti est infinite propinqua post speculum.* Quippe cum sit $\pm d = \frac{1}{\infty}$, formula $f = \frac{dr}{2d \pm r}$ in hanc abit $f = \frac{1}{\mp \infty}$. Denotat autem signum —, in speculo concavo imaginem esse ex parte opposita illi, in qua assumebatur se-

midiameter cavitatis $= +r$, adeoque post speculum: signum vero $+$ ostendit, in speculo convexo imaginem esse ex parte centri convexitatis, cujus semidiameter ponebatur $= +r$; manifestum autem est, in formula $f = \frac{dr}{2d+r}$ semper fore f positivum, quicunque valor de d assumatur: unde sequitur, *in speculo convexo imaginem necessario esse ex parte centri convexitatis, in quacunque distantia objectum fuerit;* id, quod in sequentibus toto hoc Articulo probe notandum.

141. II. *Distantia objecti a speculo a o usque ad quartam axis sphæræ, vel dimidiam semidiametri partem crescente, imago quoque post speculum semper recedit; & quidem in concavo a o usque ad ∞; in convexo vero a o usque ad $\frac{1}{8}$ axis.* Nam *Primo* si ponatur $d < \frac{1}{2} r$, seu $2d < r$, patet, esse $2d - r$ quantitatem negativam; ergo in speculo concavo f quoque erit negativa, & locus imaginis post speculum. *Secundo.* At vero si fiat $d = \frac{1}{2} r$, erit formula pro speculo concavo $f = \frac{\frac{1}{2} rr}{0} = \infty$. E quo liquet, *imaginem ad distantiam infinitam recedere, si objectum ad quartam axis partem collocetur;* sive, quod idem est, *radios ab objecto venientes reflecti inter se parallelos a speculo, adeoque* non nisi ad distantiam infinitam a speculo concurrere. Verum quia nulla est ratio, ob quam lineæ parallelæ in infinitum utrinque productæ ex una potius, quam altera parte concursuræ concipiantur, ideoque eodem jure concursus utrinque fieri supponitur; in casu, in quo versamur, dum scilicet objectum $\frac{1}{4}$ axis parte a speculo concavo distat, ejus imago a speculo tam antrorsum, quam retrorsum in infinitum discedit.

142. Quod ad speculum convexum, patet, posito $-d = \frac{1}{2} r$, fore $f = \frac{1}{4} r$.

143. III. *Distantia objecti a speculo ab $\frac{1}{4}$ axis usque ad $\frac{1}{2}$ ejusdem (hoc est usque ad semidiametrum sphæræ) crescente, imago in speculo concavo est cis speculum, atque e distantia infinita usque ad centrum speculi accedit; at in speculo convexo imago post speculum ab $\frac{1}{8}$ axis usque ad $\frac{1}{6}$ ejusdem recedit.*

Manifestum enim est, quamdiu $d > \frac{1}{2} r$, sive $2d > r$, formulam pro speculo concavo non posse fieri negativam, atque adeo imaginem semper fore ex parte concavitatis. Quod si formula solvatur in analogiam $d : 2d - r = f : r$, quia $d > \frac{1}{2} r$, & $d < r$, erit antecedens d majus consequente $2d - r$, atque propterea $f > r$ (Elem. 306): hinc imago est ultra centrum speculi respectu objecti. Si fiat $d = r$, erit $2d - r = d$, & $f = r$. Igitur *in speculo concavo si objectum in centro speculi collocetur, imago ibidem erit;* at si in speculo convexo fiat $-d = r$, habebitur $f = \frac{1}{3} r$.

144. Ex his petenda est ratio, cur oculus ante speculum intra

tra $\frac{1}{4}$ partem axis & centrum collocatus ſuam imaginem nulla ratione videre poſſit, quippe quæ tum poſt oculum efformatur, atque in infinitum recedit, quando is ad $\frac{1}{4}$ axis conſtituitur; ex diſtantia autem infinita usque ad centrum redit, ibique cum oculo confunditur, hoc ab $\frac{1}{4}$ axis ad centrum usque a ſpeculo recedente. Dum autem oculus ejusque imago in locum eundem conveniunt, omnia confuſa apparent, oculo ſe ipſum in quovis puncto vidente.

145. IV. *Diſtantia objecti a ſpeculo a ſemidiametro ſphæræ usque in infinitum creſcente, imago a centro usque ad $\frac{1}{4}$ partem axis verſus ſpeculum accedit, ſi ſpeculum ſit concavum; at ſi convexum ſit, ea poſt ſpeculum ab $\frac{1}{6}$ axis usque ad $\frac{1}{4}$ ejusdem recedit.*

Nempe in analogia $d : 2d - r = f : r$, poſito $r < d$, antecedens d minus eſt ſuo conſequente $2d - r$; ideoque etiam $f < r$. Quod ſi ponatur $d = \infty$, formula in hanc mutatur $f = \frac{1}{2} r$.

146. THEOREMA. *ſi objectum ſit arcus circuli* O P Q (fig. 13 & 14) *ſpeculo ſphærico* B A D *concentrici, erit* PRIMO *etiam imago arcus circuli concentrici,* SECUNDO *radius hujus imaginis circularis, adeoque ipſa imago quoque, major, minorve erit, prout ea a centro ſpeculi* C *longius, propiusve abſuerit;* TERTIO *hæc imago erit ſitu erecto, hoc eſt, eodem ac objectum, quamdiu ex eadem cum objecto parte fuerit reſpectu centri ſpeculi; at vero ejus ſitus erit inverſus, ſive contrarius ſitui objecti, ubi inter eam & objectum centrum ſpeculi extiterit.*

Cum enim O P Q ſit arcus cum B A D concentricus, rectæ O B, P A, Q D, per centrum C tranſeuntes, in quibus exiſtunt imagines o, p, q, punctorum O, P, Q, æquales ſunt inter ſe: itaqua d (quod earum valorem in formula generali exprimit) erit quantitas conſtans, æque, ac r; & hinc etiam f conſtans eſt; hoc eſt, rectæ oB, pA, qD ſunt æquales: ergo opq, OPQ, BAD ſunt arcus concentrici.

147. Ex his evidens eſt *Primo*, quod dum imago & objectum ſunt ex eadem parte reſpectu centri, uti figur. 14, ſitus imaginis ſit idem cum ſitu objecti, ſingulis ſcilicet punctis imaginis exiſtentibus in iisdem ſemidiametris, quæ per ſingula puncta correſpondentia objecti ducuntur. Verum ſi imago reſpectu objecti ſit ultra centrum (fig. 13), cum rectæ, in quibus exiſtunt imagines ſingularum partium objecti neceſſario per centrum ſpeculi tranſeant, eæ, quæ a puncto objecti ſito ſupra axem (qui per medium objectum ducitur) veniunt, poſtquam per centrum tranſierunt, deorſum vergunt, & ex oppoſito. Igitur in omnibus rectis venientibus e parte ſuperiore objecti (quæ hoc ipſo ſupra axem ſita eſſe debet) imago exiſtit inferius, quippe quæ in il-

lis non nisi postquam per centrum transierint, efformatur: est ergo situs imaginis inversus respectu objecti sui.

148. *Secundo* manifestum est, imaginem integram objecti, quæ tota lineis in centro concurrentibus comprehenditur, eo esse debere minorem, quo centro speculi fuerit vicinior, & ex opposito.

149. COROLL. I. *Si objectum sit arcus concentricus speculo convexo, imago illius semper apparet situ erecto*, quia scilicet ex eadem parte centri speculi efformatur, in qua objectum est; *decrescit vero ea ratione, qua objectum recedit*, cum magis semper, magisque tum ad centrum accedat. *In speculo concavo imago est erecta, & objecto a superficie speculi usque ad $\frac{1}{4}$ axis recedente, crescit. Hinc vero usque ad centrum promoto objecto, imago decrescit, situmque inversum acquirit: Tandem a centro in infinitum abeunte objecto, situm quidem inversum retinet, sed denuo crescit.* Verum quod ad ultimum præcipue casum pertinet, observandum est, quod si objectum non simul augeatur pro ratione majoris semper distantiæ, sed solummodo figuram speculo concentricam, quam radius distantiæ exigit, acquirat, ejus imago crescente intervallo minuatur.

150. COROLL. II. *Si cetera omnia paria sint, quo minor est radius sphæræ speculi, eo minor etiam est imago objecti.*

151. OBSERVA. Præsens theorema ad objecta alterius cujusvis figuræ in specula sphærica radiantia cum rigore applicari nequit. Quod si tamen adeo supponantur exigua, ut eorum latitudo pro arcu speculo concentrico haberi possit, ex iis, quæ præsente Articulo exposita sunt, intelligi poterit *primo*, cur imagines in speculis sphæricis jam minores, jam majores suis objectis depingangantur; *Secundo*, cur earum situs nunc erectus, sit nunc inversus; *Tertio*, cur videantur versus sua objecta accedere, objectis ipsis a speculo cavo recedentibus &c.

152. Similiter intelligitur ex dictis, figuram objectorum, quorum superficies speculo non est concentrica, eo magis deformem reddi debere, id est, imagines eo magis fore dissimiles suis objectis, quo superficies objectorum major, & radius speculi minor fuerit. Etenim si v. g. linea recta opponatur speculo sphærico, ejus imago curva apparebit, quoniam punctis ejus rectæ inæqualiter a speculo distantibus, etiam eorum punctorum imagines inæquales acquirunt distantias, quarum tamen non eadem est ratio. Ejusmodi imagines eo etiam magis a figura objecti dissident, quo id intra speculum concavum & centrum uni quartæ axis parti propius fuerit, cum tunc imagines admodum magnæ efformentur, & exigua diversarum objecti partium differentia in distantia a speculo, ingens discrimen distantiarum & magnitudinum in imaginibus earum partium efficiat.

AR-

ARTICULUS III.

Applicatio Theoriæ superioris ad specula plana.

153. E formula generali proprietates speculorum planorum sponte veluti fluunt, si id genus specula tanquam sphærica considerentur, ia quibus diameter dimidia sphæræ sit infinita, sive si ponatur $r = \infty$; nam tum formula $f = \frac{dr}{2d - r}$ in hanc abit $f = -d$, quæ ostendit, *imagines in speculis planis visas apparere tanto intervallo trans specula, quanto cis eadem existunt objecta, easque semper esse erectas.* Et quoniam in speculis sphæricis imago cujusvis puncti objecti depingitur in recta per punctum illud, & centrum transeunte, adeoque ad speculorum superficiem perpendiculari; *imago cujusvis puncti objecti ante speculum planum collocati est in perpendiculari ex eo puncto ad superficiem speculi ducta.* Denique, cum perpendiculares ab extremis objecti punctis ad speculum ductæ sint inter se parallelæ, & hinc non nisi in distantia infinita (ad quam centrum ejusmodi speculi remotum est) concurrere possint, *imagines inter has comprehensæ quoad singulas dimensiones objectis suis æquantur.*

154. Simili argumento ceteræ quoque speculorum planorum proprietates deduci possent; verum quia usus horum speculorum frequentior est, quam aliorum, non nullas isthic in particulari indagare juvat.

155. THEOREMA I. *In speculo plano horizontaliter collocato, objecta, quorum situs erectus est, apparent inversa, & vicissim. Si speculum sit inclinatum, omnia objecta in contrarium inclinata videntur. Si angulus inclinationis speculi sit 45°, objecta verticalia fiunt horizontalia; & horizontalia acquirunt situm verticalem &c.*

Omnia hæc ex eo consequuntur, quod partium objecti speculo viciniorum imagines post speculum viciniores quoque sint; & remotiorum imagines longius quoque post speculum distent. Quod si pro singulis casibus theorematis schemata construantur, facile ex iis demonstratio elicietur.

156. THEOREMA II. *Pars dextra objecti in imagine in speculo plano depicta apparet ad sinistram, & sinistra ad dextram.*

Pendet id ex eo, quod imagines situm objectorum suorum retineant, partesque dextræ ad dextram depingantur &c. Jam vero dum vultum alterius conspicimus, illius dextra sinistræ nostræ opponitur, & vicissim. Cum itaque hunc in modum alios sine speculo considerare assueverimus, quando nos ipsos in speculo consideramus, dum manum versus dextram movere volumus, eam

reipſa verſus ſiniſtram movemus; dum eam antrorſum tendere volumus, retrahimus, ita, ut peculiari habitudine opus ſit, ut quis ſpeculo recte utatur.

157. THEOREMA III. *Imago objecti ad ſuperficiem ſpeculi plani paralleli videtur in ſpeculo tantum dimidium ſpatii illius occupare, quod objectum occupat.*

DEMONSTRATIO. Sit AB (fig. 15) dimenſio quævis alicujus objecti ad ſpeculum IG paralleli; ſit *ab* imago de AB. E puncto quolibet P in AB accepto ducantur P*a*, P*b*, manifeſtum eſt, eſſe IE partem ſpeculi ab imagine *ab* occupatam: & quoniam IG ab AB, & *ab* æqualiter diſtat, pars IE debet eſſe dimidium de *ab*, vel AB.

158. SCHOLIUM. Ut itaque ſe quis integrum in ſpeculo verticaliter poſito videre poſſit, neceſſe eſt, ut ſpeculi altitudo & latitudo ſaltem ſit dimidia altitudinis & latitudinis ſpectatoris ſitu erecto conſiſtentis. Unde ſi quis in ſitu erecto non niſi partem ſui conſpicere poſſit, reliqua imagine ſub margine ſpeculi verticalis occultata, non plus videre unquam poterit, ſeu accedat, ſeu recedat a ſpeculo.

159. THEOREMA. IV. *Si ſpeculum circa axem ſuum moveatur, motus angularis imaginis eſt duplus motus angularis ſpeculi.*

DEMONSTRATIO. Sit primo AB (fig. 17) ſitus ſpeculi, OE radius incidens, EF radius reflexus: acquirat dein ſpeculum circa axem, per E tranſeuntem, motum novum ſitum CD; erit EG radius reflexus reſpectu incidentis OE. Oſtendendum eſt, angulum FEG, quo motus angularis, ſeu quantitas, qua radius reflexus EG a priore ſitu ſuo EF diſceſſit, exprimitur, eſſe duplum anguli AEC, ſive motus angularis ſpeculi. Nam cathetus incidentiæ ſemper eſt in medio inter radium incidentem, & reflexum; & quia ad ſpeculum eſt normalis, eundem habet motum angularem cum ſpeculo. Quod ſi itaque ſpeculum motu angulari accedat verſus radium incidentem, cathetus incidentiæ ab hoc radio tantundem removetur; & ſimul eadem quantitate radius reflexus a catheto recedere debet, ut inter radium incidentem & reflexum media maneat. Quare peracto hoc motu radius incidens a reflexo dupla quantitate motus angularis ſpeculi receſſit.

160. SCHOLIUM. Dum ſpeculum arcum quadrantis deſcribit, radius reflexus integrum ſemicirculum percurrit. Atque ob hanc cauſam imago reflexa ſolis in ſpeculis tanta celeritate moveri poteſt. Similiter imago ſolis e ſuperficie aquæ fere ſtagnantis reflexa videtur admodum agitata, præcipue ſi in majore a puncto incidentiæ diſtantia excepta fuerit &c.

161. THEO-

161. Theorema V. *Si speculi vitrei superficies postica stanno sit obducta, duplicem ejusdem objecti imaginem speculum exhibet: alteram viciniorem & debilem; remotiorem alteram & vivaciorem: distantia autem utriusque imaginis æquatur duplæ vitri crassitiei.*

Phænomeni causa ea est, quod ipsa anterior speculi superficies polita & solida speculi vicem agat, omnes eos radios, qui vitrum non penetrant, reflectens, sicque debilem quamdam objecti imaginem formans, quæ eo videtur clarius, quo magis oblique aspicitur: si quis enim perpendiculariter eam intueatur, alteri vivaciori a postica speculi superficie, quæ stanno obducta est, efformatæ directe incumbit, atque cum ea confunditur. Quod si distantia objecti a superficie anteriore speculi sit $= d$, crassities vitri $= e$; erit distantia objecti ab imagine vivaciore (153.) $= 2d + 2e$; at distantia ejusdem ab imagine debiliore solummodo $= 2d$.

162. Theorema VI. *Quiscunque sit speculorum planorum in eodem plano collocatorum numerus, unica tantum ejusdem objecti imago efformari potest.*

Nempe omnia tunc specula unius vicem agunt; & quoniam imago semper apparet in catheto incidentiæ ab objecto demissa, ac nonnisi unica perpendicularis ex eodem puncto ad idem planum duci potest (Elem. 634), una etiam tantum imago efformabitur.

163. Theorema VII. *Si oculus* I (fig. 16) *constituatur intra angulum quemvis* ABC, *a duobus speculis planis* AB, BC *comprehensum; tot videbit imagines objecti* O *intra eundem angulum positi, quot perpendicula ab eodem objecto, & singulis ejus imaginibus in quodvis speculum intra angulum* B *duci possunt.*

Demonstratio. *Primo.* Demissa ab objecto O in speculum BC catheto OD, factaque ND = NO, erit punctum D locus unius imaginis. Nam ducta ex oculo I recta ID, & per g (ubi ea occurrit speculo) altera gO, erit gO radius incidens, ejusque reflexus Ig, per quem oculus imaginem in D videt, ob triangula DgN, OgN æqualia, adeoque OgN = DgN = BgI.

Secundo. Si e puncto D demittatur in speculum AB perpendicularis DE, fiatque kE = kD, erit punctum E locus alterius imaginis, respectu cujus imago in D vicem objecti subit. Etenim quia ON = ND, & triangulia ONf, DNf itidem æqualia, radius incidens Of reflectitur in fi; & ob triangula rectangula Dki, Eki pariter æqualia, radius fi in iI reflectitur, adeoque ad oculum in I pervenit.

Tertio. E puncto E in speculum BC demissa catheto EQ, sumptaque QF = EQ, obtinetur locus F tertiæ imaginis, cujus objectum est imago altera in E. Nam ob æqualitatem triangulorum rectangu-

ſtangulorum O*d*N, N D*d*; D*rk*, *rk*E; F Q*b*, *b*Q E, manifeſtum eſt, radium incidentem O*d* reflecti in *dr*, tum in *rb*, denique in *b* I, ubi ad oculum pertingit.

Quarto. Si a puncto F ducatur perpendicularis ad ſpeculum A B, reperietur, quod jam extra ſpeculum in F G cadat, atque adeo non poſſit amplius eſſe cathetus incidentiæ, nec imago.

164. Simili ratione oſtendetur, eſſe in H imaginem objecti O, quæ per radium I*h*, ex incidente O*h* reflexum, videatur; eſſe imaginem alteram in K, quæ cernatur radio *c* I, reflexo ex *ct*, reſpectu cujus incidens eſt O*t*; eſſe tertiam in L, viſam per radium incidentem O*l*, & primo in *la* poſtea in *ak*, denique in *k* I reflexum. Tandem non poſſe eſſe plures imagines, perpendiculo L M a poſtrema imagine demiſſo jam extra ſpeculum cadente.

165. COROLL. I. Ex ipſa conſtructione facile apparet, *imaginem primam videri per radium ſemel reflexum, ſecundam per bis, tertiam per ter reflexum* &c.

166. COROLL. II. *Diſtantia imaginis cujusvis ab oculo æquatur ſummæ ex radio incidente, & reflexis, per quos videtur.* In exemplo I F = O *d* + *dr* + *rb* + *b* I. Nam I F = I *b* + *b* F; & *b* F = *b* E = *br* + *r* E; item *r* E = *r* D = *r d* + *d* D; denique *d* D = *d* O: ergo I F = I *b* + *br* + *rd* + *d* O. Atque hinc quo magis multiplicatur imago, eo longius diſtat.

167. COROLL. III. *Prima imago vivacior eſt quam ſecunda; hæc, quam tertia, & ſic deinceps;* tum quod intenſitas luminis ſemper decreſcat tota ea via, quam radii incidentes & reflexi conficiunt, cum etiam quod ingens radiorum numerus in ſingulis reflexionicus pereat.

168. COROLL. IV. *Quo major eſt angulus a ſpeculis comprehenſus, eo minor eſt numerus imaginum, quæ efformari poſſunt.* Cum enim catheti incidentiæ eodem motu angulari a ſeſe invicem recedant, quo ipſa ſpecula, ſemper eæ vertici anguli a ſpeculis intercepti fiunt propiores tandemque extrorſum cadunt, ubi non amplius eſt locus imagini. Atque hinc *quo angulus duorum ſpeculorum magis augetur, eo imagines ad verticem illius propius accedunt, ibique confunduntur inter ſe, ac tandem ſub illo ſeſe occulentes diſparent;* ita ut quando angulus is ſit rectus, nequeant eſſe plures, quam duæ imagines; dum vero ſit infinite obtuſus, unica exhiberi poſſit, quoniam numerus imaginum dependet ſemper (162) a numero perpendiculorum, quæ tum ab objecto, tum ab ejus imaginibus in utrumvis ſpeculum cadere poſſunt.

169. COROLL. V. *Si duo ſpecula ſint inter ſe parallela, atque oculus cum objecto in eadem ad ſpeculorum planum perpendiculari conſtituatur, infinitæ fiunt objecti imagines,* quæ tamen ſemper remotiores apparent, itaque fiunt debiles, ut paullo poſt haud amplius percipi poſſint.

AR-

ARTICULUS IV.

De ſpeculis Cylindricis , Conicis &c.

170. Specula cylindrica, conica, prismatica, & pyramidalia vix alium uſum habent, quam ut ſpectatorem oblectent, dum vel objectorum figuram deformem exhibent, vel imagines, quæ ex induſtria deformatæ ſunt, ſuis objectis conſimiles repræſentant.

171. Quoniam ſpecula prismatica, & pyramidalia nil aliud ſunt, quam plana verticalia vel inclinata, opus non eſt, ut de iis in particulari agamus. At cylindrica conſideranda ſunt tanquam collectio ſpeculorum, quæ tam e planis verticalibus, quam e ſphæricis participant; & conica, velut quæ partim plana inclinata, partim ſphærica ſint; ita, ut compoſitis inter ſe affectionibus ſpeculorum planorum, & ſphæricorum, facile ſit rationes invenire, cur id genus ſpecula imagines objectorum regulares deformes reddant, & viciſſim.

172. In exemplo, ſi objectum figura debita præditum ſitu verticali collocetur ante ſpeculum cylindricum, itidem verticaliter erectum, manifeſtum eſt, dimenſiones verticales objecti haud poſſe deformari, quæcunque ſit ejus a ſpeculo diſtantia, quippe cum eæ objiciantur ſpeculis planis & verticalibus; at vero dimenſiones horizontales debere figuram ſuam amittere, prout ea plus minusve a concentrica cum ſpeculo abeſt, atque diſtantiarum majus eſt diſcrimen (152.); etenim dimenſiones iſtæ velut in totidem ſpecula ſphærica radiant. Cum itaque ejusdem objecti partium aliarum imagines in ſpeculo cylindrico recte exhibeantur, aliarum autem figuræ deformentur, omnium collectio imaginem admodum diſtortam, in qua objectum vix dignoſcas, repræſentat.

173. En autem methodum in plano delineandi imaginem deformatam, ut in ſpeculo cylindrico (cujus radius datur) in ejusdem plani loco certo verticaliter poſito, e certa oculi diſtantia viſa, recta, & objecto ſuo conformis, appareat.

Pingatur in plano ſeparato objectum in ſpeculo exhibendum vera dimenſionum omnium ſervata proportione, attamen ne maxima ejus latitudo major ſit chorda arcus 130, vel 140 graduum ſpeculi cylindrici. Hæc imago parallelogrammo rectangulo (fig. 18) includitur, quod *craticulam prototypi* dicere licet. Hoc parallelogrammum in plura minora quadrata aut rectangula parallelogramma dividitur, ut imago hac ratione in plures partes diſpeſcatur. Dein in plano dato deſignetur locus, in quo collocanda eſt ſpeculi cy-

lindrici basis, portio nempe circuli F′TK′ (fig. 19.) cujus radius æqualis radio basis cylindri; applicetur huic chorda F′K′, æqualis lateri FK craticulæ prototypi, pedi imaginis respondenti, atque in totidem partes dividatur, ac ipsum latus FK. Erigatur in puncto bisectionis chordæ H perpendicularis HO, usque ad punctum O producenda, supra quod oculus constituendus est. Agantur ex O per puncta divisionum chordæ rectæ indefinitæ OA′, Og′, Oh′, Oi′, Ok′, atque super una ex istis, v. g. OA′ erigatur perpendicularis OV æqualis altitudini oculi supra planum. In eadem recta OA′ ex puncto F′, ubi occurrit chordæ K′F′, erigatur altera perpendicularis F′A, æqualis lateri alteri FA craticulæ prototypi, & in totidem partes secetur. Ex puncto V ducantur per puncta divisionum rectæ F′A lineæ VF′, VE′, VD′, VC′, VB′, VA′, & ubi eæ rectæ OA′ occurrunt in E′, D′, C′, B′, A′, fiant parallelæ ad K′F′, nempe E′e′, D′d′, C′c′, B′b′, A′k′; habebitur ex legibus Perspectivæ trapezium K′F′A′k′ perspectivum craticulæ prototypi AK, visum ex eo puncto, in quo collocandus est oculus, ut objectum in cylindro cernat, hoc est, in altitudine OV supra punctum O.

Ex centro Q arcus F′TK′, super quo pes cylindri collocandus est, per puncta incidentiæ F′, S, T, K′, in quibus rectæ (sive radii) OF′, OG, OI, OK′ dicto arcui occurrunt, ducantur catheti incidentiæ QL′, QP, QR, QX, atque indefinitæ F′a, Sg, Ti, K′k, quæ faciant angulos aF′L = OF′L, gSP = OSP, iTR = OTR, & kK′X = OK′X, adeoque radii reflexi erunt (133). In has lineas, sive radios reflexos, transferantur divisiones rectarum correspondentium trapezii perspectivi, nempe rectarum F′A′, Sg′, Mh′, Ti′, K′k′, & per singula puncta hac ratione reperta ducantur curvæ, quæ parum aberunt ab arcubus circulorum concentricorum, communis centri H, ipsasque rectas Aa, Bb, Cc, Dd, Ee, FK craticulæ prototypi repræsentant, quemadmodum ab F′a, G′g, H′h, I′i, K′k, rectæ FA, Gg, Hh, Ii, Ka ejusdem craticulæ exhibentur, ac denique a trapeziis mixtilineis parva quadrata vel rectangula craticulæ. Quod si itaque cylinder super arcu F′TK′, & oculus in puncto jam determinato collocetur, in cylindro imago craticulæ prototypi recte exhibebitur. Unde si in trapezia mixtilinea partes in singulis correspondentibus areolis craticulæ prototypi delineatæ transferantur, habebitur imago deformata, uti desiderabatur.

CAPUT III.

CAPUT III.

Dioptrica.

ARTICULUS PRIMUS.

De Imaginibus, sive focis ex simplici refractione.

174. PROBLEMA. *Datis objecto* O (fig. 20 & 21) *positione respectu superficiei sphæricæ refringentis* BAI *dati radii* AK, *& ratione sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti, invenire locum imaginis* P, *quæ per refractionem efformatur.*

Sit ratio data p ad q. Per objectum O & centrum K ducatur indefinita AO, quæ repræsentet axem sphæræ per objectum O transeuntem: incidat radius OI infinite propinque ad axem OA: ducatur e centro K ad punctum incidentiæ I semidiameter, quæ erit cathetus incidentiæ. Ex eodem centro demittatur in radium incidentem, productum, si opus sit, perpendicularis KG, quæ erit sinus anguli incidentiæ OIN, sive KIG: fiat ut p ad q, ita KG ad terminum quartum, quo tanquam radio centro K describatur arcus, ad quem e puncto I ducta tangens, si producatur, secabit axem AO in puncto quæsito P. Si enim ad punctum contactus ducatur recta KH, patet, eam esse sinum anguli KIP, qui consequenter est angulus refractus ex radio incidente OI. Et quoniam manet eadem constructio pro omnibus radiis e puncto O infinite propinque ad A in superficiem refringentem incidentibus, sequitur, eos ita refringi, ut omnium directio sit versus P, in quo adeo focus est seu imago objecti.

175. Ut autem valor de AP analytice exprimatur, sit AO, sive $OI = d$, radius sphæræ KI vel $KA = \mp r$ (adhibito $+r$, quando objectum est ex parte convexitatis (fig. 20); & $-r$, quando objectum est ex parte cavitatis (fig. 21)). Sit AP, sive $IP = f$. Ex constructione præcedente est $p : q = KG : KH$; adeoque $KG = \frac{p \times KH}{q}$. Quia vero OI supponitur infinite propinqua ad OA, arcus AI pro recta ad axem OA perpendiculari haberi potest, ac propterea similia sunt triangula rectangula AOI, & OKG; item PAI & PKH. Et hinc $OK : OI = KG : AI = \frac{OI \times KG}{OK}$; item $KH : AI$ (sive $\frac{OI \times KG}{OK}$) $= PK : PI$ (vel PA). Quare $PA = \frac{OI \times KG \times PK}{OK \times KH}$,

Et si substituantur valores literales, ut eruatur f, invenietur $f = \frac{dpr}{dp - q(d+r)} = \frac{dpr}{d(p-q) - rq}$, pro superficiebus convexis; item $f = \frac{dpr}{d(q-p) - rq} = \frac{dpr}{q(d-r) - dp}$, pro superficiebus concavis, quia in his r habet situm oppositum.

176. Quod ad accurationem harum formularum, & imagines, quæ per eas determinantur, attinet, eadem sunt attendenda, quæ superius (135) annotavimus. Quin theorema Num. 146. cum suis Corollariis huc etiam transferri debet; quod factum esse, imposterum supponemus.

ARTICULUS II.

De motu imaginum respondente motui objectorum, quando lux ex aere in vitrum transit, & vicissim.

Quoniam maxima utilitas, quam a Dioptrica expectare licet, est accurata cognitio legum, quas lumen observat, dum ex aere in vitrum, vel vicissim, transit, ut conspicillorum, telescopiorum, & microscopiorum effectus rite percipiantur; exemplum hujus rei in applicatione duarum præcedentium formularum dabimus.

177. Quando radius ex aere transit in vitrum, est $p = 31$, & $q = 20$. Unde formulæ duæ præcedentis articuli ad has reducuntur, $f = \frac{31\,dr}{11\,d - 20r}$ pro superficiebus convexis; & $f = \frac{31\,dr}{-11\,d - 20r}$ pro superficiebus concavis.

178. Sint duo media indefinite extensa, aer, & vitrum, utrumque in se homogeneum, & communi superficie sphærica alterum ab altero separatum. Supponamus primo convexitatem obverti aeri, in quo collocatum objectum lucidum, exiguæ extensionis, concipiatur in infinitum recedere, directione ad dictam superficiem perpendiculari. Ope formulæ $f = \frac{31\,dr}{11\,d - 20r}$, determinabuntur omnes motus imaginis hujus objecti, quemadmodum supra (Num. 140 & sequentibus) de speculis sphæricis factum est, prout alii semper fuerint valores distantiæ d, quam exprimemus in partibus, quarum unitas sit r.

Ia-

Itaque quamdiu d fuerit intra $d = \frac{1}{\infty} r$, & $d = \frac{20}{11} r$, erit f ſemper quantitas negativa, creſcente ejus valore in infinitum, & imago extra vitrum ſive ad eandem cum objecto partem apparebit, quia ſcilicet in formulæ calculo ponebatur f poſitiva, qua deſignabatur diſtantia ſuperficiei refringentis ab imagine ultra eam ſuperficiem reſpectu objecti exiſtente: præterea imago ſemper erit erecta (149), & a ſuperficie refringente in infinitum recedet, ejus locum determinante concurſu directionis radiorum, quam in ingreſſu in vitrum acquiſiverunt, minus ſemper divergentium, donec paralleli evadant exiſtente $d = \frac{20}{11} r$. Ab hoc valore $d = \frac{20}{11} r$ uſque $d = \infty r$, f ſit poſitiva, imago exiſtit intra vitrum ſitu inverſo, & ex diſtantia infinita verſus ſuperficiem refringentem accedit uſque ad $\frac{31}{11} r$, radiis, qui vitrum transmittunt, a parallelismo magis ſemper convergentibus.

179. At vero ſi ſuperficiei communis, media diſterminantis, cavitas ſit obverſa aeri, formula $f = \frac{31 dr}{-11 d - 20 r}$ oſtendit, quod quæcunque fuerit objecti ab ea ſuperficie diſtantia, ſive valor de d, f ſit ſemper negativa; atque hinc imago ſemper eſt extra vitrum, & erecta. Dum autem d ab $\frac{1}{\infty} r$ usque ad ∞r creſcit, f etiam ab infinite parva usque ad $\frac{31}{11} r$ augetur, & imago a ſuperficie refringente usque ad diſtantiam $\frac{31}{11} r$ recedit, radiis, qui vitrum ſubeunt, perpetuo quidem divergentibus, attamen ſemper minus.

180. Quod ſi objectum intra vitrum exiſtere, illicque moveri ſupponeretur a ſuperficie media ſeparante in infinitum, tum vero ſumendum foret $p = 20$, & $q = 31$, atque formula pro ſuperficie convexa in hanc abiret $f = \frac{20 dr}{-11 d - 31 r}$; pro concava autem $f = \frac{20 dr}{11 d - 31 r}$.

Unde ſi objectum ponatur primo in ſuperficie convexa, calculo & ratiocinio priori ſimili clarum fiet, quod objecto in infinitum recedente imago erecta intra vitrum maneat, a ſuperficie communi ad diſtantiam $\frac{20}{11} r$ removenda, radiis, qui e vitro in aerem exeunt, ſemper minus divergentibus.

181. Si denique objectum in superficie concava collocetur, e formula $f = \frac{20dr}{11d - 31r}$ deducetur, f semper fore negativam, quiscunque sit valor de d, incipiendo a $d = \frac{1}{\infty} r$ usque ad $d = \frac{31}{11} r$: atque hinc imago habebit situm erectum intra vitrum, & a superficie in infinitum recedet, radiis qui in aerem emergunt, semper minus divergentibus, donec paralleli fiant. Verum a $d = \frac{31}{11} r$ usque ad $d = \infty r$, fiet f positiva, imago invertetur, & in aere versus superficiem refringentem ad distantiam $\frac{20}{11} r$ accedet, radiique in aere semper magis convergent.

Eodem prorsus modo, ut ex hoc exemplo liquet, investigari poterit via imaginis alicujus objecti in aliis mediis refringentibus, uti in aere & aqua, vel vitro & aqua.

ARTICULUS III.

De imaginibus, quæ per duplicem refractionem efformantur.

In vitris, quorum usus est, plerumque duplex consideranda est refractio, altera in ingressu radii in vitrum; in egressu altera.

182. PROBLEMA I. *Datis dimensionibus lentis vitreæ cujuscunque* AB (fig. 22), *positione objecti* O *in communi axe utriusque superficiei sphæricæ lentis, quarum centra sunt in* C *&* K, *invenire punctum axis* F, *in quo radius* OI *axi* AO *infinite propinque incidens, post duplicem refractionem, alteram in* I, *alteram in* T, *eundem secat.*

RESOLUTIO. Sit $OA = d$, $CB = R$, $KA = r$, $FB = x$, $PB = z$; ex inspectione schematis patet, esse P punctum axis, quo dirigitur radius incidens OI post primam refractionem in I; sit AB, quæ vitri crassitiem exhibet, $= e$; & ratio sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis in ingressu radii in lentem, ut p ad q; in egressu ut q ad p. Sit denique $CD = m$, $KG = n$. Liquet porro ex ipsa figura, esse $p : q = KG$ (sive n): $KH = \frac{nq}{p}$; & $q : p = CD$ (seu m): $CE = \frac{mp}{q}$.

His positis, ob triangula rectangula OAI, OKG similia, est $OK : OA = GK : AI$, sive $d + r : d = n : AI = \frac{dn}{d+r}$; &

quia

quia triangula PAI, PKH similia quoque sunt, habetur PA $(z+e)$: PH$(z+e-r)$ = AI $\left(\frac{dn}{d+r}\right)$: KH $\left(\frac{nq}{p}\right)$; unde oritur æquatio $\frac{dnz+den-dnr}{d+r} = \frac{nqz+enq}{p}$, e qua invenietur valor $z = \frac{deq+eqr+dpr-dep}{dp-dq-qr}$. Dein e triangulorum PCD, PBT similitudine est PD (seu $z+$R): PB (sive z) = CD (vel m): BT = $\frac{mz}{z+R}$. Denique triangula FCE, FBT itidem similia suppeditant hanc analogiam FC (id est $x+$R): FB (seu x) = CE $\left(\text{sive } \frac{pm}{q}\right)$: BT $\left(\text{vel } \frac{mz}{z+R}\right)$, e qua facta æquatione, obtinetur alter valor de $z = \frac{pRx}{qx+qR-px}$; hi duo valores, ut reperiatur x, inter se comparentur, & factis reductionibus necessariis tandem obtinebitur $x = \frac{dpqRr+deqqR-depqR+eqqRr}{dppR-dpqR-pqrR-deqq-dpqr+2depq-depp+dppr-eqqr+epqr}$.

183. Hæc æquatio generalis ad multo simpliciorem expressionem in casibus particularibus reducitur. Etenim si lens supponatur vitrea, est $p = 31$, $q = 20$, & formula prior in hanc mutatur $x = \frac{620drR-220deR+400erR}{341dR+341dr-620rR-121de+220er}$. Et si ponatur $e = 0$, sive vitri crassities negligatur, habetur $x = \frac{620drR}{341dR+341dr-620rR} = \frac{20drR}{11dR+11dr-20rR}$. Denique si assumatur $r = R$, sive si utraque superficies sphærica supponatur ejusdem radii, fiet $x = \frac{10dr}{11d-10r}$.

184. OBSERVA. I. Dato arcu AI, inter punctum axis utrique superficiei sphæricæ communis A, & punctum I (in quod oblique incidit radius OI, e puncto O ejusdem axis emissus) intercepto, ope trigonometriæ planæ inveniri potest verum punctum F, in quo radius OI post duplicem refractionem axi occurrit. Nam in triangulo OKI nota sunt OK, KI, & angulus AKI, unde reperitur IO, & angulus KIO cujus complementum est KIG Porro in triangulo rectangulo IKG habetur IK cum angulo KIG, & hinc obtinebitur KG. Fiat tum $p : q$ = KG: KH, & in triangulo rectangulo KIH invenietur angulus KIH, habitis nempe KI & KH. In triangulo KIP datur jam IK & anguli IKP, KIP; quare dabitur etiam latus KP cum angulo KPI. In triangulo

PCD,

PCD, rectangulo ad D, habetur PC = PK + KA + CB — AB, & angulus CPD, e quibus reperietur PCD, & CD. Fiat $q : p$ = CD : CE. Tum in triangulo rectangulo CTD cognita erunt CT, & CD, e quibus reperietur angulus TCD. In triangulo CTE habitis CT & CE, angulus ETC invenitur, cujus complementum est CTF. Unde tandem in triangulo CTF, notis latere CT, & angulis CTF, FCT = PCD — TCD, reperitur CF, consequenter BF = CF — CB.

Si objectum habeat distantiam infinitam, calculus paullo contractior erit: etenim cum in eo casu fiat radius OI axi parallelus, anguli KIG = AKI, mensura est arcus datus AI.

185. OBSERVA. II. E calculo præcedente, imo ex ipsa constructione Geometrica, facile apparet, quod *dum radius* OI *ad aliquam distantiam a puncto* A *axis utrique superficiei sphæricæ communis incidit, curvitas arcus* AI *eum citius versus axem inclinet.* E quo fit, ut punctum F, in quo axis a radio refracto secatur, eo propius sit ad B, quo plures gradus arcus AI continet.

186. PROBLEMA II. *Datis dimensionibus lentis cujusvis* AD (fig. 25) *cujus superficies habent centra in* C & K, *positione objecti* O *extra axem* BK *sed in eadem cum puncto axis* B *a lente distantia; invenire punctum* F, *in quo radii ab* O *emanantes post transitum per lentem concurrunt.*

RESOLUTIO Ducatur per O & centrum K recta OK, quæ erit axis superficiei primæ sphæricæ ALD; & omnes radii (174) ex O in hanc superficiem (quæ per hypothesin paucorum graduum est) incidentes concurrent in aliquo puncto P ejusdem axis, quod per formulam Num. 175 determinatur; quemadmodum etiam omnes radii e puncto B emissi uniuntur in *p*. Jam vero considerari potest punctum P tanquam objectum aliquod intra massam vitream positum, quod radios in superficiem ATD emittat: itaque ducta recta PC per centrum C & punctum P, quæ erit axis hujus superficiei, radii ex P incidentes ita refringi debent in hac superficie, ut eorum directio tendat ad idem punctum F cis T situm (174), quod per formulam Num. 175 invenitur; quemadmodum punctum *p*, cum sit prima imago objecti B per refractionem in superficie ALD efformata, objecti vicem agit respectu superficiei ATD, quæ secunda refractione efficit imaginem ipsius *p* in *f*, sive imaginem secundam objecti B.

187. COROLL. I. Quod si crassities vitri negligatur, & supponantur B & O æqualiter distare a lente, manifestum est, etiam puncta *p* & P habitura æqualem distantiam, utpote quæ reperiuntur ex eadem formula, & iisdem datis. Ob eandem rationem F quoque & *f* eodem spatio sunt a vitro remota.

188. Co-

188. COROLL. II. Quoniam quæ de puncto O diximus, omnibus punctis ſuperficiei objecti applicari poſſunt, liquet, quomodo imago integra alicujus objecti efformetur, cujus figura proxime ſimilis eſt ſuperficiei objecti, quæ in vitrum radiat.

189. COROLL. III. Si partes objecti magnam habeant extenſionem, vel ſi plura objecta ſint in eadem a vitro diſtantia, eorum imagines in magna portione ſphæræ, cujus centrum occupat vitrum, diſtincte depingi debent.

190. COROLL. IV. *Itaque ſufficit, ope formularum præcedentium quærere locum imaginis illius puncti, quod in axe vitri exiſtit, ut habeatur locus imaginis totius objecti.*

191. COROLL. V. Ex ipſa conſtructione quoque præcedente apparet, quod ſi tanta ſit diſtantia objecti O B, ut imago depingatur ultra ſemidiametrum ſuperficiei ſecundæ refringentis hæc imago habeat ſitum inverſum, hoc eſt ejus partes contrario ſitu appareant, quam habeant partes correſpondentes objecti.

192. Experientia docemur, campum, in quo imagines objectorum in lentes radiantium diſtincte depinguntur, eſſe ſatis amplum. Etenim ſi in camera obſcura (qualem N. 5. deſcripſimus) fiat appertura 2 vel 3 digitorum in diametro, atque in eam vitrum convexum inſeratur, in charta alba ad diſtantiam tum ſemidiametris convexitatis, cum etiam diſtantiæ objectorum proportionatam collocata videbuntur imagines inverſæ objectorum per foramen radiantium, quarum colores eo vivaciores apparebunt, quo objecta magis fuerint illuminata: eruntque hæ imagines admodum diſtinctæ, quamvis illæ præ ceteris, quarum objecta propius ad axem lentis ſunt poſita.

193. THEOREMA. *Si in vitro utrinque convexo, vel utrinque concavo, radii convexitatis vel concavitatis fuerint æquales; e radiis lucis a puncto O extra axem poſito* (fig. 23 & 24) *in vitrum incidentibus ille, qui per punctum I, medium craſſitiei vitri, tranſit, in egreſſu e vitro poſt duplicem refractionem acquirit directionem T F parallelam directioni O L, quam habuit ante ingreſſum.* Atque hic radius deinceps dicetur *radius principalis.*

DEMONSTRATIO. Ob arcus A L D, A T D eodem radio deſcriptos æquales, figura vitri conſiderari poteſt tanquam polygonum infinitorum laterum ſymmetrum, cujus partes in ſingulis diagonalibus oppoſitæ æquales ſunt, centro in I exiſtente. Unde radius lucis T L per I tranſiens utrinque in latera parallela & æqualia (quorum ſitus per tangentes G L, H T determinatur) incurrit; & propterea utrobique æqualem patietur refractionem, hoc eſt, angulus refractionis I L O debebit æqualis eſſe angulo refractionis I T F, atque adeo (Elem. 434) directiones M O, T F erunt parallelæ.

194. COROLL. I. *Si ponatur vitrum ex una parte planum, ex altera convexum vel concavum, radius principalis erit is, qui per ſupremum convexitatis vel cavitatis punctum vel vitrum ingreditur, quando convexitas aut concavitas obvertitur objecto; vel egreditur, dum planities objectum reſpicit.* Nam ſupremum ſuperficiei ſphæricæ punctum haberi poteſt pro plano infinite parvo, atque ſuperficiei planæ vitri parallelo.

195. COROLL. II. *Neglecta vitri craſſitie, radius principalis in eadem recta exit, qua ingreditur;* ſeu quod idem eſt, *radius oblique incidens, qui ad illud axis punctum dirigitur*, quod eſt medium craſſitiei vitri, in eadem recta transit per vitrum, quin patiatur refractionem.

ARTICULUS IV.

De motu & ſitu imaginum, quæ e duplici refractione oriuntur.

196. I. Si ſupponatur objectum exiguæ extenſionis in ipſa ſuperficie vitri utrinque æqualiter convexi, ubi communis utriusque ſuperficiei axis transit, collocari, dein ab eo in eodem axe producto in infinitum recedere; e formula $x = \frac{10\,dr}{11\,d - 10\,r}$ (183) liquet, imaginem hujus objecti ſemper fore in eodem axe: & quia in formula quantitas x eſt negativa, & valoribus omnibus de d, a $d = \frac{1}{\infty} r$ uſque ad $d = \frac{10}{11} r$, ſubſtitutis, creſcit; erit imago erecta, & ab initio in eodem loco cum objecto, poſtea verſus eandem partem a vitro (in quam objectum movetur) in infinitum recedet, radiis, qui e vitro exeunt, ſemper minus divergentibus, donec paralleli evadant. In omnibus aliis valoribus de d, incipiendo a $d = \frac{10}{11} r$ usque ad $d = \infty\, r$, quantitas x fit poſitiva, & decreſcit, imago habet ſitum inverſum ex parte altera objecti, & e diſtantia infinita redit verſus vitrum usque ad $\frac{10}{11} r$, radiis eam formantibus, dum e vitro egrediuntur, ab initio parallelis, tum ſemper magis convergentibus.

197. II. Si vitrum ſit plano-convexum, unus e radiis fit infinitus; ſit itaque $R = \infty$; formula $x = \frac{20\,drR}{11\,dR + 11\,dr - 20\,rR}$, mutatur in hanc $x = \frac{20\,dr}{11\,d - 20\,r}$. Quod ſi jam eædem fiant ſuppoſitiones, quæ Num. præcedente, diverſarum diſtantiarum objecti ab hoc vitro, reperietur motus imaginis fieri eadem ratione, niſi

quod

quod positis æqualibus valoribus de d, quantitas x semper sit major, & imago non acquirat distantiam infinitam, nisi dum d sumitur $= \frac{20}{11} r$.

198. OBSERVA. Dum vitrum est plano-convexum, quæri potest, an perinde sit, sive objecto superficies plana obvertatur, sive convexa? Ad quod respondendum, perinde id esse, si vitri crassities insuper habeatur. At si ad eam attenditur, imago magis distat a superficie convexa, dum objecto superficies plana obvertitur, quam distet a superficie plana, dum convexa objectum respicit. Et siquidem objectum magnam habeat a vitro distantiam, hæc differentia est circiter $\frac{2}{3}$ crassitiei vitri. Etenim si in formula $x = \frac{620drR - 220deR + 400erR}{341dR + 341dr - 620rR - 121de + 220er}$ (183) fiat $d = \infty$, & $r = \infty$, ut exprimatur superficies plana A I (fig. 22) objecto obversa, hæc formula reducitur ad hanc $x = \frac{620}{341} R$; at si ponatur $R = \infty$, ut denotetur, quod superficies plana B T sit ab objecto aversa; prior formula mutatur in hanc $x = \frac{620}{341} r - \frac{220}{341} e$. Usus hujus observationis est in Telescopiis dioptricis, in quibus reticula, sive micrometra applicantur, uti in sequentibus videbimus. Ejusmodi telescopiorum vitra objectiva sæpe sunt plano-convexa; unde dum e tubis eximuntur, ut v. g. maculæ iis adhærentes detergantur, cura adhiberi debet, ut dum reponuntur, superficies utravis parti, cui prius, obvertatur: hoc si negligeretur, fieri posset, ut si vitri crassities $1\frac{1}{2}$ lineam excederet, fila reticuli seu micrometri, plus integra linea extra locum debitum constituerentur.

199. III. Si vitrum est ex utraque parte æqualiter concavum, radius superficiei objecto obversæ K A (fig. 22) cadit ad partem objecti O, ideoque ponendum $= -r$; & radius C B, qui prius ex parte objecti erat, venit ad partem oppositam, adeoque erit $= -R$. Hac ratione formula pro vitris utrinque æqualiter convexis etiam applicari poterit utrinque æqualiter concavis, fietque $x = -\frac{10dr}{11d + 10r}$; e qua simul apparet, quod si objectum primo collocetur in alterutra talis vitri superficie in puncto, per quod communis axis transit, postea ab ea in infinitum recedat, ejus imago moveatur versus eandem partem usque ad distantiam $\frac{10}{11} r$ a superficie in hoc axe sumtam; quod semper sit erecta; quod radii, a quibus depingitur, e vitro exeant semper minus divergentes. Nam va-

lor de x in hac formula eſt ſemper negativus, quæcunque quantitas pro d aſſumatur.

200. IV. Si vitrum ſit plano-concavum, formula erit $x = -\frac{20dr}{11d+20r}$; moto objecto erit ſimilis motus imaginis, ut in vitro utrinque concavo, niſi quod valor de x ſemper ſit major, & diſtantia maxima imaginis a vitro $= \frac{20}{11}r$.

201. Denique ſi vitrum ſit *Meniſcus*, hoc eſt, ex altera parte convexum, ex altera concavum, ut obtineatur formula ei competens, ſignum alterutrius radii mutandum eſt, exempli cauſa ponendum $-$ R, loco $+$ R in formulis Num. 183; & negleta vitri craſſitie obtinebitur $x = \frac{20drR}{11dR-11dr-20rR}$; quod ſi dein diverſi valores de d aſſumantur, invenietur motus imaginis. Verum hæc ſingillatim diſcutere ſuperſedemus, tum quod rarior ſit uſus ejusmodi vitrorum, tum quod plures occurrant caſus, quam nobis præfixa brevitas ferat. Ex eadem cauſa nihil adferimus de vitris concavis vel convexis utrinque, quorum concavitates vel convexitates diverſos habent radios.

202. OBSERVA. *In praxi ſupponi poteſt, objecti diſtantiam eſſe infinitam a vitro, quando radium ſphæræ millies vel decies millies excedit.* Sic ſi in formula $x = \frac{10dr}{11d-20r}$ ponatur $r = 10$ digit. & $d = 10000$, hoc eſt, d millies majus, quam r, reperietur $x = 9,102$ digit. Et ſi ponatur $d = \infty$, prodit $x = 9,091$ digit. Ex quo patet, differentiam diſtantiæ imaginis eſſe circiter $\frac{1}{100}$ dig. quando diſtantia objecti radium ſphæræ excedit millies, a diſtantia ejusdem, dum objectum infinite diſtat. *

CAPUT

* Si $d = 10000.$, $r = 10$; fit $x = 9,107+$; & ſi $d = \infty$, eſt $x = 9,091-$, unde differentia eſt $\frac{16}{1000}+$. Apparet tamen, quod nondum æquet $\frac{2}{100}$.

CAPUT IV.

De Visione.

ARTICULUS I.

Descriptio oculi, & imaginum, quæ in eo depinguntur.

203. Oculus tribus tunicis vestitur: prima & extima E D N N D E (fig. 26.) *cornea* dicitur, estque figuræ sphæricæ, parte D E D minoris sphæræ segmento existente, quam altera, atque laminæ tenuis corneæ instar pellucida. Altera P I I P *sclerotica* appellatur, apertura ad P P prædita, quam pupillam nominant, quamque annulus niger, griseus, vel cærulescens (iridem appellant) ambit: hic semper figuram circularem pupillæ conservat, seu ea dilatetur, dum oculus ad locum obscurum venit, seu contrahatur in majore luce. Neuter motus nobis ~~non~~ est voluntarius. Tertia *choroides* dicitur, estque textum villosum, nigerrimo colore tinctum, nempe C B *s* B C, quæ adeo oculo speciem cameræ obscuræ conciliat, atque radios, quorum refractio inordinate fit, absorbet. Choroidi infra pupillam lens quædam, seu *humor Crystallinus* connexus est C C. Ejus convexitas anterior minoris est radii, quam posterior. Retinetur autem duobus musculis B C, B C (sive *ligamentis ciliaribus*), a quibus, dum poscente casu versus B a C trahitur, minus convexus redditur. Fors etiam illud præstant hi musculi, ut eum antrorsum, retrorsumve moveant.

Fundo circa H H reticulum album & subtilissimum, quod *retinam* dicunt, inhæret, ac super choroide sese explicat. hæc retina nil aliud est, quam expansio nervi optici, impressiones usque ad sedem animæ transmittentis. * Spatio intra corneam & humorem crystallinum continetur liquor admodum limpidus, & clarus, cui iris innatat, ac *humor aqueus* vocatur; Intra humorem crystallinum vero & fundum oculi est alter, admodum quidem pellucidus, consistentiæ tamem majoris, quam aqueus & mucilaginosæ: dicitur *humor vitreus*.

204. Radii lucis oculum subeuntes ita in humore aqueo refringuntur, ut sinus anguli incidentiæ sit ad sinum anguli refracti ut 4 ad 3: patiuntur quoque aliquam refractionem in ingressu &

* Physici non nulli choroidem tanquam immediatum visus organum habent, quod experimentis constet, objecta cessare videri, oculo ita collocato, ut eorum imagines incidant in centrum fascis N N e tenuissimis filamentis compositi, e quo retina incipit se supra choroidem expandere. *Nota Authoris.*

egressu ex humore crystallino, ratione dictorum sinuum existente in ingressu ex humore aqueo in crystallinum ut 13 ad 12; in egressu ex humore crystallino in vitreum ut 12 ad 13. His autem refractionibus efficitur, ut radii ex eodem objecti puncto emissi rursus uniantur, & consequenter ejus imaginem depingant, quæ objectum distincte exhibet, quando in ipsa retina efformatur, confuse autem, si radii citius concurrant, quam attingant retinam, vel etiam quando punctum concursus ultra retinam existit.

205. Verum ut hæc non nihil clarius intelligantur, quodlibet superficiei corporis punctum in omnem partem radios emittens, respectu pupillæ oculi considerari debet tanquam apex coni, cujus basis est ipsa pupilla: per refractionem vero in oculo fit alter conus priori oppositus, cujus basis est eadem pupilla, vertex autem in fundo oculi, ubi radiorum concursu imago puncti illius, e quo dimanarunt, perceptibilis efformatur. Utrique huic cono axis est communis, qui ad sensum est linea recta (nam refractio, quæ in ingressu & egressu ex humore crystallino fit, hic considerari vix meretur): unde supponi potest, omnes radios, utrumque conum constituentes, cum axe communi congruere & hac ratione quodvis objecti punctum distincte depingi, quia ejus imago per radium, centrum pupillæ transeuntem, in fundo oculi formatur.

Hoc posito, *Primo* si punctum visibile sit circa centrum superficiei objecti, velut in R (fig. 26), alterum quodpiam Q ad partem dextram prioris, istud suam imaginem radio Q *q* in oculum transmittet, qui radium R *r*, prioris imaginem deferentem, in centro pupillæ intersecat: unde imago *q* depingetur in fundo oculi e parte sinistra imaginis *r*, quæ punctum R repræsentat, atque ideo situs imaginum *q* & *r* contrarius est situi punctorum R & Q in superficie objecti.

Secundo. Quoniam quivis fascis vel conus luminosus e quovis superficiei puncto egressus reduci potest ad unicum radium, qui axem constituit; superficies objecti sit respectu oculi basis pyramidis, cujus vertex est in centro pupillæ; & radii hanc pyramidem formantes e centro pupillæ in oculum producti alteram efficiunt in fundo oculi terminatam, cujus consequenter basis est imago tota objecti, quæ suis depicta coloribus ideam præsentis objecti, ejusque figuræ excitat, ut in prioribus jam diximus.

ARTI-

Articulus II.

De Visione Distincta.

De diversis vitiis visus, & remediis, quæ Dioptrica suppeditat.

206. Quoniam radii luminis ab aliquo puncto A emissi secum deferunt imaginem illius (71), atque post transitum per vitrum convexum in foco iterum uniuntur, manifestum est, quod sive cis, sive trans focum in tabula quapiam plana excipiantur, puncti quidem illius A imaginem exhibeant, verum tanto majorem, minusque vivacem, quo major a foco fuerit tabulæ distantia. Ob eandem extensionem imaginis puncti alterius B, priori A vicini, necessario fiet, ut imagines utriusque partem aliquam commisceantur: & siquidem diversi sint coloris, imago e binis composita trium colorum apparere debebit, quia pars utrique imagini communis referet colorem e mistione duorum ortum. E quo liquet, imaginem ita commistam suo objecto nec dimensione, nec figura, nec colore, nec nitore fore similem, sed justo majorem, atque confusam. At si radii in ipso foco excepti fuissent, utriusque puncti imago separatim fuisset suo colore depicta. Atque hunc in modum visio distincta, vel confusa concipienda est. Visio objecti tunc est distincta, quando lumen in ipso concursu radiorum retinam contingit, sive quando apices conorum luminosorum, qui e singulis objecti punctis egrediuntur (supponimus enim objectum esse sufficienter illuminatum), in ipsa retina efformantur. At visio confusa est, dum lux ad retinam pervenit vel ante, vel post punctum concursus.

207. Illud quoque jam diximus (174); imaginem vivacem & distinctam objecti, refractione radiorum in superficie convexa productam, esse in axe per centrum superficiei sphæricæ & objectum transeunte; unde apparet, objecta distincte videri haud posse, nisi oculo versus illa obverso, hoc est, nisi recta per centrum oculi & pupillæ transiens versus objecta dirigatur; quin non aliud punctum, si cum rigore loqui velimus, vere distincte cernitur præter illud, in quo ea recta terminatur.

208. Si objectum a superficie sphærica refringente convexa, cujus radius sit constans, certo intervallo remotum sit, dein ad eam immotam accedat, ejus imago a superficie refringente recedit (179): unde ut imago in eodem loco perstaret etiam admoto propius objecto, necesse foret, ut vel ipsa superficies refringens a loco imaginis removeretur, vel radius convexitatis minueretur, prout major objecti vicinia exigit: quippe postremum si fieret, imaginis distantia (quæ juxta formulas Artic. II (179) semper est multiplum

tiplum radii ſuperficiei ſphæricæ) ratione magnitudinis novi radii habita major evaderet, quamvis in ſe prorſus eadem maneret. Atque hoc eſt, quod bonitatem viſus apud quosdam ſingularem conſtituit, quibus nempe ita conformatus eſt oculus, motusque partium adeo expeditus, ut radiis lucis ex eodem puncto emiſſis pupillam fere parallele ingredientibus (objecto ſcilicet ad magnam diſtantiam remoto (202)) focus accurate in ipſa retina efformetur; dum vero accedente objecto radii ex eodem puncto venientes jam ad ſenſum quoque divergunt, ita pro diverſo objecti intervallo poſſint componere oculum, ut imago nihilominus ſemper ſuper retina depingatur, ſeu deinde id efficiant humorem cryſtallinum verſus pupillam admovendo, ſeu augendo illius convexitatem, ſeu etiam corneam reddendo magis convexam, aut denique bina ex iſtis, aut omnia tria ſimul præſtent, ut in quavis diſtantia objecta diſtincte cernant, modo ea nec in ſe nimis magna ſit, nec 5, vel ſex digitis minor.

209. Verum ſi contingat oculi vitio (ſeu id e natura advenerit, ſeu contractum ſit mala aſſuetudine, ſeu alicunde infortunato acciderit) ut muſculis tum firmitas, tum ſeſe contrahendi, laxandique facultas ad novam oculo conciliandam figuram neceſſaria deſit, tum equidem objecta diſtincte videri non poterunt, niſi quæ conſtituta fuerint intra certos diſtantiæ limites, ampliores, arctioresve, pro diverſa oculi, ut imagines in rectinam incidant, figuram ſuam mutandi poteſtate. Exempli cauſa ſi humor cryſtallinus, aut etiam anterior corneæ pars, nimium ſint convexa, locus verus imaginum objectorum valde remotorum eſt humori cryſtallino admodum vicinus, adeoque intra hunc humorem & retinam; unde non niſi confuſe apparere debent, & ut in majore diſtantia ſuper ipſa retina depingantur, neceſſe eſt, ut objecta prope admoveantur. Atque hoc illorum eſt vitium, qui vicina modo diſcernunt, & *Myopes* appellantur.

210. Ex oppoſito, ſi ſegmentum anterius corneæ, vel humor cryſtallinus, tam exiguam habeant convexitatem, ut objectorum multum diſtantium ſolummodo imagines in retinam incidant, radii ex objectis vicinis venientes trans retinam ſuum focum habent ſitum; quare cum jam intercipiantur in retina ante concurſum, objecta confuſe exhibeant, eſt neceſſe; quod vitium eorum eſt, qui remota tantum vident, & *Presbytæ* dicuntur, quales magnam partem ſunt ſenes, apud quos ipſa ætas humores deſiccat, humoris cryſtallini convexitatem minuit, facitque, ut anterior corneæ pars ſubſidat aliquantum.

211. Itaque Myopes objecta vicina ſolum diſtincte cernunt, ſive illa, e quibus emiſſi radii ſenſibiliter divergunt; & Presbytæ obje-

objecta remota tantum vident distincte, id est, ea, e quibus radii ad sensum paralleli veniunt; in sequentibus enim videbimus, quod si accurate loquamur, ad visionem distinctam necessarium sit, ut radii tantillum divergant (323). Jam vero ex theoria vitrorum concavorum & convexorum patet, radios parallele incidentes in vitra concava (sive qui e magna distantia veniunt) ex iisdem egredi divergentes, quia si concavitatis semidiametri utrinque sint æquales, radii in exitu e vitro acquirunt talem directionem, ut versus vitrum reducti concurrant in puncto intra vitrum & objectum sito, quod a dimidio axis parum abest. Quare Myops, in cujus oculum radii hunc in modum divergentes incidunt, objectum illorum discernere poterit; atque id genus vitium ope vitri concavi corrigetur, objectis remotis distincte apparituris, si concavitas conformationi oculi proportionata fuerit. Simili argumento colligitur, a Presbytis objecta vicina distincte videri posse, si in foco vitri convexi constituantur, quod radios e foco divergentes ad parallelismum refringit.

212. Verum nec Myopes, nec Presbytæ defectum ullum sentirent, si pupilla non tam late pateret. Si enim in oculum aditus per unicum tantum punctum foret, ut e singulis objecti punctis singuli tantum admitterentur radii, hi in singula, & separata retinæ puncta inciderent, ideoque imaginem distinctam efformarent, attamen ob paucitatem radiorum admodum debilem. Et nisi hæc debilitas visioni obesset, san promtum haberemus tam Myopibus, quam Presbytis remedium, scilicet tenuem & opacam laminam, exiguo foraminulo pertusam: quamvis fatendum, reipsa quibusdam in casibus eos hoc modo juvari.

213. Hinc etiam sequitur, *objecta per admodum parvum foramen visa debere distincte apparere, utcunque exigua eorum sit ab oculo distantia.*

214. Evenit quandoque, ut apud eundem hominem oculus alter sit recte constitutus, alter vitio, sive myopum, sive presbytarum, laboret. Tum vero ut talis objecta recte cernat, necesse est, ut oculum alterum, nulli defectui obnoxium, ea versus dirigat, alterum vitiosum ab iisdem avertat, utpote non recepturum nisi imaginem confusam, quæ alterius imagini distinctæ officeret. Hæc alterna, jam hujus, jam alterius oculi distorsio *Strabismus* appellatur, iique dicuntur *Strabi*, qui hoc vitio laborant. *

* Quod si alter oculus sit rite constitutus, alter presbytarum vitio subjectus, solum vitiosus avertendus est ab objectis vicinis, a nullo vero objecto is, qui vitio non laborat; si vitium alterius oculi sit myopum, & objecta sint justo viciniora, oculus integer averti debet in hoc solo casu. At si uterque oculus suo laboret vitio, alter myopum, presbytarum alter, tum vero alterna facienda est eorum distorsio, ut diversa fuerit objectorum distantia.

ARTICULUS III.

De Visione, quæ fit ope vitrorum, vel speculorum.

215. Cum objecta extra nos posita non aliter, nisi per imaginem in oculo depictam percipiamus, illud imprimis est manifestum, *quod ea videamus in directione radiorum, qua imaginem efformaturi oculum ingrediuntur*, quemadmodum jam superius est dictum (58). Quod si itaque radii oculum non subeant, nisi post complures refractiones, reflexionesque, quibus prima eorum, quam ab objecto emissi habuerant, directio admodum mutata est, fieri nequit, ut objectum videamus in linea recta, inde ad nostrum oculum ducta.

216. *Secundo.* Extra dubium quoque est, cum magnitudo apparens objecti, quacunque tandem ratione videatur, semper potissimum dependeat ab angulo ad oculum (77) qui a radiis ab extremis objecti punctis venientibus comprehenditur; si hic angulus sive refractione, sive reflexione reddatur major, minorve, quam citra eam, & nudo oculo objectum inspiciente foret; aut (quod idem est) *si angulus inter duos radios ab extremis imaginis ultima refractione, vel reflexione efformatæ punctis ductos comprehensus major sit vel minor, quam qui fieret, si ab extremis objecti punctis radii sine refractione aut reflexione ad oculum pervenirent, objectum auctum vel diminutum pro diversa anguli magnitudine appariturum: atque adeo oculo ad imaginem hanc ultimo efformatam accedente, vel ab eo recedente, objectum crescere, aut decrescere videbitur, etiam tunc, quando accessu ad imaginem oculus ab objecto recedit, & recessu ab imagine objecto reipsa vicinior fit:* est enim imago objecti vicaria, non nisi hujus ope videndi. Quod si autem *objectum, vel etiam objecti imago, talem situm respectu vitri cujusdam tenuissimi, aut speculi obtineret, ut radii inde egressi, vel illuc tendentes, per refractionem reflexionemve evaderent paralleli, oculus in radiorum directione collocatus objectum, aut imaginem illius, videret semper ejusdem magnitudinis, utcunque ad vitrum vel speculum accederet, vel ab eo recederet; esset que hæc magnitudo eadem, ac si oculus in loco vitri vel speculi constitueretur.* Etenim sit RS (fig. 27 & 28) semidiameter objecti vel imaginis ita respectu vitri CB sitæ, ut radii e puncto R digressi (aut ad hoc punctum directi) paralleli inter se exeant; vitri crassitie posita infinite parva unus ex his radiis RC (scilicet principalis) sine refractione transit (195). Sit porro radius SC e centro imaginis vel objecti emissus, qui cum axe vitri congruit: patet, oculo in C posito, ubi est vitrum, objectum, vel imaginem SR, sub angulo SCR apparituram; eodem vero in quovis axis puncto alio E constituto, modo illuc dirigatur radius e puncto R veniens (vel ad R tendens), angulum visorium fore

CEB

CEB = SCR. Idem eveniet, oculo in foco vitri, vel ſpeculi collocato, in quod radii ex imagine vel objecto quopiam paralleli incidunt: quæcunque ſit imaginis vel objecti diſtantia a ſpeculo, ſemper ejusdem magnitudinis oculo videbitur.

217. Quod ad diſtantiam oculi a loco, in quo objecta eſſe apparent, ea non deſumitur a diſtantia vera oculi a loco imaginis per ultimam reflexionem vel refractionem factæ. Sed quoniam de intervallo apparente præcipue judicium ferimus ex idea, quam de eorum magnitudine acquirimus (74, 101), conſequens eſt, ut cum objecta per imagines refractione aut reflexione auctas vel diminutas videmus, ea ad noſtrum oculum acceſſiſſe, aut ab eo receſſiſſe exiſtimemus, prout ratio magnitudinis viſæ ad magnitudinem, quam aliunde ſcimus objectis eſſe, poſtulat. Jam vero cum ſuperficies corporis directe viſi ſit baſis pyramidis luminoſæ (23) cujus apex eſt in oculo, quando idem apex una, pluribusve reflexionibus, vel refractionibus fit magis obtuſus, objectum (quod ſemper videtur eſſe baſis pyramidis) hoc ipſo verſus oculum vel apicem novæ pyramidis admotum apparere debet. Oppoſitum continget, ſi apex pyramidis acutior evaſerit. Ex his ſequens conſtructio pro determinando loco apparente objectorum, quæ per vitra aut ſpecula conſpiciuntur, deduci poteſt. Sit R Q vera dimenſio objecti (fig. 29.); O locus oculi; O R axis pyramidis opticæ, qua objectum videtur; O T directio radii ab extimo puncto Q venientis poſt quotcunque refractiones vel reflexiones in ſuperficiebus ſphæricis, quarum axes omnes cadant in O R. Ducatur Q*q* ad O R parallela, donec occurrat radio O T; erit punctum *q* locus apparens puncti objecti Q, ſive ultimæ illius imaginis; O*r* diſtantia apparens ab oculo; *qr* locus apparens ultimæ imaginis reflexione vel refractione factæ, quam oculus O videt.

218. Hinc porro facile explicatur, cur objecta per vitra convexa aucta, & viciniora; per concava imminuta & remotiora appareant.

219. Denique intelligitur, quod radiis ab objecto emanantibus ita reflexis vel refractis, ut imago a tergo ſpectatoris depingatur, aut corpus opacum quodpiam inter eam, & oculum interponatur; objectum nulla ratione videri poſſit, quamdiu oculus in eodem manet loco. Quod ſi vero radii ita inflexi ingrediantur oculum, ut imaginem non niſi cis, vel trans retinam efformare poſſint, objectum confuſe tantum videbitur.

220. Hæc omnia ut exemplo generali explicentur, ſit G R (fig. 30) axis quotcunque vitrorum A, B, C; Q R dimenſio objecti cujusvis; E locus oculi excipientis radium Q K I H E, egreſſum primum a puncto Q, dein refractione lentis A ad K facta verſus F

directum, verum denuo refractionem in vitro concavo ad I passum, & versus *f* in egressu inflexum; tandem in transitu per novam lentem CH ad axis punctum E refractum, ubi in oculum incurrit. Patet *Primo*, cum ET sit directio postrema radii, qua ad oculum pervenit, ductis Q*q* ad GR, & *qr* ad QR parallelis, locum apparentem ultimæ imaginis objecti QR esse *qr* (217). *Secundo*, distantiam apparentem oculi ab objecto esse E*r*. *Tertio*, magnitudinem apparentem esse ad magnitudinem veram objecti, ut ER ad E*r*, quia scilicet ratio angulorum *q*E*r*, QER (qui per hypothesin sunt valde exigui) eadem est (79). *Quarto*, situm objecti esse vel erectum vel inversum, ut imago postrema cis vel trans centrum ultimi vitri vel speculi respectu objecti vel prioris imaginis, quæ objecti vicem egit, sita fuerit, quod inito calculo focorum pro singulis vitris determinatur. *Quinto*. Si rectæ, quæ medii puncti vitri distantiam ab extimo limbo metiuntur (qualis est CH) instar objecti alicujus considerentur, & earum situs apparens eadem ratione determinetur, qua N. 217 usi sumus, supponendo, quod per vitrum inter eas & oculum situm videantur, illa, quæ minimum angulum ad oculum subtendit, determinat angulum visionis, hoc est, spatium maximum, quod trans omnia vitra videri potest.

Si modo vocibus, *refractio*, *lens* &c. substituantur *reflexio*, *speculum* &c aut universim, *medium diversum*, facile intelligitur, omnia, quæ modo attulimus, Catoptricæ cum Dioptrica communia esse.

CAPUT V.

De Telescopiis & Microscopiis.

ARTICULUS I.

Notiones prævia.

221. Illud universim in *Telescopio* (sive tubo optico objectis distitis contemplandis destinato) & *Microscopio* spectatur, ut *Primo* imaginem vivacem objecti, quod quis distincte videre cupit, exhibeat, obverso illi (objecto nempe) vitro utrinque convexo, aut plano-convexo, aut etiam menisco, vel speculo concavo (quod propterea *vitrum*, vel *speculum objectivum* appellatur). *Secundo* ut hanc imaginem nitidam, distinctamque videndam præbeat, imo auctam etiam ope alterius alicujus, pluriumve vitrorum, *quæ ocularia* dicuntur, quod ad eam partem collocentur, cui oculus est applicandus.

222. Duo

222. Duo itaque ſunt teleſcopiorum & microſcopiorum genera; alterum eorum, quæ ſolis vitris conſtant; alterum illorum, quæ tum ſpeculis, tum vitris ſunt inſtructa, ideoque *catadioptrica* vocantur.

223. *Campus* teleſcopii vel microſcopii dicitur totum illud ſpatium, quod oculus videre poteſt, ſi ita applicetur, ut microſcopium, vel teleſcopium totum ſuum effectum præſtare poſſit.

224. Quando deinceps *focum* ſimpliciter, & citra additum nominabimus, ſemper intelligemus locum concurſus radiorum refractorum, vel reflexorum, qui ab objecto ad diſtantiam infinitam remoto veniunt, ſive qui ex eodem objecti puncto digreſſi parallele incidunt. Idem eſt, ſi dicemus, vitrum, vel ſpeculum habere focum tot pedum vel digitorum.

225. Si detur vitrum, vel ſpeculum ſphæricum quodvis, longitudo foci experimentando determinari poteſt hunc in modum.

I. Si ſpeculum ſit cavum, & vitrum convexum, obvertatur ſoli, quæraturque illud punctum, in quo radii reflexi vel refracti, plano quopiam excepti, efficiunt circulum quam minimum, atque luce candidiſſima & vivaciſſima, materiamque combuſtioni aptam quam citiſſime incendunt. Vel vero tegatur ſpeculum, vel altera vitri ſuperficies, charta nigro colore tincta, & pluribus foraminulis acu factis pertuſa; tum quæratur diſtantia, in qua radii ſolis per hæc foramella ingreſſi rurſus uniuntur, atque unicum circulum candidum efformant. Vel denique obvertatur ſpeculum aut vitrum candelæ ardenti, & ad magnum intervallum remotæ, ut ſit ultra ſpeculi vel vitri centrum; quæratur diſtantia tum a candela, tum a ſpeculo vel vitro, in qua collocanda eſt tabula, ut imago candelæ inverſa, maxime diſtincta, quamque minima depingatur; utraque hac diſtantia habita, ope formulæ calculari poteſt radius concavitatis ſpeculi, vel convexitatis vitri, adeoque innoteſcet longitudo foci, quæ in ſpeculo eſt radii dimidia; in lente utrinque æqualiter convexa, ipſe fere radius; in vitro planoconvexo, dupla.

226. II. Si ſpeculum ſit convexum, vel vitrum concavum, tegatur rurſus ſpeculum, vel altera vitri ſuperficies charta nigra, foraminulis pluribus in circuli circumferentia exciſis; radii ſolis per ea transmiſſi, atque poſt refractionem vel reflexionem tabula excepti, divergent, totidemque maculas albas depingent, omnes in circuli eo majoris peripheria ſitas, quo tabula longius removetur: dum igitur diameter hujus circuli dupla erit illius, in quo foramina chartæ ſunt inciſa, tabulæ a ſpeculi vel vitri puncto medio diſtantia æquabitur longitudini foci quæſitæ.

227. Dum focus ſpeculi convexi quæritur, in tabula, qua radii reflexi excipiendi ſunt, exſcindendus eſt circulus paullo major illo, in cujus peripheria ſita ſunt foramella, quæ in charta ſpeculum tegente facta ſunt; ut ſcilicet lux ſolaris commode in eadem incidere poſſit.

ARTICULUS II.

De Teleſcopiis Dioptricis, ſive refringentibus.

228. Tres fere cenſentur Teleſcopiorum refringentium, ſeu ſpeculo reflectente carentium, ſpecies, figura, diſpoſitione, & numero vitrorum ocularium inter ſe diverſæ.

229. Prima eſt teleſcopii, quod *Batavum*, ſive *Hollandicum*, aut *Galilæanum* dicunt, prima quoque circiter annum 1609. reperta, atque quadraginta fere annis una adhibita. Hic tubus vitrum oculare habet unicum vel utrinque concavum, ut PQ (fig. 31), vel plano-concavum, intra objectivum convexum vel plano-convexum, ac ejus focum ita collocatum, ut axes utriusque in eandem rectam A*o*, & foci in idem punctum *o* coincidant.

230. Ex hac conſtructione patet *primo*, quod cum vitrum objectivum longe magis patere poſſit, quam pupilla oculi, longe quoque majorem radiorum copiam ex eodem objecti puncto emiſſorum excipiat, quam alias ad oculum perveniret. *Secundo*, quod radii ab objecto O admodum remoto paralleli (ut hic per AD, & duas utrinque parallelas exhibentur) in vitrum objectivum MN incidentes, ac ejus refractione ad punctum *o* convergentes, in egreſſu e vitro oculari rurſus fiant paralleli (197); & quia vitrum oculare prope *o* conſtitutum eſt, ubi eſt vertex coni radioſi per vitrum objectivum collecti, atque adeo radii admodum denſi; etiam in exitu e vitro iidem adhuc valde denſi eſſe debent. Unde *tertio* ſi poſt vitrum oculare incidant in oculum rite conformatum, vel alicujus presbytæ, (211) imaginem objecti ſui eo vivaciorem depingent, quo faſcis lucidus ex oculari vitro egreſſus denſior eſt illo, qui in vitrum objectivum incidit, & quo vitri objectivi major eſt amplitudo, quam pupillæ.

231. Quod reliqua puncta objecti OB, velut B, extra axem teleſcopii A*o* ſita concernit, eodem modo patet, quod radii, hic per CD, eique utrinque parallelas deſignati, ex iis in vitrum objectivum paralleli veniant, dein refracti ad punctum *b*, puncto *o* vicinum (187), tendant, ac tandem e vitro oculari PQ ad ſenſum paral-

paralleli, & valde densi egrediantur, ut in oculo nullo vitio laborante, vel presbytæ, imaginem admodum vivacem efforment sui objecti B. Verum quia fascis hic radiosus puncti B imaginem depingens in egressu ex oculari vitro divergit ab altero, qui imaginem puncti O exhibet, idem oculus utramque imaginem simul excipere nequit, nisi vel pupilla admodum diducatur, vel puncto F, ad quod radii P*c* reducti tendunt, sit valde vicina. Ex quo infertur, *ope ejusmodi telescopii eo plures objecti partes simul videri posse, quo oculus vitro oculari propior, & ejus pupilla amplior fuerit.* Et quia pupilla non modo per se exigua est, sed etiam nobis nolentibus contrahitur copiosiore luce incidente, consequitur, *campum talis telescopii eo fore minorem, quo objectum lucidius, & longitudo foci vitri ocularis fuerit major.* Denique quoniam natura lucis focum tam brevem, ac quis cupiat, non patitur; imo vero focos vitrorum ocularium eo longiores exigit, quo longiores sunt foci vitrorum objectivorum, ut in sequentibus videbimus (270), necesse est, *ut campus in his telescopiis sit tanto minor, quanto major est tubi longitudo.* Atque hoc incommodum fecit, ut usus id genus telescopiorum pene sit abolitus pro objectis admodum remotis, quæ tubos longiores requirunt; nec amplius, nisi valde brevia conficiantur, in quibus augmentum modicum exigitur, quæ vulgo *tubulos theatrales* appellant.

232. Ipsa quoque hæc constructio indicat, objectorum situm fore erectum; radii enim *c*, objecti extremum B exhibentes, infra axem A K positum, ad oculum directione *c*F veniunt, quæ producta intra axem descendit.

233. Si supponatur *objectum magis semper, magisque versus vitrum objectivum accedere*, consequens est (196), ut imago simili ratione longius removeatur; adeoque etiam *oculare, prolongato tubo, in majore distantia applicari debebit*, ut ejus focus semper cum imagine per objectivum depicta coincidat.

234. Myops vitrum oculare objectivo propius admovere debet, ut distincte videat. Hoc enim si fiat, radii, qui prius paralleli egrediebantur, fiunt divergentes. Nam imagine *bo* (si ea instar objecti consideretur) recedente a foco vitri concavi, radii refracti, & versus alteram partem producti minus divergunt, adeoque ex parte ipsius *bo*, ubi prius paralleli erant, jam divergere debent versus oculum (199).

235. II. Altera telescopiorum species eorum est, quæ quod observationibus syderum sint aptissima, ideoque sola fere hunc in usum conficiantur, *tubi astronomici* vocantur. Unica instructa sunt lente oculari utrinque convexa (aut plano-convexa) P Q (fig. 32)

quæ

quæ ea ratione collocanda eſt, ut ejus focus *o* cum foco vitri objectivi M N inter utramque vitrum in axe communi congruat.

236. Hæc conſtructio oſtendit *primo*, radios ab objecti puncto O admodum remoto (& per hypotheſin in axe producto exiſtente) parallele incidentes (ac propterea per A D & utrinque parallelas exhibitos) ſeſe refractione vitri objectivi in ejus foco interſecare, illicque imaginem *o* puncti O efformare.

237. *Secundo.* Hanc imaginem vicem objecti in foco lentis ocularis P Q collocati agere, conſequenter radios ab ea in lentem ocularem emiſſos ita refringi (196) ut paralleli inde egrediantur, eo autem denſiores, quo focus ocularis brevior eſt foco vitri objectivi: & hinc in oculo presbytæ (211), vel nulli vitio obnoxio, novam efformari imaginem objecti O, tanto vivaciorem, quanto amplius eſt vitrum objectivum, ſive plus lucis admittit.

238. *Tertio.* Ab oculo in quacunque ab oculari vitro diſtantia, modo faſcis radiorum parallelorum in eum incurrat, æque bene imaginem videri, quam iidem radii in communi vitrorum foco depingunt.

239. *Quarto.* Per radios parallele ab objecti O B extremo B venientes, ac per vitrum objectivum refractos, debere prope *o* efformari imaginem *b* puncti B (188); hinc autem incidentes in vitrum oculare, poſt refractionem inter ſe parallelos egredi, cumque axe eo propius ad hoc vitrum concurrere, quo major eſt ejus convexitas, ita ut hic concurſus in foco ejus F fiat. Unde ut oculus totam ſimul imaginem *ob* videat, neceſſe eſt, ut ad punctum F conſtituatur, communem nempe interſectionem omnium faſciculorum lucis ex omnibus imaginis *ob* vel objecti O B punctis venientium.

240. *Quinto* objectum O B videri inverſum, quia ejus imago *ob*, quæ in lentem ocularem radiat, jam habet ſitum oppoſitum ſitui objecti, & punctum illius *b* per radios divergentes ſupra axem refertur, exiſtente extremo objecti B infra axem.

241. *Sexto.* Amplitudinem campi hujus teleſcopi præcipue pendere a magnitudine ſpatii ad *ob*, quod in foco communi utriusque vitri eſſe cenſetur, cum oculus in F conſtitutus omnes objecti partes videre poſſit, quarum imagines in ocularis foco, aut huic valde vicinæ, depinguntur. Atque ob hoc commodum prioris generis teleſcopiis merito præfertur.

242. *Septimo.* Accedente magis objecto ad vitrum objectivum, imaginem ejus longius removeri (196); & hinc etiam vitrum oculare, prolongato tubo, majorem debere acquirere diſtantiam, ut imago ſemper in ejus foco perſtet. Quare per hujusmodi teleſcopia tam objecta diſſita, quam vicina recte exhibentur, modo competens utriusque vitri intervallum ſervetur. 243.

243. *Octavo*, si myopes hisce utantur, lentem ocularem propius ad objectivam admoveri oportere, sive ad ejus imaginem *ob*, ut hac intra focum ocularis constituta, radii ex oculari egressi divergant (196).

244. III. Tertium Telescopiorum genus ad contemplanda objecta terrestria in usu, a priore non differt, nisi quod duæ præterea addantur lentes oculares, ut imaginis *ob* situs inversus erigatur. Ipse figuræ 33 aspectus constructionem docebit. Quatuor vitra MN, PQ, RS, TV habent axem communem A*f*. Focus cujusvis vitri coincidit cum foco binorum utrinque positorum, solentque ocularia ejusdem fere foci adhiberi. Sit OB objectum infinite dissitum, & punctum ejus O in axe telescopii: radii inde paralleli in vitrum objectivum incidentes, per refractionem in ejus foco *o* imaginem puncti O efficiunt, e qua in oculare PQ incurrentes ad parallelismum inter se, & focum F refringuntur; hinc digressi in secundum oculare RS ad ejus focum *ω* convergunt, alteramque objecti O imaginem depingunt, unde tandem in tertium oculare TV venientes rursus paralleli fiunt, ut oculo recte constituto, vel etiam presbytæ, excepti objectum suum vivace imagine exhibeant. Simili modo radii a puncto B ad vitrum objectivum paralleli venientes in ejus foco *b* prope *o* primam efformant imaginem (187); dein in vitro oculari PQ refracti, paralleli inter se axem eo propius ad PQ intersecant, quo focus hujus lentis est brevior. Hinc in RS delati, atque ad ejus focum inflexi secundam puncti B imaginem *β* constituunt, donec tandem ab ultima lente TV inter se paralleli ad ejus focum *f* refringantur, in quo constituendus est oculus, ut imaginem *ωβ* videat, uti superius (239) diximus, quæ habet situm erectum, sive eundem cum objecto OB.

245. Telescopia modo descripta, quæ per *quatuor vitrorum* numerum plerumque designantur, easdem, ut patet, proprietates generales habent, ac Astronomica. Sed ob quæ Astronomica his præstant, & eorum in observationibus præfertur usus, sunt *primo*, quod tubus Astronomicus ampliorem habeat campum. *Secundo*, quod lentem ocularem minoris foci patiatur, ideoque majoris sit augmenti. Utriusque rationes in sequentibus videbimus. *Tertio*, quod brevior sit. *Quarto*, quod in eo minus radiorum pereat, qui non nisi per duo vitra trajici debent.

ARTICULUS III.

De Telescopiis Catadioptricis.

246. Telescopii catadioptrici munus generatim est, fasces lucis ab objecto venientes a via detorquendo colligere, ut in

oppoſito ſpeculo concavo reflexi convergant, & imaginem ſui objecti in axe ſpeculi, vel pone eum, depingant, velut in F′ (fig. 35). Situs hujus imaginis intra ſpeculum & objectum impedit, quo minus per unam, aut tres lentes oculares directe videri poſſit: ad hoc enim opus eſſet, ut ſpectator caput inter obiectum, & imaginem interponeret, quo fieret, ut lumen nec ſufficiens, nec ſatis prope axem, in ſpeculum illabi poſſet.

247. Ad hoc incommodum tollendum, ſpecillum exiguum planum I H ad angulum 45 graduum cum axe inclinatum ita collocatur, ut apicem coni radioſi, in quo imago eſt, ad *o* reflectat; tum in recta *o*K, una, tresve lentes oculares applicantur, prout ſitus objecti inverſus, erectuſve exhiberi debet; quem in finem latus tubi ſpecula continentis M N perforatur.

248. Præcipuum in hoc teleſcopiorum genere, quod Newtonianum appellatur, commodum eſt, quod licet multo breviora ſint refringentibus, eundem tamen effectum præſtent. Cujus rei cauſa eſt, tum quod imago a ſpeculo objectivo formata ab eodem non amplius quarta axis parte abſit, ſi objectum infinite diſtet, quæ per vitrum æqualiter utrinque convexum in diſtantia ſemiaxis depingitur; tum etiam quod imago non intra ſpeculum objectivum & lentem ocularem ſit, ut in teleſcopiis dioptricis primi, ac ſecundi generis; maxime vero quod ſpeculum objectivum patiatur ocularia diverſorum focorum, imo breviſſimi. Ex quo fit, ut idem teleſcopium catadioptricum pluribus tubis dioptricis diverſæ longitudinis æquivaleat, cum hi effectum debitum præſtare nequeant, niſi ocularibus iis inſtructi ſint, quorum foci ad focos objectivorum rationes determinatas habeant, quarum rationum tamen valde arcti ſunt limites, ut deinceps videbimus.

249. Cum imago a ſpeculo objectivo recedat, objecto ad illud accedente (145), ut uſus ſit hujus teleſcopii, manifeſtum eſt, debere ſpecillum I H eſſe mobile, ut imago ſemper in focum ocularis incidat. Itaque etiam neceſſe eſt, ut moto intra tubum ſpecillo I H ſimul ſecundum latus tubi M N ipſum oculare in eandem partem moveatur, ut nempe ejus focus ſemper congruat cum apice coni radioſi a ſpecillo H I reflexi.

250. Patet præterea, myopes debere ſpecillum planum aliquantum ad ſpeculum objectivum admovere, ut imagine intra lentem ocularem & ejus focum conſtituta radii ita divergentes in eorum oculum veniant, ut hujus conformatio ad viſionem diſtinctam poſtulat.

251. Al-

251. Alterius quoque formæ, paulloque magis compositæ, telescopia catadioptrica construuntur, tam objectis terrestribus, quam cælestibus apta, quæ Gregoriana appellant. En brevem descriptionem. Objecto speculum sphæricum concavum AB (fig. 36) opponitur, & paullo ultra focum F in ejus axe collocatur alterum specillum multo minus itidem concavum CD, sed foci brevioris, ita, ut utriusque axes congruant. Imago F intra hujus specilli focum G, & centrum E posita, ejus respectu vices objecti agit. Quare (143) in eodem axe secunda imago H efformabitur, eo longius ultra centrum E specilli CD, quo prior F foco G vicinior est. Et quia specillo CD ad imaginem F admoto propius, vel ab eadem remoto, imagini H distantia quævis tribui potest, solet ea tantillum intra speculum AB in medio ad I foramine circulari præditum, constitui, ut per lentem ocularem PQ videri possit. Manifestum autem est, hanc imaginem apparituram situ erecto, cum respectu imaginis F, situm objecti invertentis, inversa sit.

252. Quando objectum est copioso lumine illustratum, ut major fiat secunda imago, ea trans speculum AB versus O dirigi potest, & in O focus vitri ocularis PQ constitui, ut radii versus O convergentes e vitro paralleli egrediantur, ac postea lente ultra O excepti iterum colligantur ad punctum, in quo oculus est collocandus.

253. Ex dictis constat, per specillum parvum in utriusque hujus telescopii axe situm intercipi radios lucis parallelos, qui in medium speculi objectivi inciderent. Unde nil refert, seu hoc speculum in medio pertusum sit, seu integrum.

254. Incommoda his telescopiis annexa sunt, quod modicum habeant campum; quod difficulter versus objecta dirigantur; quod multis cautelis tum in constructione, tum in usu eorum opus sit; quod cum magni sint pretii, damnum tamen facile accipiant.

ARTICULUS IV.

De Microscopiis.

255. I. Microscopiorum, quæ in usu sunt, prima species est simplex vitrum MN (fig. 34) vel utrinque, vel una ex parte convexum, quod *vitrum auctorium* generatim appellant. Itaque si objecti considerandi BO punctum O ad focum in axe collocetur, radii inde emissi e vitro paralleli egrediuntur, apti proinde, qui imaginem illius in oculo recte constituto, vel presbytæ,

in quavis diſtantia efforment, modo oculus in eorum directione reperiatur. Myóps objectum paullo intra focum conſtituet, ut imaginem accurate depictam videat. Punctum B ejusdem objecti, axi valde vicinum, ut in lentis foco poſitum cenſeri adhuc poſſit, pariter emittet radios, qui refractione ad ſenſum paralleli fiant, eoque magis ad axem inclinati, quo convexitas lentis minoris ſphæræ fuerit, ſive foci brevioris. Quare ſi oculus prope o, ubi radius principalis B C axem ſecat (ideoque in valde parva a lente diſtantia) ponatur, objectum O B ſub angulo B o O tanto magis auctum videbitur, quanto minore intervallo ab oculo abeſt, quam ſoleat illud eſſe, in quo objecta alias diſtincte videre conſuevimus.

256. Exempli gratia, quia objecta mediocri viſu præditi non ſolent diſtincte videre nudo oculo, niſi ea 7, aut 8 circiter digitis diſtent, ſi hæc diſtantia recta $o\,\infty$ deſignetur, & ope lentis objectum diſtincte appareat, nemo ſibi facile perſuadebit, ejus diametrum B O eſſe oculo adeo vicinam, ut reipſa eſt; ſed eam circa ∞ exiſtere putabit, ideoque in ratione $\infty\beta$ ad O B, ſive $o\infty$ ad oO auctam (79). E quo ſimul conficitur, *magnitudinem apparentem objecti per lentem viſi dependere ex parte ab ipſa oculi conformatione.*

257. II. Sed lente hac in re longe ſuperior eſt ſphærula vitrea, facile parabilis, ſi ad flammam ſpiritus vini ellychnio affuſi (ne admiſta fuligine opaca reddatur) exiguum vitri fruſtulum colliqueſcere ſinatur. Reſumpta enim formula N. 182, ac poſito $p = 3$, $q = 2$, fit $x = \frac{6drR + 4erR - 2deR}{3dR - 6rR - de + 3dr + 2er}$; quæ ut ſphæræ vitreæ accommodetur, ſumi debet $e = 2r$; $r = R$, & $d = \infty$; his ſubſtitutis habetur $x = \frac{1}{2}r$; hoc eſt, objecto in axe ſphæræ ad diſtantiam quartæ partis diametri collocato, radii prope axem in ſphæram incidentes, egrediuntur inter ſe paralleli; ergo diſtincte objectum videbitur, eoque magis auctum, quo oculo fuerit vicinius, & conſequenter quo minor fuerit ſphæræ diameter.

258. Vicem etiam microſcopii ſimplicis obire poteſt globulus vitreus cavus & aqua repletus, qui eundem fere præſtat effectum, quem ſphæra aquea, tum quod craſſities vitri exigua ſit, tum etiam quod ſuperficies utraque concentrica eodem modo refringat radios, ac ſi ſola aqua adeſſet. Verum quia lux minus refringitur in aqua, quam vitro, ratione ſinus anguli incidentiæ ad ſinum anguli refractionis in aqua exiſtente 4 ad 3 circiter, focus, in quo collocandum eſt objectum, ut radii in ſphæram incidentes refringantur ad parallelismum in egreſſu, diſtat a ſphæra ſemidiametro, ut facile invenitur e formula generali pro focis data (182), ſi fiat $p = 4$, $q = 3$, $r = R$, $e = 2r$, & $d = \infty$. E quo liquet,

quet, horum globulorum non esse tantum augmentum, quam eorum, qui e vitro solido funduntur.

259. Parari quoque potest lenticula mere aquea, si exiguum laminæ tenuis metallicæ foramellum gutta aquæ ope acus imposita repleatur, ne ejus limbis madefactis aqua convexitatem amittat. Major adhuc erit talis lenticulæ effectus, si in lamina $\frac{1}{4}$ lineæ circiter crassa utrinque cavitas sphærica exigua fiat, axe communi per oppositos utriusque vertices transeunte, & inæqualis radii, ita ut tenuissima laminæ pars vertices separet, quæ dein acus cuspide perforetur; repletur tum duplex hæc cavitas aquæ gutta.

260. III. Altera Microscopiorum species Telescopiis Astronomicis non absimilis est. Constat duabus lentibus convexis, quarum objectiva MN (fig. 37) est foci admodum brevis, extra quem paullum collocatur objectum OB, ut ejus imago *ob*, in aliqua distantia, & cum proportione aucta, efformetur (196): tum, ut distincte videri possit, focus lentis ocularis ad eundem cum hac imagine locum constituitur.

261. Ex hac constructione patet *primo*, *distantiam imaginis a lenticula objectiva magnas subire mutationes, dum intervallum inter eam, & objectum* O B *paullum mutatur* (196). Et quoniam difficillimum est, ut quis in distantia data, ac loco eodem objectum certo collocet; in usu hujus microscopii lens ocularis tamdiu versus objectivam admovenda est, vel ab ea retrahenda, donec imago objecti distinctissime depingatur; aut vero necesse est, ut in objecto ipso, vel toto microscopio motus, ut res postulat, quam lentissimus effici possit: id, quod pro diverso microscopii apparatu facilius, difficiliusve obtinetur. *Secundo* colligitur, *objectum debere eo majus apparere, quo ejus imago* o b *longius abest a vitro objectivo* M N; *& (cum postea per lentem ocularem videatur) quo oculo est propior, quam sit intervallum, ad quod objecta sine vitris distincte videre solemus. Tertio* manifestum est, *magnitudinem apparentem objecti debere mutari, quando hoc a lente objectiva recedit*; nam objecto recedente, ejus imago versus eandem accedit, ac simul minuitur.

262. IV. Quandoque fere circa medium inter lentem objectivam MN, & imaginem *ob*, altera ocularis interponitur, ut imago propius multo ad lentem objectivam formetur, adeoque tubus microscopii brevior adhiberi possit. Hac ratione simul campus microscopii amplior redditur, quemadmodum id patebit, si ipsa figura construatur, & quæ N. 220 adduximus, rite applicentur.

263. V. Denique fieri possunt microscopia catadioptrica, objecto inter focum & centrum speculi concavi constituto, ut imago ultra centrum efformata (143), ac lente oculari excepta distin-

cte videatur. Apud Smith extat etiam descriptio microscopii e duobus speculis sphæricis compositi, concavo altero; altero convexo, utroque in medio foramine circulari prædito, ut lux liberum accessum habeat. Collocatur autem objectum inter centrum & focum speculi concavi, a quo reflexi radii in convexum incidunt, unde denuo reflexi imaginem prope foramen speculi concavi depingunt, ope lentis ocularis spectandam.

ARTICULUS V.

Animadversiones generales in Telescopia & Microscopia.

264. I. *Tangens anguli, sub quo semidiameter objecti per primæ & secundæ speciei telescopia dioptrica* (imo etiam tertiæ, si trium lentium ocularium sit idem focus) *videtur, est ad tangentem anguli, sub quo nudo oculo spectatur, ut longitudo foci vitri objectivi ad longitudinem foci ocularis*, neglecta scilicet vitrorum crassitie.

Nam objecti extremitas altera B (fig. 31 & 32) per fascem radiorum parallelorum F*c*; altera vero per fascem *o* K repræsentatur: angulus igitur, sub quo objectum per telescopium videtur, est ille, quem axes utriusque fascis F*c*, & *o*K comprehendunt. Et quoniam imago *o b* in foco ocularis P Q existit, radii e puncto *b* (quod tanquam objectum ab aliis separatum & solitarium considerari potest) in vitrum oculare incidentes, ex eodem cum radio principali paralleli egredi debent (196); ergo angulus *c* F K = *b* K *o*. Sed angulus O D B, sive huic æqualis *b* D *o* (quia radius B D sine refractione per vitrum M N transit (195)) est ille, sub quo oculus in D collocatus objectum sine telescopio videret; quare angulus, sub quo objectum per telescopium apparet, est ad angulum, sub quo nudo oculo spectatur, ut *b* K *o* ad *b* D *o*. Est autem, sumpto radio *b o*, in triangulo rectangulo *b* K *o*, *o*K cotangens anguli *b* K *o*; & in triangulo *b D o*, *o* D cotangens anguli *b* D *o*; ergo cotangentes horum angulorum sunt ut *o*K ad *o*D; ergo (Elem. 737) tangentes eorundem sunt reciproce ut *o*D ad *o*K.

265. COROLL. I. Quia magnitudines apparentes objectorum maxime dependent ab angulis opticis, sub quibus eorum semidiametri videntur; sequitur, *diametrum objecti per telescopium visam esse ad eandem ut nudo oculo apparet, sicut est longitudo foci vitri objectivi ad longitudinem foci vitri ocularis*; sive, quod idem est, *magnitudines apparentes diametri ejusdem objecti per diversa telescopia visi esse inter se in ratione composita ex directa longitudinum focorum vitrorum objectivorum, & reciproca longitudinum focorum ocularium.*

266. Co-

266. COROLL. II. Et quoniam (79) diſtantiæ apparentes objectorum ſunt reciproce ut anguli optici, ſub quibus eorum ſemidiametri videntur; erit *diſtantia apparens objecti per tubum opticum ſpectati, ad ejusdem diſtantiam apparentem, ſi nudo oculo videatur; ut eſt longitudo foci vitri ocularis ad longitudinem foci lentis objectivæ.*

267. Quod hic de teleſcopiis dioptricis oſtendimus, verum etiam eſt de catadioptricis, & microſcopiis ſecundæ ſpeciei, quemadmodum patebit, ſi quod diximus, ad verbum applicetur ad figuram 35; modo literæ o', b', c', K′, F′, virgula notatæ ſubſtituantur literis o, b, c, K, F, & ſupponatur radius O D axi admodum vicinus, ut triangulum $o'b'$ D pro rectangulo haberi poſſit; dein dum applicatio ad microſcopia in figura 37 fit, loco *longitudo foci vitri objectivi*, poſitum intelligatur *diſtantia imaginis a lente objectiva.*

268. COROLL. III. *Ut objecta per teleſcopia quam maxime aucta apparerent, neceſſe foret, ut longitudo foci vitri objectivi eſſet admodum magna, & longitudo foci ocularis valde exigua.* Et propterea eo longiores adhibentur etiam tubi, quo objecta & minora ſunt, & magis diſſita. Verum figura ſphærica, quæ vitris tribuitur, & natura lucis faciunt, ut effectus, quem quis forte ſibi ſpondeat, expectatione ſit inferior. Rationes in ſequentibus dabimus.

269. II. Teleſcopia & microſcopia, quæ imaginem objecti in foco lentis ocularis ex altera reſpectu oculi parte efficiunt, illud habent commodi, quod omnes hujus imaginis dimenſiones menſurari poſſint ope filorum tenuiſſimorum, quæ per totum ſpatium, quod occupat, mobilia ſunt: ejusmodi fila ſumi poſſunt e folliculo bombycis; machina autem ad motum filorum efficiendum, ejusque quantitatem metiendam, conſtructa *micrometrum* dicitur. Hæc fila diſtinctiſſime videntur, vitro oculari eorum reſpectu vices microſcopii primæ ſpeciei obeunte; & tanto accuratius imaginis dimenſiones acquiruntur, quanto eadem majus augmentum a vitro oculari accipit, & ſimul quo fila exactius in eodem cum imagine plano fuerint conſtituta: reddimur vero de hoc certi, ſi filis & objecto immotis, oculus jam in hanc, jam in alteram partem moveatur, & nihilominus eadem objecti pars ad eandem partem fili ſemper videatur.

270. Quod ſi moto, ut dictum eſt, oculo advertatur, objectum non ad easdem filorum partes manere immotum, micrometrum *parallaxin* habere dicitur, qua voce ſignificamus, objectum apparere in diverſis locis, ut diverſa eſt oculi poſitio. Tollitur hic defectus, ſi margines reticuli, in quibus fila tenſa ſunt, vel ad vitrum objectivum, vel ad oculare propius admoveantur, prout

oculo

oculo recedente objectum vel attolli vel deprimi respectu filorum videtur.

271. *Micrometri usus errori est obnoxius*, sive, quod eodem recidit, error a parallaxi filorum pendens fit eo minus sensibilis *quo minus est spatium, per quod fila moventur; quo minor est vitri objectivi apertura; & quo longior est focus ocularis.* Ut enim secure, & citra erroris periculum, micrometro utamur, necesse est, ut ejus fila accurate in eodem plano sint posita, in quod foci vitrorum objectivi & ocularis coincidunt: jam vero foci utriusque fiunt in superficiebus sphæricis (189) externe se tangentibus, quæ adeo censeri nequeunt in eodem ad sensum plano, nisi quatenus hoc spatium exiguum est, & utriusque superficiei radius sat magnus. In sequentibus porro ostendetur (279 & 298), imagines objectorum non formari in ejusdem ad sensum superficie sphæræ, nisi quando apertura vitri objectivi modica est.

272. III. Si servata eadem vitri objectivi, in eodem telescopio, apertura, diversa successive ocularia adhibeantur ad idem objectum contemplandum, hoc eo obscurius apparet, quo oculare brevioris fuerit foci. Etenim fasciculi radiorum parallelorum omnes sese intersecant in eo axis puncto, in quo collocandus est oculus, adeoque efformant conum aliquem, cujus basis est vitrum oculare, apex in oculo: est vero hic eo magis obtusus, quo focus ocularis est brevior; unde necesse est, ut radii magis a sese invicem separati, ac minus densi, oculum ingrediantur, & consequenter imaginem minus vivacem, licet majorem, depingant. Itaque *obscuritas imaginum est in ratione reciproca duplicata longitudinum focorum vitrorum ocularium.* Nam cum eadem sit luminis quantitas, manente per hypothesin eadem vitri objectivi apertura; eo major est obscuritas, quo minor est densitas luminis; hæc vero eo est minor, quo spatium a lumine occupatum majus est, hoc est, quo areæ, in quibus imagines depinguntur, sunt ampliores, & consequenter (Elem. 608) quo diametrorum apparentium quadrata sunt majora; igitur obscuritas in telescopiis est directe ut quadrata diametrorum apparentium imaginum. Sunt autem (265) diametri apparentes in ratione composita ex directa longitudinum focorum vitrorum objectivorum, & reciproca longitudinum focorum ocularium; ergo longitudine foci vitri objectivi manente eadem, sunt diametri apparentes imaginum in ratione reciproca longitudinum focorum ocularium; & hinc manente eodem vitro objectivo, obscuritas imaginum est in ratione reciproca duplicata longitudinum focorum ocularium.

273. IV. Duo telescopia, vel duo microscopia æqualis bonitatis in suo genere censentur, quando objecta eadem claritate, sive eadem vivacitate luminis ostendunt. Quod si jam vi-

tra

tra objectiva & ocularia in utroque ex materia æque bona elaborata ſupponantur, ſi eorum figura, & politura æqualis ſint perfectionis, erit *claritas objectorum in ratione compoſita ex directa duplicata diametrorum aperturæ vitrorum objectivorum, & reciproca duplicata numerorum, qui utriusque teleſcopii vel microſcopii augmentum exprimunt.* Sit claritas $= c$, diameter aperturæ $= d$, diſtantia vitri objectivi ab imagine $= a$, longitudo foci vitri ocularis $= b$, adeoque (265) ratio augmenti $\frac{a}{b}$: dico eſſe $c = \frac{bbdd}{aa}$. Nam areæ imaginum in retina depictarum, ſunt ut areæ, quas occupant imagines a vitro objectivo efformatæ; hæ vero ſunt (Elem. 608) ut quadrata diametrorum, adeoque (265) ut $\frac{aa}{bb}$: quare ſi areæ imaginum in retina factarum ſint eædem, earum claritas erit ut quantitas luminis per vitrorum objectivorum aperturas incidentis, ſive ut quadrata diametrorum aperturarum (Elem. 608); ergo quadratis augmenti iisdem exiſtentibus, claritas eſt in ratione duplicata diametrorum aperturæ, ſive $c = dd$. Verum ſi ponantur aperturæ objectivorum eædem, quantitates luminis eædem quoque ſunt, ideoque claritas imaginum eſt in ratione reciproca duplicata diametrorum earum, hoc eſt, $c = \frac{bb}{aa}$. Ergo ſi nec eædem ſint objectivorum aperturæ, nec eadem imaginum augmenta, earum claritas erit $c = \frac{bbdd}{aa}$.

274. V. Teleſcopia majora, quæ diametros objectorum octuagies vel centies majores exhibent, non poſſunt objecta terreſtria diſtincte repræſentare, ſed uſum habent ſolum in obſervatione ſyderum. Lumen enim ex objectis terreſtribus diffuſum, jam alias longe debilius, quam quod ex aſtris allabitur, nimium diſpergitur in tam amplis imaginibus, quas vitra objectiva talium teleſcopiorum efformant. Quin etiam radii ex objectis terreſtribus ad teleſcopia prope terræ ſuperficiem, eam veluti perſtringentes adveniunt: in progreſſu ubique fere magnam partem intercipiuntur, aut detorquentur ab occurrentibus craſſioribus particulis in atmoſphæra perpetuo aſcendentibus, & agitatis; unde imago tremula, & male terminata apparet. Poſtremum hoc incommodum experimur, ſi tempeſtate calida, vel vento vehementiore vapores humidos agitante, quamvis cælum ſudum alias & innube videatur, aſtra ſpectemus.

CAPUT VI.

De Obstaculis, quæ in Constructione Telescopiorum & Microscopiorum se produnt, & eorum perfectionem necessario minuunt.

275. Duplex obstaculorum genus sese offert in constructione cujusvis machinæ dioptricæ & catoptricæ: alterum a figura pendet, superficiebus refringentibus, aut reflectentibus tribuenda, quæ vel plana est, vel sphærica: saltem perquam difficile, & vix non physice impossibile est, ut iis alia accurate concilietur; alterum a resolutione lucis in diversæ naturæ radios, quando refringitur, vel reflectitur, provenit.

ARTICULUS I.

De Obstaculis a figura sphærica superficierum pendentibus, & ratione iis occurrendi.

276. Ex calculo formularum, quas adhibuimus (134 & 182) ad determinandas longitudines focorum superficierum sphæricarum refringentium, & reflectentium, manifestum est, nos assumpsisse, curvaturam ab eo puncto, per quod axis transit, usque ad punctum incidentiæ radii ex objecto in eodem axe existente oblique venientis, esse insensibilem. Hac stante hypothesi formulæ ostendunt, omnes radios ab eodem objecti puncto egressos, post reflexionem, vel refractionem, concurrere cum axe in uno eodemque puncto: sed quoniam hæc hypothesis geometrice accurata non est, nequit esse unicum punctum intersectionis omnium radiorum ab eodem objecto venientium cum axe, si in superficie sphærica reflectantur, vel refringantur; & hinc quod *focum*, seu locum imaginis vocavimus, reipsa non est nisi locus ille, in quo plurimi radii se intersecant; reliquorum radiorum eo plures erunt intersectiones, quo superficies reflectens, vel refringens plurium fuerit graduum: hujus rei exemplum & calculus N. 135 extat.

277. Cum quodvis intersectionis punctum sit locus alicujus imaginis, eo magis sensibilis, quo plures radii concurrunt; sequitur, quod *omnes ejusmodi imagines principali vicinæ eandem confusam reddere, & ejus figuram turbare debeant.*

278. Dato numero graduum, & extensione superficiei refringentis aut reflectentis, trigonometrice calculari potest longitudo foci radiorum prope limbos incidentium (135 & 184); quæ si compare-

paretur cum ea, quæ ex formulis generalibus deducitur, reperitur ſpatium ab extremis hiſce focis occupatum, quod equidem notabile non eſt, niſi in microſcopiis refringentibus, ubi ob brevitatem foci lentis objectivæ, curvitas etiam in exiguæ aperturæ ſpatio eſt admodum ſenſibilis.

279. His defectibus e figura ſphærica provenientibus mederi poſſumus *primo*, ſi apertura exigua tribuatur vitro, quod objecto obvertitur, ut arcus eam metiens valde paucorum ſit graduum; illa tamen cautela adhibita, ne juſto minor apertura neceſſariæ ad claritatem & vivacitatem imaginum luminis copiæ obſit. *Secundo*, ſi prope focum conſtituatur *diaphragma*. Eſt autem diaphragma planum rotundum, nigro colore tinctum, & opacum, in medio exciſo foramine circulari, cujus diameter fere æqualis diametro imaginis, quæ ab objecto maximo, quod per vitrum oculare adhuc diſtincte cerni poteſt, depingitur. Limbi diaphragmatis radios inutiles intercipiunt, & abſorbent. *Tertio*, ſi interna tubi ſuperficies colore nigro inficiatur, ut abſorbeantur radii ab objectis multum ab axe diſſitis venientes, qui alias valde oblique incidentes, & a lateribus tubi reflexi ad ipſam usque imaginem, & vitrum oculare pervenirent, ac viſionem confuſam efficerent.

280. Celebres Geometræ demonſtrarunt, cujusnam curvaturæ deberent eſſe ſuperficies refringentes, & reflectentes, ut radii omnes ab eodem objecti puncto emanantes ad idem omnino punctum rurſus unirentur; verum infortunato accidit, ut ex obſtaculis, quæ conſtructioni ac perfectioni machinarum opticarum opponuntur, illud ſit omnium minimum, quod a figura ſphærica pendet.

ARTICULUS II.

De obſtaculis, quæ reſolutio lucis in diverſæ naturæ radios opponit.

Cum de viſione ageremus, ſumpſimus interea (51), lumen componi e diverſæ ſpeciei radiis, e quorum combinatione colores dependeant: hic igitur paucis præcipua exponenda ſunt experimenta, quibus aſſertum innititur.

281. I. Supponamus in cameram obſcuram (ut eam N. 5. conſtitutam vidimus) per exiguum foramen C (fig. 38) patere aditum faſci radiorum ſolarium A B, qui ſeu in objecta charta alba, ſeu in oppoſito pariete L K, ad D imaginem albam ſolis efformet e tot circulis luminoſis inter ſe commiſtis conſtantem, quot in foramine C puncta concipi poſſunt. Si iidem radii interpoſita ſuperficie Q R priſmatis triangularis vitrei, cujus axis ſit ad axem faſcis

luminosi perpendicularis, intercipiantur, imago alba solis ad D mutabitur in figuram GF supra D, oblongam, extremis rotundis, lateribus utrinque rectis, septem coloribus distinctam, quos in iride observamus, spatio nempe ad *r* rubro, *a* aurantio, ad *f* flavo, ad *v* viridi &c.

282. Hinc vero patet *primo*, figuram hanc coloratam (quam *spectrum* appellant) efformari non potuisse, nisi radii in fasce AB confusi, & non interposito prismate usque ad D ita perventuri, separati fuissent per refractionem in duabus prismatis superficiebus QR, PR, ad sese invicem inclinatis.

283. *Secundo*, cum imago D sit alba, & spectrum FG omnes ex ordine colores iridis referat, sequitur, *lucem albam nil aliud esse, quam mistionem omnium colorum; singulos vero colores esse certæ speciei radios.* Id vero infinitis aliis experimentis evincitur; ac inter alia sequente.

284. II. Si in loco, in quo spectrum GF depingitur, constituatur lens, ut radii spectrum componentes in foco rursus uniantur, atque ad eundem focum collocetur tabula vel charta, imago alba & circularis apparebit. Si charta propius ad lentem admoveatur, imago versus medium alba manebit, sed inferne rubro, superne cæruleo & indico terminabitur: cum enim ante focum radii nondum sint uniti; versus F rubri, versus G autem cærulei prævalent. Si charta ultra focum ponatur, imaginis medium rursus album erit, sed partem supremam color ruber, infimam cæruleus tinget, quod radii scilicet per focum decussatim transeant.

285. *Tertio* colligitur, *radios rubros omnium minime refringi*, sive radios rubros esse minime refrangibiles; paullo magis aurantios; tum flavos &c. Newtonus mensuris accurate acceptis invenit, luce ex aëre in vitrum transeunte, sinum anguli incidentiæ esse ad sinum anguli refracti (quorum sinuum ratio in radiis ejusdem speciei semper est constans) in ratione, quam sequens tabella exhibet:

Pro omnibus colorum commissuris, ut sese ordine excipiunt, dum radii sunt adhuc certo

Rubri	ut	1, 54 - - - - -	1, 5425	ad 1.
Aurantii		1, 5425 - - -	1, 544	
Flavi		1, 544 - - - -	1, 54667	
Virides		1, 54667 - - -	1, 55	
Cærulei		1, 55 - - - - -	1, 55333	
Indici		1, 55333 - - -	1, 55555	
Violacei		1, 55555 - - -	1, 56	

286 Ex ipso aspectu confusorum limitum colorum spectri, & figuræ oblongæ extremis rotundis, facile intelligitur, eos oriri ex meris ima-

imaginibus circularibus ſolis, quarum ſingulæ ſint coloris magis minusve ſplendidi & vivacis ſecundum ordinem a nobis expoſitum.

287. III. Si charta, qua ſpectrum coloratum F G excipitur, ita perforetur, ut non niſi radii, v. g. rubri transmitti poſſint, iisque novum, aut ſucceſſive plura nova priſmata objiciantur, ſeu etiam lentes; hi radii manebunt rubri, utcunque reflectantur, vel refringantur, cujuscunque ſint coloris vitra, per quæ tranſeunt, vel corpora, in quæ incidunt. Illud ſolum diſcrimen notari poterit, quod hic color ruber radiorum eo ſit vivacior, quo color vitrorum, vel corporum reflectentium magis analogus eſt rubro. Idem ſentiendum de radiis alterius coloris, quem, ubi ſemel a reliquis ſeparati fuerint, haud amplius amittunt.

288. Per lentem vitream duo, tresve colores ſpectri rurſus inter ſe commiſceri poſſunt, atque color aliquis, ut libuerit, compoſitus effici; cujus tum claritatis gradus, tum ad primigenios ratio alia, aliaque erit, ut diverſa fuerit cujuslibet e componentibus quantitas; idem vero rurſus, ſi viſum fuerit, in eosdem ope priſmatis reſolvetur, quorum commiſtione eſt ortus.

289. IV. Sit priſma, cujus duo plana ſint æqualia & ad angulum rectum inclinata, adeoque ejus ſectio triangulum rectangulum iſoſceles Q T H (fig. 39) exhibeat. In hujus planum T Q incidat fere ad perpendiculum faſcis radiorum ſolarium A K, ut ſine refractione per illud tranſeat: reflectetur pars radiorum D L in baſi Q H fere perpendiculariter ad planum H T, ob angulum ad T rectum, e quo paralleli ad M pervenient. Objiciatur illis hic fere ad angulum rectum planum G E alterius priſmatis G F E, efformabunt ſpectrum omnium colorum *v r*, quorum nominum primæ literæ ſunt adſcriptæ, quamvis hoc ſpectrum ob exiguum radiorum numerum in Q H reflexorum non ita vivax ſit futurum. Reliqui radii per Q T H penetrantes, refractione itidem ſpectrum coloratum U R depingent. Vertatur tum lente priſma Q T H circa axem ſuum, ut angulus incidentiæ radiorum A D cum catheto T D paullatim major fiat, quam ut lux tranſire poſſit, adeoque reflecti debeat; videbitur primo diſparere lux violacea D U, tum coloris Indici D I, dein cærulea D C &c, verum ſimul colores iidem *v*, *i*, *c* &c. in ſpectro *v r* vivaciores fient. E quo intelligitur, radios in ſpectro U R diſparentes ſucceſſive incipere reflecti a baſi Q H, atque uniri faſci D M, adeoque radios maxime refrangibiles ſimul eſſe maxime reflexibiles. Quoniam autem nunquam differentia aliqua ſenſibilis obſervatur inter angulum incidentiæ & reflexionis alicujus faſcis radioſi, videtur, quod radii violacei non poſſent ante alios reflecti, niſi, dum ad D perveniunt, jam a ceteris eſſent ſe-

parati, adeoque quod reflexio non fiat, nisi præcedente aliqua refractione, quæ in exiguo spatiolo inter punctum incidentiæ, & punctum reflexionis facta sit, ita ut radii tantillum separati per refractionem, in minimo illo spatiolo factam, sub eodem angulo post reflexionem egrediantur, sub quo inciderunt.

ARTICULUS III.

Quæ de proprietatibus lucis dicta sunt, universim ad Telescopia & Microscopia applicantur.

290. E diversa radiorum lucis refrangibilitate necessario consequitur, illud, quod superius *imaginem* alicujus puncti lucem emittentis in foco lentis efformatam diximus, nil aliud esse, quam continuam seriem punctorum coloratorum r, a, f, v, c, i, v (fig. 40) ordine colorum iridis sese excipientium, ita, ut focus r radiorum rubrorum a vitro sit remotissimus; focus vero v radiorum violaceorum viciniſſimus. Postremi hi radii, ubi secto axe producuntur, vel per imagines a vitro remotiores transeunt, vel extrema earum radunt, quo fit, ut vel confusæ evadant, vel fimbrias coloratas attextas habeant, in quibus lux cærulea & violacea plerumque dominatur, id, quod Optici *iridem* appellant.

291. Evenit hoc plerumque in imaginibus per vitra objectiva telescopiorum & microscopiorum depictis, maxime si *primo* hæ imagines longe a vitro remotæ sint, cum separatio radiorum refractione ad exiguos angulos facta eo sensibilior evadat, quo majus est intervallum imaginis a superficie refringente vel reflectente. *Secundo.* Si apertura vitri objectivi sit major, hoc est, si superficies radios incidentes excipiens sit plurium graduum: tunc enim angulus radiorum prope limbos incidentium fit major, atque ideo etiam refractio crescit, ut anguli radiorum post separationem divergentium; ut colores a separatione pendentes citius percipi possint.

ARTICULUS IV.

Applicantur eadem ad telescopia & microscopia dioptrica.

292. Si in formula generali superius (182) inventa ponatur $q = 1$, $p = 1$, 54 ab initio, dein $p = 1$, 56, scilicet illud pro radiis rubris, hoc pro violaceis; inveniri potest spatium, ad quod spectrum coloratum $r\,v$ (fig. 40) extenditur in foco telescopii. Itaque neglecta vitri crassitie, si fiat $e = 0$, $r = R$, & $d = \infty$, formula

mula abit in hanc $x = \frac{pr}{2pp - 2p}$; & hinc diſtantia foci radiorum rubrorum elicitur $x = 0{,}9259\,r$; violaceorum vero $x = 0{,}8928\,r$. Facile autem intelligetur, differentiam inter hos duos focos 331 eſſe partem 28am proxime majoris, cum 9259 diviſa per 331 dent quotum 28 proxime. Quare *dum objectum ad diſtantiam infinitam remotum eſt, longitudo ſpectri colorati e diverſa refrangibilitate lucis provenientis eſt* $\frac{1}{28}$ *longitudinis foci lentis.*

293. Et quoniam lux circa medium ſpectri (ad ſenſum) prope CD eſt maxime denſa, & minime ſeparata, ubi proinde ſupponi poteſt verus locus imaginum objectorum alborum, qualia ſunt aſtra, ſequitur *primo*, quod in teleſcopio termini viſionis confuſæ e diverſa radiorum refrangibilitate ortæ, a loco vero imaginis objectorum valde remotorum diſtet utrinque circiter $\frac{1}{55}$ longitudinis foci vitri objectivi.

294. Quia porro triangula vCF, vAG ſimilia ſunt, eſt CF: Fv = AG: Gv; itaque etiam CF = $\frac{1}{55}$ AG; & hinc *ſecundo*, *diameter* CD *fimbriarum coloratarum imaginem* F *objecti valde diſſiti ambientium, eſt* $\frac{1}{55}$ *aperturæ vitri objectivi.*

295. OBSERVA. I. Si conſtituatur imago F in CD, ea per imagines ſingulas ſingulorum colorum r, a, f, v, c, i, v reddetur quodammodo nebuloſa; & per radios, qui tranſeunt per CD, acquiret fimbrias, ſive *iridem*; ita ut ſingulis alicujus imaginis punctis ſimul iride cinctis, ſimul nebula obſuſcatis, imago tota objecti confuſa eſſe debeat.

296. COROLL. I. Si objectum per teleſcopium ſpectandum ſit certi alicujus coloris, v. g. rubri, manifeſtum eſt, tubum prolongandum eſſe, retracto vitro oculari, ut diſtincte videatur, quia ejus imago reliquis accuratior eſt ad r. Contrarium faciendum eſt, ſi color objecti ſit cæruleus vel violaceus. E quo colligitur, *focum teleſcopiorum vel microſcopiorum eſſe varium, ut varius eſt objectorum color, quæ per ea ſpectantur.* Idem verum eſt, ſi aſtra ſpectentur cælo non perfecte ſudo: ut enim vapores, aut raræ nubeculæ hujus vel illius generis radiorum majorem copiam transmittunt; ita etiam imago ſyderum vel propius, vel remotius a vitro objectivo ad ſenſum quoque efformatur, quemadmodum id annotavit D. Bouguer.

297. COROLL. II. Si loco vitri albi, e quo objectiva teleſcopiorum elaborari ſolent, adhiberetur certo colore tinctum, quod non niſi ſui coloris radiis aditum præberet; uti v. g. ſi foret cæruleum;

ruleum; tum vero imago, per ſolos radios cæruleos ab objecto emanantes formata nec confuſa eſſet, nec iride cincta; ejusque diſtantia & magnitudo vera exacte reperiretur, adhibita in calculo formulæ pro teleſcopiis & microſcopiis ratione 1 ad 1, 551667. At enim ſimul illud eveniret, ut imagines fierent nimis debiles defectu luminis, ideoque nec ſatis diſtincte cernerentur.

298. COROLL. III. Angulis, ſub quibus radii colorati facta refractione a ſeſe invicem divergunt, iisdem manentibus, patet, CF fore eo minorem, quo minor fit A G. Quin etiam addi poteſt, F *v* quoque tum imminuendam, quod extenſio foci, a figura ſphærica vitri pendens, decreſcente apertura decreſcat (279). Igitur *ut apertura vitri objectivi minuitur, ita irides imaginum, & obfuſcantes eas nebulæ tolluntur.* Verum quia hoc genus remedii cum detrimento luminis, & ex hoc pendentis claritatis imaginum conjunctum eſt, is modus aperturæ ſtatuendus eſt, ut & ſufficiens lucis copia admittatur, & imagines ſine iride ſenſibili ſint quam maxime nitidæ; id quod ſola experientia, & vitrorum perfectio, quibus quis utitur, determinare poteſt.

299. OBSERVA. II. Similibus calculis pro microſcopiis ex datis dimenſionibus, & habita ratione eorum, quæ in caſu particulari in conſiderationem veniunt, inſtitutis, patebit, quandonam irides, & objectæ imaginibus nebulæ, plus minusve ſpatii occupent, ac plus, minusve viſioni obturbent. Inde vero determinabitur, quam ampla eſſe poſſit objectivorum apertura, ut quantum fieri citra confuſionem poteſt, lucis admittatur. Quod ut certius in quovis caſu ſingulari obtineatur, plura parari poſſunt diaphragmata, vitrum objectivum tangentia, illudque retineri, quod effectus optimus commendat.

300. OBSERVA III. Radii violacei, & indici ſpectri colorati ſunt maxime debiles, & fere inſenſibiles, niſi quando objectum eſt valde fulgidum, uti ſol; cærulei item adhuc ſunt admodum debiles, uti etiam rubri ad extremum *r*. Hinc vero ſequitur *primo*, quod in teleſcopiis & microſcopiis multum detrahendum ſit a longitudine vera ſpectri colorati, ut habeatur longitudo hujus ſpectri, qua ſenſibile eſt; item quod tantundem minuendæ ſint diametri veræ iridum, ut obtineantur diametri, ad quas irides ſenſibiles extenduntur. Newtonus invenit, loco $\frac{1}{55}$ accipiendam eſſe $\frac{1}{250}$ circiter. *Secundo* quod verus locus C D imaginis F conſtituendus ſit inter focos radiorum flavorum, & aurantiorum, ubi ex experimentis prismatis lumen eſt vivaciſſimum. Invenitur vero hoc punctum,

ctum, si in formula pro focis vitrorum ponatur $p = 31$ & $q = 20$ *.

301. OBSERVA IV. Diminuta objectivi apertura non tollit ex integro irides imagini circumfusas, sed solum minuit tum earum magnitudinem, tum colores, seu, ut rectius dicamus, colorum ab objecto propriis discrimen, idque magis, si objectum sit magis lucidum. E quo deducitur, *per irides augeri diametrum apparentem imaginum.* Atque hoc locum etiam habet in objectis nudo oculo spectatis, pupilla idem præstante respectu imaginum in oculo depictarum, quod facit apertura vitri respectu foci. Ex hac observatione complurium illusionum opticarum ratio redditur; exempli causa primo, *cur flamma e longinquo visa sub majore appareat angulo, quam qui distantiæ & magnitudini illius veræ ex calculo respondet?* sic D. Picard observavit, ignem tres pedes latum noctu ad distantiam fere 32000 hexapedarum, sive 16 leucarum Parisinarum, per tubum visum habuisse diametrum apparentem 8″, cum reipsa tantum $3''\frac{1}{4}$ esse debuisset. Secundo. *Quare stellæ fixæ, quæ diametrum apparentem sensibilem habere videntur, dispareant momento, quando limbus obscurus lunæ iis motu admodum lento occurrit?* Tertio. *Quare stellarum maxime illustrium diameter minor videatur, si per telescopia longiora spectentur, quam si aspiciantur per breviora, quæ proinde objecta longe minus aucta exhibent?* Notandum isthic, aperturam vitri objectivi in telescopiis majoribus, proportione longitudinis habita, minorem fieri, quam in brevioribus. Ita in telescopio Astronomico triginta pedes longo, vitrum objectivum non nisi 3 digitos patet; & in telescopio 3 pedum adhuc fere integri digiti aperturæ diameter admittitur. Quarto. *Cur si luna, dum parum a novilunio abest, & per lucem e terra reflexam satis fortiter illuminatur, ut etiam ejus pars, videatur, ad quam radii e sole nondum directe pervenire possunt; cur, inquam, si luna tunc per telescopium conspiciatur, semicirculus illuminatus soli obversus sensibiliter appareat major altero opposito?* Quinto. *Cur limbo illuminato lunæ versus stellam primæ magnitudinis progrediente in occultatione, stella, cujus lumen est multo vivacius lunari, non dispareat, nisi postquam jam tota infra discum lunæ subiisse videtur?* scilicet, quando stella tamdiu videtur, quamdiu adhuc est extra verum limbum lunæ, & tantummodo versatur adhuc in spatio transparente iridis lunam ambientis.

302. SCHOLIUM. Ex omnibus prioribus observationibus colligitur, solam esse experientiam, quæ pro diversitate objectorum, tum quod ad copiam lucis, qua collustrantur, tum quod ad colores, decidere possit, quanta sive in telescopiis, sive in microscopiis debeat esse objectivorum apertura, quis sit verus imaginum

 locus

* Newtonus Opt. L. I. part. I. Prop. VII. Exper. XVI., *ubi hæc definit, ponit rationem sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis in his radiis* 17 *ad* 11).

locus, quæ aptiſſima diaphragmatum diameter, quæ illic ad definiendum viſionis campum ſunt conſtituenda.

303. Quod ad rationem longitudinis foci vitri objectivi ad longitudinem foci ocularis, rurſus ea non aliunde, quam ex experientia definienda eſt, utpote cum admodum diverſa eſſe debeat pro diverſa vitrorum perfectione & objectorum luce. Sic objectum valde lucidum perquam diſtincte videri poterit per objectivum accurate elaboratum, ſi cum oculari exigui foci conjungatur; cum enim imago citra ſenſibilem defectum efformetur, atque ſat vivax ſit, per vitrum, quod ei magnum augmentum adfert, recte adhuc videtur; verum ſi objectum per ſe ſit obſcurum, cerni diſtincte nequit, niſi per oculare, quod ejus radios non multum diſpergit, cujus conſequenter focus adeo brevis eſſe non poteſt; ſimiliter, ſi vitrum objectivum aliquo vitio laboret, quod etiam in imaginem transfunditur, huic ſpectandæ adhiberi non debet vitrum magni augmenti, ne ejus vitium notabilius evadat. Denique objecta interdiu conſideranda, ocularia minus acuta poſcunt; cum enim magna lucis vis tum ſpectatoris oculum jam prius ſubeat, atque aciem viſus quodammodo obtundat, antequam eum ad teleſcopium applicet, lumen nimia foci brevitate diſperſum haud ſatis perciperet.

304. Nulla igitur conſtans regula in hiſce rebus ſtatui poteſt, cui praxis ſemper ſit adſtringenda, ſed oportet uſu ejusmodi machinarum acquiſitam experientiam conſulere, atque dimenſiones earum, quæ pluris apud æquos æſtimatores fiunt, tanquam normam & modum novis, quæ conſtrui debent, adhibere. Atque hoc non modo de vitris ipſis, ſed etiam de tubis, totoque ad uſum neceſſario apparatu, dictum putetur.

305. Nos iſthic dimenſiones ſolum ſubjiciemus, quas meliores artifices in conſtructione teleſcopiorum, & microſcopiorum magis uſitatorum obſervare ſolent.

Pro Teleſcopio quatuor vitrorum.

Longitudo foci vitri object.	Diam. aperturæ vitri object.	Longit. foci vitri ocul.	Diam. diaphragm. in foco vitri object.	Augm. diametrorum apparentium object.
1 Ped.	4½ Lin.	16 Lin.	4 Lin.	9ies
2	6½	22	5½	13
3	9	26	7½	17
4	11	28	9	21
5	12	30	10	24
6	13	31	10½	28
7	14	34	11	30
8	15	36	11½	32

Sumuntur in hac tabula vitra objectiva accurate elaborata, non tamen excellentia; hæc enim & focum lentium ocularium breviorem, &

& majorem tam aperturæ objectivi, quam diaphragmatis in ejus foco constitui, diametrum patiuntur.

Pro Telescopio Astronomico.

Longitudo foci vitri objectivi Ped.	Diameter aperturæ vitri objectivi Digit.	Lin.	Longitudo foci vitri ocularis Digit.	Lin.	Augmentum diametrorum apparentium objecti. circiter
1	0.	6½	0.	8	20ies
2	0.	9	0.	10	28
3	0.	11½	1.	0½	34
4	1.	1	1.	2½	40
5	1.	2½	1.	4	44
6	1.	4	1.	6	49
7	1.	5½	1.	7½	53
8	1.	6½	1.	8½	56
9	1.	8	1.	9½	60
10	1.	9	1.	11	63
11	1.	10	2.	0	66
12	1.	11	2.	2	69
14	2.	0½	2.	3	75
16	2.	2	2.	5	79
18	2.	4	2.	7	85
20	2.	5½	2.	8½	89
25	2.	8	3.	0	100
30	3.	0	3.	3½	109
35	3.	3	3.	7	118
40	3.	6	3.	10	126
45	3.	8	4.	0½	133
50	3.	10	4.	3	141

306. Si objectiva vitra præter morem excellant, eorum apertura amplior esse potest, & focus ocularis minor. Sic objectivum a Campani elaboratum foci 34 pedum patitur oculare foci 2½ digitorum, & aperturam 4 digitorum diametri: atque tum 163ies diametros objectorum cælestium apparentes, quæ sufficientem claritatem retinent, auget.

307. Pro Microscopiis trium vitrorum, oculare debet esse foci digitalis, & diametri circiter 9 linearum; quod in medio ad distantiam 8 fere linearum ab oculari collocatur, focum 18 linearum habeat, & diametrum unius digiti. Cum his variæ lentes objectivæ mutabiles conjungi possunt, v. g. foci 1, 2, 4, 6 linearum; sed aperturæ harum admodum exiguæ sint, oportet, atque bonitati vitrorum proportionatæ; distantia autem ob oculari sex circiter digitorum.

ARTICULUS V.

Applicatio dictorum de proprietatibus lucis ad Telescop. & Microscop. Catadioptrica.

308. Experientia docuit, imagines reflexione formatas longe minus esse confusioni obnoxias, quam quæ per refractio-

nem fiunt. Et ſane intelligitur, radios, cum facta refractione ſeparentur, atque a ſeſe invicem divergant, quo longius progrediuntur, eo magis colorum diſcrimina prodere. At vero in reflexione ſeparatio radiorum parallelorum non fit niſi (ut ita dicam) in ipſo puncto incidentiæ, vel in intervallo inter hoc, & punctum reflexionis. Poſt reflexionem itaque hi radii quodammodo infinite parum ſeparati, ſunt adhuc ad ſenſum paralleli; unde neque ſeparatio percipi poteſt, ſed illud ſolum advertitur, quod faſcis radioſus reflexus tantillo magis dilatatus appareat, quam fuerit prius. Hinc eſt, quod in teleſcopiis catadioptricis irides haud videantur, ſed tantum exigua in imaginibus confuſio notetur, partim ex dilatatione faſciculorum lucis, partim ex figura ſphærica ſpeculorum orta. Quare longe ampliorem aperturam ſpecula objectiva teleſcopiorum, & microſcopiorum ferunt, quam vitra ejusdem foci; ex quo fit, ut imagines reflexione depictæ multo vivaciores ſint, ideoque diſtincte per lentem exigui foci cerni poſſint, & magnum acquirere augmentum ſine claritatis detrimento. Quod commodum in teleſcopiis dioptricis haberi nequit, niſi tanto ſint longiora (ut e tabulis ſuperioris Articuli liquet), tantoque etiam minus tractabilia.

309. Teleſcopia catadioptrica primæ ſpeciei, qualia N. 246 & ſequente deſcripſimus, diverſa vitra ocularia admittunt, pro modo luminis, quo objecta fulgent, & deſiderati in eorum diametris apparentibus augmenti. En dimenſiones, ſecundum quas partes hujus generis teleſcopiorum conſtrui poſſunt, ut effectum debitum præſtent (vide Smith, Tom. I. pag. 364.).

Longitudo foci Speculi concavi	Diameter aperturæ Speculi.		Longitudo mediocris foci vitri ocularis		Augm. Diametrorum apparentium objecti
Ped.	Digit.	Lin.	Lin.	Centeſim.	Circiter
½	0	11	2,	00	36
1	1	6	2,	39	60
2	2	6	2,	83	102
3	3	3	3,	13	138
4	4	1	3,	37	171
5	4	10	3,	[illegible]	202
6	5	7	3,	73	232
7	6	3	3,	88	260
8	6	11	4,	01	287
9	7	7	4,	13	314
10	8	2	4,	24	340
11	8	9	4,	34	365
12	9	4	4,	44	390

Quod ad ſpecillum planum HI (fig. 35) pertinet, id ovale eſſe debet, cum axem A o' coni D o' D, radiorum ad eundem axem paral-

parallele incidentium ſub angulo 45 graduum ſecet: ejus dimenſiones petuntur a ſpatio, quod radii reflexi occupant in illo loco, in quo collocandum eſt ſpecillum, dum oculare foci minimi adhibetur, id, quod facili calculo reperitur. Eſt mihi hujusmodi teleſcopium, cujus ſpeculi objectivi focus eſt duorum pedum: ſpeculum minus fere ſeptem lineas in maxima ſua latitudine habet; quinque in minima.

CAPUT VII.

Diverſæ quæſtiones Opticæ.

Inviolabilis in hiſce *lectionibus* brevitatis lex, atque arctior cum Phyſica Experimentali a noſtris exercitationibus aliena nexus quam plurima non modo ſcitu jucunda, ſed etiam utilia, nos prætermittere cogunt. Interim tamen ſupplementi inſtar eorum, quæ minus a Phyſica pendent, & quibus tirones exerceri poſſunt, quæſtiones non nullas, indicatis modo reſponſis, ſubjungere viſum eſt.

310. I. *Cur, ſi cui in tenebris in caput ictus impingatur, tractus quidam lucis videntur?*

Ictus omnes partes elaſticas capitis concutit, iisque tremorem quemdam, aliquamdiu perdurantem, inducit, adeoque etiam nervi optici fibræ contremiſcunt, quod ſenſationem ſimilem excitat, ac ſi lux confuſa oculos feriret.

311. II. *Quare, dum per tabulas vitreas feneſtrarum in vicos deſpicimus, melius videmus transeuntes, quam illi nos trans easdem videre poſſint?*

Qui in vicis ſunt, majore in luce verſantur; hinc modica illa, quæ e feneſtris tranſit, exiguam facit impreſſionem: contrarium accidit illis, qui e cubiculo tranſeuntes ſpectant.

312. III. *Cur, ſi caput acus prope ad oculum cis chartam exiguo foramello pertuſam teneatur, & idem foramellum luci obverſum aſpiciatur, caput acus videtur eſſe trans chartam, & ſitu inverſo?*

Caput acus non videtur cis chartam, quia oculo nimis vicinum eſt; & videtur trans chartam & inverſum, ob easdem cauſas, propter quas, ſi quis extra cameram obſcuram poſitus per ejus aperturam aſpicere poſſet, quin impediretur luci aditus, objectorum exteriorum imagines inverſas cerneret.

313. IV. *Cur, ſi carbo ardens admodum velociter in gyrum agatur, videtur tæniam igneam exhibere?*

Impreſſio lucis in retinam motum illic quemdam tremulum excitat aliquamdiu perdurantem cum ſenſatione lucis: hinc ſi carbo ma-

gna velocitate circulum non magnum deſcribat, tremor ille perſeverat integræ revolutionis tempore.

Viſus noſter eſt ſenſus ſatis lentus & ſegnis; & diverſi colores magna cum celeritate alter alteri ſuccedentes haud poſſunt ſatis diſtinctas impreſſiones facere, neque oculum ſimili voluptate afficere, ac experiatur auris, cum ſonorum celerrime ſeſe conſequentium harmoniam percipit.

314. V. *Quare videntur ſæpe nubes albæ magno numero in faſcias circulares, modicæ latitudinis, & verſus idem horizontis punctum convergentes, diſpoſitæ?*

Si nubes leviores, ideoque ſatis elevatæ, aliæ ab aliis ſint ſeparatæ, a vento in diſtantia paullo majore a terra, & directione horizontali ſpirante, omnes verſus eandem plagam impulſæ faſciarum longarum inter ſe, & cum horizonte parallelarum formam induunt, quæ conſequenter (82) debent videri verſus idem punctum lineæ libellæ per oculum tranſeuntis, & ideo in horizonte, convergere. Et quoniam a ſpectatore valde diſſitæ ſunt, velut in ipſa ſuperficie ſphæræ cæleſtis ſitæ, & circulares apparent.

315. VI. *Si candelabrum penſile, accenſis candelis, ſuſpenſum e fune longiore & contorto, dein ſibi permiſſo, circa axem rotetur, cur contingit quandoque, ut uni e ſpectatoribus videatur in hanc, alteri in alteram partem moveri, quamvis uterque ex eodem illud loco aſpiciat?*

Candelæ accenſæ circulum deſcribunt, & motus candelabri refertur ad diametrum per oculum tranſeuntem: jam vero in diſtantia aliqua ſæpe non ſatis diſcernitur, utra e duabus candelis oppoſitis ſit in extremo hujus diametri remotiore ab oculo (89), præcipue quando planum circuli fere per oculum tranſit, nec ſatis attenditur ad phænomena Perſpectivæ. Hinc ſi alter e duabus candelis hanc, alter aliam exiſtimet remotiorem eſſe; candelabrum illi verſus hanc plagam moveri videbitur, huic verſus oppoſitam. Idem contingere poteſt, ſi duo videant pinnulas ventorum indices in tectorum vertice valde oblique, vel alas molendini a ventis acti in majore diſtantia.

316. VII. *Quæ cauſa, quod ſi quis e tenebris ad lucem majorem repente veniat, viſus tantopere perſtringatur; & cum ad locum etiam mediocriter tantum obſcurum e magna luce tranſit, prorſus nihil videat?*

In tenebris pupilla eſt admodum dilatata, in luce magna valde contracta; jam motus iridis, quo hæc dilatatio & contractio peragitur, non eſt adeo velox; & lumen repente in pupillam valde amplam incidens majus eſt, quam ut imaginem diſtinctam efformare poſſit (288), ſed potius organa viſioni deſtinata ſubito, & violente concitat, quo fit, ut acies oculi obtundatur. At vero ſi

ad

ad lucem copiosam pupilla nimium arctetur, & repente in loco obscuro constituatur, sufficiens ad distinguenda objecta lumen non admittit, unde illa cæcitas oritur, quæ non prius desinit, quam pupilla satis temporis ad dilatationem habuerit.

317. VIII. *Quare objectum si prope oculum positum per foramellum acu in chartæ nigræ folio factum aspiciatur, eo apparet majus, quo magis ad oculum admovetur, cum tamen si sine eo foramine consideretur, ejusdem ad sensum videatur magnitudinis, quamvis ad diversas ab oculo distantias collocetur?*

Visio per tale foramellum fit accurata (213), & interjecta inter oculum & objectum charta aspectum rerum aliarum circumpositarum impedit, nec admittit, ut aliunde, quam ex imaginibus in oculo depictis de magnitudine judicium feramus.

318. IX. *Quare charta madefacta acquirit colorem quemdam griseum, & fit magis transparens?*

Chartæ siccæ pori filis varie implexis impediti sunt; humor asperfus ac in poros penetrans, hæc fila explicat, ac ordinatius componit, ut pori quasi totidem tubuli fiant liquore pleni, aptique ad lucem transmittendam, quod chartam reddit aliquantum transparentem, & simul candorem tollit, quem a radiis intra poros non satis pervios varie reflexis habebat.

319. X. *Quare quidam circa vesperum clarius vident, quam alii?*

Sunt hi præcipue myopes, qui objecta valde vicina distincte, & quin oculis vim inferant, vident; cum ex opposito alii, qui sunt oculis recte constitutis, cogantur pupillam contrahere, quando objecta admodum prope sunt admovenda; unde non recipiunt tantum luminis, ac myopes.

320. XI. *Quare myopibus objecta remotiora apparent plerumque majora, quam aliis visu bono præditis?*

Imagines objectorum non efformantur distincte, nisi in puncto intersectionis radiorum ab eodem objecti puncto egredientium: in oculo myopis hi radii non attingunt retinam, nisi post punctum concursus, adeoque ubi ad retinam perveniunt, jam iterum divergunt.

321. XII. *Quare, qui fiunt presbytæ, minuto charactere scripta non possunt, ut prius, legere, nisi exponant radiis solaribus, aut pone candelam ardentem collocent?*

Ad lumen copiosum pupilla contrahitur, & ad exigui foraminis magnitudinem reducitur; atqui per ejusmodi foramen visio debet esse distincta (213).

322. XIII. *Quare etiam ex illis non nulli, qui nullo oculorum vitio laborant, putant se in luna, dum pleno orbe fulget, quamdam faciei humanæ figuram videre, cum tamen, si per telescopium conspiciatur, nullam prorsus similitudinem referat?*

Sunt

Sunt quædam in luna, maxime versus limbos oppositos, maculæ magnæ, aut potius spatia reliquo disco obscuriora (quæ Astronomi plerumque *maria* vocant): majores hæ maculæ non prorsus ad limbos usque se extendunt, nec etiam ad centrum pertingunt, & spatio interjecto clariore a sese invicem separantur, per mediam lunam protenso, quod versus extrema sua maculis longioribus & exiguæ latitudinis, variisque lucidis apicibus, interruptum est. Dubium non est, per magnam lunæ a terra distantiam, & lumen intensius totius orbis, veras spatiorum ejusmodi clariorum, obscuriorumque figuras discerni non posse. His si addatur præjudicium quoddam, quod facile ex aspectu imaginum lunæ plenæ, quæ ei plerumque faciem humanam tribuunt, hauriri potest, fit ut majores illæ, & obscuriores maculæ spatiis versus limbum clarioribus cinctæ, atque simili lucidiore circa medium separatæ, videantur velut genæ; tractus ille splendidior in medio nasum repræsentet, reliquus orbis variis clarioribus, ac obscurioribus maculis distinctus, reliquas faciei partes exhibeat. At vero cum telescopium omnes maculas distincte ostendat, ea faciei figura prorsus evanescit.

323. Hæc occasionem præbent observationi cuidam magni momenti hic faciendæ. Si splendor nimius lunæ esset præcipua causa confusionis, qua ejus maculæ videntur, promptum esset remedium, si per exiguum foramellum aspiceretur (212). Interim tamen, licet hæ maculæ sint admodum magnæ, & observator insigni oculorum acie præditus, nunquam bene terminatæ, nisi per telescopium apparent. Necesse itaque est, ut distantia lunæ excedat eam, ad quam visus utcunque excellens sese extendit; & cum luna circiter 90000 leucis a terra absit, adeoque radii inde ad nos ex singulis ejus punctis emissi sint quam qui maxime ad sensum paralleli, manifeste sequitur, *parallelismum radiorum cum oculum subeunt nullo vitio laborantem, non efficere visionem distinctam, sed potius ad hanc requiri, ut tantillo divergant.* Hoc si non esset, sane objecta remotissima viderentur maxime distincta, quod evidenter falsum est, experientia teste. Per telescopia radii, quantum necesse est, ad divergendum cogi possunt, ideoque, ceteris paribus, objecta semper distincte cerni. Verum ut hoc fiat, focus vitri ocularis non debet accurrate congruere cum foco objectivi, sive vero loco imaginum, sed tantillo ultra eum constitui, ut radii ex oculari paullulum divergentes egrediantur. Discrimen in telescopiis fere imperceptibile est; at non item in microscopiis sive simplicibus, sive compositis, eoque id magis, quo augmentum diametrorum apparentium objectorum majus est, atque magis diversa oculorum constitutio apud observatores. Hinc regu-

regulæ, quas ſive pro conſtructione, ſive pro calculando effectu teleſcopiorum & microſcopiorum attulimus, non tanto cum rigore accipi debent, utpote quæ paralleliſmum radiorum e vitris ocularibus egredientium ad viſionem diſtinctam neceſſarium ſupponunt. Retinuimus tamen hanc hypotheſin tanquam ſimpliciſſimam, eique maxime vicinam, quam natura oculi recte conſtituti poſtulat. Itaque præſcriptæ regulæ in teleſcopiis pro ſatis accuratis haberi poſſunt; at in microſcopiis ejusmodi ſolum cenſendæ ſunt, quæ poſſint ita proxime determinare ſitum debitum vitrorum pro viſione diſtincta, atque magnitudines apparentes diametrorum objectorum, ut perbrevi tentamine obſervator dein facile aptiſſima vitrorum ac objecti intervalla deprehendere poſſit, e quorum dimenſione in caſibus peculiaribus etiam calculos juxta regulas generales factos eadem facilitate corriget.

324. XIV. *Quare, dum lux ſolaris vel alia ſatis fortis, in latera interna vaſis rotundi radiat, apparent in tali vaſe duo ſemicirculi lucidi ita inter ſe juncti, ut figuram cordis exhibeant, puncto concurſus eo viciniore ad axem vel centrum vaſis, quo lumen propius admotum eſt.*

Hæ curvæ lucidæ oriuntur ex interſectionibus valde invicem vicinis radiorum reflexorum a ſingulis ſemicircumferentiæ punctis ſuperficiei cavæ vaſis, quæ illuminatur, uti figura 41 oſtendit. Punctum B eſt focus hujus ſemiperipheriæ, ejusque diſtantia a centro dependet (145) a diſtantia objecti lucentis a ſemiperipheria illuminata. Curvæ AB, BC dicuntur *cauſticæ per reflexionem.*

325. XV. *Quare ſi gladius nudatus verſus ſpeculum convacum protenditur, terreri ſolent ii, qui ſe in tali ſpeculo ſpectant?*

Si gladius ſit intra centrum & ſocum ſpeculi, ejus imago inverſa apparet ante ſpeculum, & ex parte ſpectatoris, hæc imago porro a ſpeculo recedit (143) gladio ad ſpeculum propius admoto, ideoque ejus acies verſus ſpectatorem accedit.

326. XVI. *Quare ſi ſol, luna, aut fax, in aquam fluentem, velut rivum, radiat, videtur in ejus ſuperficie tractus quidam longus lucidus, tremulus & interruptus?*

Partes aquæ aliæ ſuper alias decurrunt inſtar tenuiſſimarum lamellarum, quæ vices totidem ſpeculorum planorum varie inclinatorum agunt, atque omni momento magnitudinem, locum, velocitatem & inclinationem mutant, planitiem jam ad ſpectatorem, jam in partem oppoſitam vertentes

327. XVII. *Si tabula vitrea ſpeculi valde oblique aſpiciatur, cur quinque vel ſex imagines candelæ ardentis pone ſpeculum poſitæ videntur?*

Tabulæ hujus craſſities pluribus ſtratis invicem ſibi incumbentibus, & lamellis conſtat, quarum ſuperficies ſingulæ tanquam totidem ſpecula conſiderandæ ſunt.

328. XVIII. *Si baculus ad dimidiam longitudinem aquæ immergatur, & oculus ſpectatoris collocetur in plano anguli refractionis, cur pars ſubmerſa propius ad ſuperficiem aquæ inflexa, & brevior apparet, quando oculus ad eam partem conſtituitur, ad quam baculi pars ex aqua eminens facit cum ſuperficie aquæ angulum acutum, quam ſi ſpectator ſit ex parte altera?*

Ratio facile ex aſpectu figuræ 42 colligitur, in qua radii H T, G T ab extremo baculi T venientes, refracti exeunt directione O H, O G verſus oculum, qui eos in T concurrere putat, ideoque hic conſtitutus partem baculi B T videt, quaſi ea eſſet B T; at ex altera parte, eadem illi apparet ut B *t*.

329. XIX. *Quare objecta trans aquam, vel tabulam ſpecularem paullo craſſioris vitri viſa apparent majora, viciniora, & ſubinde etiam clariora?*

Repræſentet (fig. 43) I K diametrum pupillæ. Objectum O trans vitrum videtur per radios extimos O B D I, O C E K, qui apparent, velut ſi e puncto *o* venirent, angulumque I *o* K majorem comprehendunt, quam ſit I O K, qui fieret ab extimis radiis vitro remoto. Dein ſi objectum per vitrum ſpectetur, radii qui ex O inter B & C cadere poſſunt, ad oculum veniunt; at ſi tollatur vitrum, ad oculum non pertingunt radii, niſi inter F & G intercepti, adeoque pauciores.

330. XX. *Cur urinatores ſub aquam demerſi objecta tantum confuſe videre poſſunt?*

Refractio radiorum ex aere in aquam incidentium tanta fere eſt, ac illa, quæ fit in noſtro oculo; itaque oculo intra aquam poſito exigua tantum fit refractio; ideoque radii imaginem nequeunt diſtincte efformare, niſi multum ultra retinam.

331. XXI. *Quare humor cryſtallinus in oculis piſcium eſt ad ſenſum globulus ſolidus?*

Humor aqueus in oculis piſcium inutilis foret; & ſi humor cryſtallinus ſimilem a pupilla diſtantiam haberet, ut in animantium terreſtrium oculis, campus viſionis nimium parvus eſſet. Oportuit itaque, ut humor cryſtallinus infra pupillam illico collocaretur, ut pupilla latius pateret, ut humor cryſtallinus eſſet denſior, ideoque majores efficeret refractiones, ut denique eſſet globoſus, ne majus inter eum & fundum oculi ſpatium relinqueretur.

332. XXII. *Quare qui nictante oculo, ac lacrymis ſuffuſo, candelam ardentem aſpiciunt, faſces radioſos ex ea emitti, maxime ex ſuprema & infima parte vident?*

Pen-

Pendet hoc a refractione irregulari, quæ fit in humore extremis palpebrarum limbis adhærente, & oculo connivente ad pupillæ aperturam admoto; ſive etiam in ipſis lacrymis ſupra corneam ſe diffundentibus.

333. XXIII. *Cur imago objecti per vitrum polyedrum viſi toties multiplicatur, quot in vitro ſunt areolæ planæ?*

Ex radiis ab objecto paullum remotiore in talem areolam fere ſub æqualibus angulis incidentibus, complures per duplicem refractionem ad oculum perveniunt, atque faſcem luminoſum conſtituunt, ſatis fortem, qui in oculo imaginem objecti depingat, quæ proinde in axe hujus faſcis apparere debet. Jam vero cum inclinatio cujuslibet areolæ alia ſit, totidem faſces efformantur, quorum axes alium ſemper ſitum ab inclinatione areolarum pendentem habent. Quare tot imagines diverſæ, ac in tot locis diverſis videntur, quot areolæ radios ad oculum transmittunt.

334. XXIV. *Quare per lucernam magicam objecta tantopere augentur?* In hac lucerna eſt AC (fig. 44) ſpeculum ſphæricum cavum; B lumen candelæ, vel lampadis craſſioris ellychnii paullo intra focum collocatum, ut radii a ſpeculo reflexi convergant; DD lens vitrea, radios tum directos, tum etiam reflexos a ſpeculo, adhuc magis colligit: EF eſt objectum coloribus transparentibus in tabula vitrea pictum, & ſitu inverſo. Radii per hanc tabulam transeunt, incidunt in lentem GH, a qua refracti convergunt, & imaginem in K efformant, ubi diaphragma radios inutiles, & irregulariter refractos, intercipit. Poſtquam radii in K ſeſe interſecuerunt, in lentem LM incidunt foci valde longi, e qua egreſſi admodum divergunt. Tum tandem in tabula alba ad maximam, qua fieri poteſt, diſtantiam excipiuntur, habita ratione vivacitatis, & diſtinctionis imaginis *ſe*, quæ ſitu erecto depingitur. Jam vero patet, ut hæc omnia ita fiant, quemadmodum diximus, focum lentis DD debere eſſe intra B; lentis autem GH focum alterum conſtituendum eſſe inter eandem, & objectum EF; denique lentis LM focum collocandum ultra K verſus GH.

335. XXV. *Quare ſi laminæ metallicæ exiguum foramellum gutta aquæ, cui animalcula microſcopica innatant, repleatur, atque verſus candelæ lumen aſpiciatur, quandoque ejusmodi animalculum maximo cum augmento & diſtincte videtur?*

Superficies interior guttæ reſpectu animalculi vices ſpeculi ſphærici concavi agit. Itaque quando animalculum eſt intra focum, & ſuperficiem guttæ internam ab oculo remotiorem, ita, ut radii ab animalculo venientes ab ea verſus oculum reflexi per alteram guttæ ſuperficiem oculo viciniorem inter ſe paralleli egrediantur,

tur, videbitur imago ſuperficiei animalculi ab oculo averſæ; atque hæc imago eo erit major, quo animalculum propius ad focum illum fuerit.

PARS TERTIA
Perſpectiva.

CAPUT I.
Notiones & Principia Generalia, quibus univerſa Perſpectivæ Theoria ſuperſtruitur.

336. Objectum ex legibus Perſpectivæ delineare in tabula, ultra quam plerumque reſpectu oculi ſitum ſupponitur, nihil eſt aliud, quam ſingula puncta tabulæ deſignare, per quæ radii luminis ex ſingulis ſuperficiei viſibilis punctis ad oculum venientes tranſirent. Et ſimilitudo imaginis cum objecto omnibus numeris abſoluta eſt, ſi ad eadem puncta tabulæ iidem colores applicentur, cujus ſunt radii illic tranſeuntes. Colores autem hunc in modum applicare, eſt *Perſpectivæ Pictoriæ*, quæ ad claſſem Mathematicam non pertinet.

337. PRINCIPIUM I. *Quidquid in tabula optice repræſentatur, ex uno eodemque puncto ſpectari debet.* Exprimit enim tabula, quod fit actione momentanea, quod adeo unico oculi obtutu videri poteſt.

338. PRINCIPIUM II. *Projectio perſpectiva puncti objectivi in tabula illic fieri debet, ubi radius ex eo puncto ad oculum ductus, per planum tabulæ tranſit.*

339. PRINCIPIUM III. *Projectio perſpectiva lineæ rectæ objectivæ, quæ producta per oculum non tranſit, eſt recta in tabula, in qua eam ſecat planum trianguli, cujus baſis eſt recta objectiva, & latera radii ab ejus extremis uſque ad oculum ducti.*

340. PRINCIPIUM IV. Ut projectio perſpectiva figuræ planæ recte intelligatur, cogitandum eſt, quod *radii ex omnibus ſuperficiei aſpectabilis figuræ planæ punctis ad oculum ducti efficiant pyramidem, cujus baſis figura objectiva eſt, & vertex in oculo: jam figura, quæ fit ſectione hujus pyramidis per planum tabulæ, eſt projectio perſpectiva figuræ illius objectivæ.*

341. COROLL. I. *Projectio perſpectiva polygoni nequit eſſe ſimilis polygono objectivo, niſi hujus planum ſit tabulæ parallelum.* Elementa enim pyramidis ſimilia eſſe non poſſunt baſi, niſi fiant ſectionibus ad baſin parallelis.

342. Co-

342. COROLL. II. *Projectio perspectiva solidi est figura plana composita ex projectionibus omnium planorum solidum comprehendentium, quæ simul oculo sunt conspicua.*

343. THEOREMA I. *Quemcunque situm habeat tabula, projectio perspectiva duarum aut plurium rectarum objectivarum inter se parallelarum convergere debet versus punctum aliquod in plano tabulæ (sive intra hanc, sive extra eam positum), in quod cadit recta ex oculo ad rectas objectivas parallele ducta.*

DEMONSTR. Utcunque duæ pluresve parallelæ objectivæ respectu oculi positæ sint, semper debent videri concurrere (82); igitur etiam earum projectio perspectiva convergere debet. Jam vero oculo per eundem radium repræsentatur punctum concursus parallelarum objectivarum, & punctum concursus earum projectionis; quare necesse est, ut punctum concursus projectionis sit illud in plano tabulæ, per quod transit recta ab oculo ad punctum concursus linearum objectivarum ducta. Sed quoniam punctum concursus parallelarum objectivarum infinite distat ab oculo, recta ex oculo ad hoc punctum ducta est iisdem parallela; ergo punctum concursus projectionis perspectivæ linearum objectivarum inter se parallelarum est illud plani tabulæ, producti si opus sit, in quod cadit recta ex oculo ad parallelas objectivas parallele ducta.

344. COROLL. I. Si parallelæ objectivæ simul sint parallelæ ad planum tabulæ, recta ex oculo ad punctum earum concursus apparentis ducta, nuspiam potest occurrere tabulæ plano, utpote cui parallela quoque est: igitur neque dari potest punctum concursus earum projectionis, sive earum projectiones perspectivæ sunt etiam parallelæ inter se. Hinc *si tabula sit verticalis, sive ad horizontem perpendicularis, omnium verticalium objectivarum projectiones sunt rectæ verticales; & projectiones omnium horizontalium, sive ad libellam ductarum, simulque ad planum tabulæ parallelarum, sunt rectæ in tabula ad libellam ductæ.* Projectiones item rectarum objectivarum cum plano tabulæ parallelarum, sed ad horizontem inclinatarum, sunt etiam parallelæ in tabula, & tantundem ad horizontem inclinatæ.

345. COROLL. II. *In tabula verticali projectiones omnium rectarum objectivarum, quæ ad libellam ducuntur, simulque ad planum tabulæ sunt perpendiculares, debent concurrere in puncto visus tabulæ.* Dicitur enim *punctum visus*, in quod cadit recta ex oculo ad planum tabulæ perpendicularis, consequenter ad rectas objectivas parallela.

346. THEOREMA II. *Si recta objectiva sit plano tabulæ parallela, & in partes æquales divisa, etiam ejus projectio perspectiva erit recta in partes æquales divisa: at si recta objectiva plano tabulæ non sit parallela, ejus projectio non dividitur in partes æquales.*

DEMONSTR. Sit AB (fig. 45) recta objectiva trifariam secta in C, D, & plano tabulæ GH parallela; sit O locus oculi; erit *ab* projectio rectæ AB. Manifestum, ductis rectis OA, OC, OD, OB, triangula AOC, *a*O*c*; COD, *c*O*d*; DOB, *d*O*b* esse similia (Elem. 510). Cum itaque bases AC, CD, DB æquales sint: etiam iis homologæ *ac*, *cd*, *db* æquari inter se debent. At vero si PQ exhibeat situm tabulæ ad rectam AB inclinatæ, triangula $\alpha O \beta$, $\beta O \gamma$, $\gamma O \delta$ non amplius sunt similia triangulis correspondentibus AOC, COD, DOB; adeoque cum bases AC, CD, DB inter se æquales sint, bases $\alpha\beta$, $\gamma\beta$, $\gamma\delta$ inter se æquales esse non possunt.

347. COROLLARIUM I. Ex similitudine triangulorum sequitur, partes projectionis perspectivæ alicujus rectæ ad tabulam parallelæ & in partes inæquales divisæ, etiam inæquales esse debere, verum proportionales partibus homologis rectæ objectivæ; atque adeo projectionem perspectivam figuræ ad tabulam parallelæ esse similem figuræ objectivæ.

348. COROLL. II. Lineæ perspectivæ, quæ in tabula sunt parallelæ, sunt in eadem ratione divisæ, ac earum objectivæ; sed lineæ perspectivæ in tabula convergentes, non dividuntur in ea ratione, in qua sectæ sunt earum objectivæ, utpote cum in hoc casu istæ (objectivæ) nequeant esse parallelæ ad tabulam.

349. THEOREMA. III. *Projectio perspectiva ejusdem lineæ objectivæ semper est ejusdem magnitudinis in tabula, quemcunque situm respectu horizontis habeat, & quæcunque ponatur distantia ab oculo, modo semper sit in plano eodem ad tabulam parallelo.*

Idem intelligendum est de quotcunque lineis objectivis inter se æqualibus, & de lateribus polygoni, quemcunque situm in plano eodem tabulæ parallelo habeant.

DEMONSTR. Quamvis hoc theorema evidenter consequatur ex dictis NN. 341, & 347; illius tamen veritas luculentior erit e sequente ratiocinio. Cogitetur recta data objectiva circa unum extremum immotum rotari, altero circulum in plano ad tabulam parallelo describere. Radii ex oculo ad omnia hujus circuli peripheriæ puncta ducti constituent pyramidem conicam (sive conoides) plano tabulæ basi parallelo sectam. Ergo projectio perspectiva basis erit itidem circulus in tabula. Ulterius concipiantur omnem diametri hujus circuli objectivi indefinite produci versus omnem partem, & in eas productas transferri continuo longitudo radii: fiet, ut hac ratione omnes in partes æquales dividantur, & quælibet talis pars considerari potest tanquam linea objectiva data, in alio semper, alioque situ, quem habere potest. Sed

(346)

(346) projectiones harum partium æqualium sunt pariter inter se æquales; ergo projectio perspectiva rectæ ejusdem objectivæ, quemcunque situm in plano eodem ad tabulam parallelo habentis, est magnitudinis constantis, sive ejusdem.

350. PROBLEMA FUNDAMENTALE. *Datis positione plano tabulæ, loco oculi, & puncto objectivo post tabulam, invenire ejus projectionem perspectivam in tabula.*

Pro resolutione Problematis notandum est, situm alicujus puncti in spatio absoluto non posse determinari, nisi per ejus distantias a tribus planis datis diversum inter se situm habentibus. Fit autem hæc determinatio commodissime, si tria plana data sibi perpendiculariter insistant; atque id etiam in praxi Perspectivæ observatur. Supponi enim solet imprimis planum indefinitum HR (fig. 46) per oculum in O positum transiens: situs hujus plani est ad libellam, seu horizontalis, unde etiam *planum horizontale* dicitur. Præcipuus illius usus est, ut distinguantur objecta *superne* & *inferne* posita; quidquid enim in plano hoc existit, cum sit in linea libellæ oculi, nec *infra*, nec *supra* esse dici potest; quæ autem sunt supra hoc planum, oculo altiora; & quæ infra idem sunt, oculo depressiora sunt.

Dein assumitur alterum planum indefinitum VC, pariter per oculum O transiens, & verticaliter, seu ad perpendiculum erectum, ideoque etiam *planum verticale* vocatur. Servit, ut discrimen statuatur inter objecta dextima & sinistima: nam quæ in hoc plano collocata sunt, directe opponuntur oculo. Est hoc planum ad alterum HR perpendiculare; utpote verticale ad horizontale. Tandem sumitur planum tabulæ TB ad aliquod intervallum ab oculo & perpendiculare planis horizontali & verticali, ut adeo omnia tria sint perpendicularia inter se, singula binis quibusvis.

Linea horizontalis tabulæ *hr*, est intersectio plani horizontalis cum plano tabulæ. *Linea verticalis* tabulæ *ut* est intersectio plani verticalis cum plano tabulæ. *Punctum visus* tabulæ est punctum *a*, in quo linea horizontalis secat lineam verticalem. *Radius principalis* est pars O*a* intersectionis plani verticalis cum plano horizontali, quæ metitur distantiam oculi a plano tabulæ.

351. I. RESOLUTIO PER CALCULUM. Sit datum punctum D, cujus projectio *d* in plano tabulæ TB petitur. Demittantur ex hoc puncto D in planum horizontale HR, & in planum verticale VC, perpendicula DI, DS; ducatur ex I recta IA in plano horizontali ad verticale perpendicularis; & ex S altera SA in plano verticali ad planum horizontale perpendicularis. Patet, DSAI esse parallelogrammum rectangulum, cujus planum est

norma-

normale ad plana verticale V C, & horizontale H R, ideoque parallelum plano tabulæ T B. S A, ſive D I, eſt menſura diſtantiæ puncti dati D a plano horizontali, ſive ejus altitudo ſupra libellam oculi: & D S, ſeu I A metitur ejusdem diſtantiam a plano verticali, ſeu quantum objectum reſpectu oculi ſit ſiniſterius. Denique pars A*a* interſectionis planorum verticalis & horizontalis, (quæ adeo ad planum tabulæ normalis eſt) menſura eſt diſtantiæ parallelogrammi D S A I a plano tabulæ, conſequenter etiam puncti dati D. His poſitis, cum punctum D detur poſitione, dantur hoc ipſo tres diſtantiæ dictæ D I, D S, A *a* magnitudine.

Ducantur ex loco oculi O rectæ O I, O D, O S; habebitur pyramis quadrangularis O D S A I, per planum tabulæ baſi parallelæ ſecta in *dsai*. Ergo (340) rectangulum *dsai* eſt projectio perſpectiva rectanguli D S A I, & *d* puncti dati D. Evidens quoque eſt, rectangulum *dsai* eſſe ſimile rectangulo D S A I, utpote cum ſint elementa ejusdem pyramidis ſectionibus parallelis formata: hinc latera rectanguli *dsai* proportionalia ſunt lateribus homologis rectanguli D S A I; & ob triangula O*as*, O A S ſimilia, habetur O A : O *a* = A S : *as* ; ergo etiam eſt O A ad O *a* , ut quodvis latus rectanguli D S A I ad latus homologum rectanguli *dsai*: ergo (Elem. 686) ſequentes duæ habentur analogiæ: O A (ſive O *a* + *a* A) : O *a* = A I (ſeu D S) : *ai* ſive *ds* : & O A (vel O *a* + *a* A) : O *a* = A S (vel D I) : *a s* vel *di*, ex quibus duæ dantur regulæ, aut analogiæ pro ſolutione generali Problematis per calculum

I

Ut radius principalis plus diſtantia objecti a plano tabulæ eſt
Ad radium principalem ;
Ita eſt diſtantia objecti a plano v rticali
Ad diſtantiam ſui puncti perſpectivi a linea verticali tabulæ.

II

Ut radius principalis plus diſtantia objecti a plano tabulæ eſt
Ad radium principalem ;
Ita eſt diſtantia objecti a plano horizontali
Ad diſtantiam ſui puncti perſpectivi a linea horizontali tabulæ.

352. EXEMPLUM. Supponamus oculum diſtare a tabula 6 pedibus ſeu 72 digitis; punctum vero objectivum ab eadem remotum eſſe 15 pedibus, vel 180 digitis; 4 pedibus, ſive 48 digitis ſupra libellam oculi elevatum; & 7 pedibus, ſive 84 digitis verſus ſiniſtram a plano verticali diſſitum. Oporteat jam hujus puncti projectionem perſpectivam invenire.

Sit

Sit (fig. 49) L T A B margo tabulæ datæ, quem rectangulum ſuppono. Aſſumatur in tabula punctum *a*, cui oculus directe eſt opponendus, ſive *punctum viſus* tabulæ: ducatur per idem punctum recta *t u* ad marginis latera T A, L B normalis (quod ſi margo tabulæ non eſſet rectangularis, ita ducenda foret *t u*, ut, cum peracta delineatione tabula loco deſtinato collocatur, ſitum habeat verticalem); erit hæc linea verticalis tabulæ; agatur etiam recta *h r* lateribus T L, A B perpendicularis per idem punctum *a* (vel ſi margo non ſit rectangulus, ut ſit normalis ad *u t*), quæ erit linea horizontalis tabulæ.

Fiant tum hæ duæ proportiones: $72 + 180 : 72 = 48 : x$;
$72 + 180 : 72 = 84 : y$.
his rite ſolutis, obtinebitur $x = 13, 71$, ſeu 13 dig. $8\frac{1}{2}$ lin. quæ eſt diſtantia puncti projectionis *d* quæſiti a linea horizontali tabulæ *h r*, & ſupra eandem accipienda; *y* autem fiet = 24 digitis, quæ eſt diſtantia ejusdem puncti *d* verſus ſiniſtram a linea verticali *u t*.

Deſignatio ipſa hujus puncti *d* in tabula variis modis fieri poteſt. Subjiciemus eos, qui commodiores, & exactiores videntur.

353. I. Si margines tabulæ ſint rectanguli, accipiantur in lateribus T L & A B puncta E, & *e* a punctis *h* & *r* lineæ horizontalis 13 dig. $8\frac{1}{2}$ lin. remota, & agatur per ea linea cæca E *e*, in qua (per primam analogiam) ſitum eſſe debet punctum perſpectivum quæſitum. Simili ratione ad partem ſiniſtram lineæ verticalis in lateribus T A, L B accipiantur puncta *b* & K ab *u* & *t* lineæ verticalis 24 digitis diſtantia, ducaturque per ea linea cæca, in qua (per analogiam alteram) pariter eſſe debet punctum quæſitum, quod adeo erit interſectio *d* linearum E *e*, *b* K.

In praxi, cum hoc modo utimur, qui pro majoribus tabulis eſt accuratiſſimus, opportune latera marginis in digitos, aut etiam in lineas dividuntur, initio diviſionum in punctis *t*, *u*; *r*, *h* ſumto; ex *t* ſcilicet verſus L; dein verſus B pergendo; ex *u* verſus T & A; ex *h* verſus T & L iisdem diviſionibus translatis; ut etiam ex *r* verſus A, & B. Ex his etiam illud commodi emerget, ut facile duci poſſint perpendiculares, & ad horizontalem parallelæ, id quod fieri frequentiſſime oportet, quando plurium objectorum delineatio optica facienda eſt.

354. II Si margines tabulæ non ſunt rectanguli, accipiatur in linea verticali *t u* punctum *s* ſupra punctum viſus *a* 13 dig. $8\frac{1}{2}$ lin. ac per illud agatur E *e* ad verticalem perpendicularis. Tum accipiatur in linea horizontali punctum *i* a puncto *a* verſus ſiniſtram 24 digitis diſtans, & ducatur per illud perpendicularis K *b*; interſectio harum perpendicularium erit punctum *d* quæſitum. Modus

hic commode adhibetur pro tabulis minoribus, cum præcipue ope duplicis gnomonis labor excitandi perpendiculares evitetur.

355. III. Potest quoque punctum *d* determinari, quin ulla linea ducatur, idque ope duplicis circini, hunc in modum. Crura unius circini aperiantur accurate ad distantiam puncti quæsiti a linea verticali, alterius ad distantiam ejusdem a linea horizontali. Tum crure unius circini altero in puncto visus *a* fixo, notetur altero in linea horizontali punctum *i*; similiter ope alterius notetur in linea verticali punctum *s*. Denique circino priore manu altera, altera posteriore prehenso, figatur crus unum illius in *i*, hujus in *s*; ubi reliqua duo crura in tabula conveniunt, punctum quæsitum *d* esse debet.

356. II. RESOLUTIO GRAPHICA. Sit TB (fig. 47 & 48) planum tabulæ, *ut* ejus linea verticalis; *rh* horizontalis; *a* punctum visus, D punctum objectivum datum. Transeat per D planum horizontale KF, parallelum lineæ horizontali *rh*; sit XZ intersectio hujus plani cum plano verticali, quod concipitur per *ut* & XZ transire; BY sit intersectio plani KF cum plano tabulæ. Ex puncto D demittatur ad BY perpendiculum DE, quod metitur ejus distantiam a plano tabulæ; punctum E, in quod cadit in tabula, dicitur *punctum incidentiæ*: conjungantur puncta visus *a* & incidentiæ E recta *a*E; transferatur distantia DE objecti a tabula in rectam BY, ex E in G; (perinde est, sive punctum G versus B, sive versus Y accipiatur): dein in lineam horizontalem *hr* ita transferatur ex puncto visus *a* radius principalis *a*O, ut punctum O in partem alteram respectu puncti G cadat, hoc est, ad partem dextram puncti visus *a*, si G fuerit ad sinistram puncti incidentiæ E, & vicissim: ducatur OG; ejus intersectio *d* cum *a*E erit punctum perspectivum dati D.

DEMONSTR. Ducatur per *d* recta LN parallela verticali *ut*, ac ideo ad horizontalem *hr* & ad BY perpendicularis; erunt triangula *d*GE, *da*O similia, eorumque altitudines *d*N, *d*L in ratione laterum homologorum (Elem. 578); itaque O*a* : GE = *d*L : *d*N, & (Elem. 304) O*a* + GE : O*a* = *d*L + *d*N (seu *at*) : *d*L, quæ est prima analogia resolutionis prioris, cum *at* sit altitudo oculi supra planum libellæ, in quo objectum ponitur, ideoque distantia objecti a plano horizontali. Denique quia parallelas *d*L, *ut* secat recta *a*E, triangula *ad*L (seu *asd*), & *at*E similia sunt, & hinc *at* : *as* (sive *d*L) = *t*E (seu DS) : *ds*. Atqui ostendimus esse O*a* + GE : O*a* = *at* : *d*L; ergo etiam O*a* + GE : O*a* = DS : *ds*, quæ est secunda analogia resolutionis primæ.

357. OB-

357. Observa. Evidens eſt, conſtructionem Problematis manere eandem, ſeu ponatur planum tabulæ perpendiculariter erectum ſupra planum KF, ſeu cum eo congruere, modo linea BY repræſentet ſectionem tabulæ cum plano KF, & linea verticalis *tu* maneat in linea ZX ejusdem plani KF. Atque ſic rem habere ſupponendum erit in prioribus duabus methodis, quas ſequente Capite allaturi ſumus.

Ex hac ſecunda ſolutione praxes variæ deductæ ſunt, quæ paſſim in libris de Perſpectiva conſcriptis traduntur; præcipuas ſubjungemus.

Caput II.

Deſcribuntur præcipuæ Methodi Perſpectivæ Practicæ.

I Methodus

Per Craticulam Perſpectivam.

358. Conſtruitur imprimis quadratum ABDE (fig. 51), quod exhibet planum objectivum tabulæ, hoc eſt, totum ſpatium, quod objecta delineanda in plano occupant. Dicitur etiam *planum Geometricum.* Quadratum hoc dividitur in plura alia, quam fieri poteſt, parva; & poſito, quod margo inferior tabulæ AB congruat cum latere AB quadrati AD, ducitur in plano tabulæ linea horizontalis QO ad eam altitudinem, quæ commoda viſa fuerit; uti etiam linea verticalis VI, prout oculus ſpectatoris vel directe medio tabulæ opponendus eſt, vel ad alterutram partem collocandus, ita, ut S ſit punctum viſus, SI altitudo oculi ſupra planum Geometricum. Ex puncto S ad ſingulas diviſiones lateris BA ducuntur rectæ SB, SG, SI, SC, SM, SA. Radius principalis (ejus longitudinis, quæ opportuna judicatur, ut tantundem oculus a tabula diſtet) utrinque ex puncto S in lineam horizontalem (etiam productam, ſi opus ſit), velut in O & Q, transfertur. Ex utroque hoc puncto ad puncta diviſionum lateris AB, aguntur rectæ OB, OG, OI, OC, OM, & QA, QM, QC, QI, QG, QB, quarum interſectiones *e*, *k*, *l*, *n*, *r*; *d*, *t*, *p*, *f*, *h*, cum rectis SA, SB determinant puncta, per quæ ductæ rectæ *de*, *tk*, *pl*, *fn*, *hr* cum rectis *g*G, *i*I, *c*C, *m*M conſtituunt trapezia majori B*de*A incluſa, quæ omnia ſunt projectio perſpectiva quadrati BDEA, atque minorum in eo contentorum. Trapezium

B *d e* A *craticula perſpectiva* vocatur. Pro demonſtratione, quod B *d e* A ſit projectio perſpectiva quadrati B D E A, manifeſtum eſt (356) punctum A eſſe punctum incidentiæ puncti E, & A B eſſe æqualem diſtantiæ puncti E a plano tabulæ; igitur interſectio *e* rectarum S A, O B eſt punctum perſpectivum puncti E. Eodem modo puncti K punctum incidentiæ eſt idem A, & A G = A K; ergo puncti K projectio perſpectiva eſt *k*, ubi rectæ S A, O G ſe interſecant. Idem eſt de ceteris omnibus punctis quadrati A B D E.

359. SCHOLIUM. Equidem ex conſtructione patet, craticulam perſpectivam deſcribi poſſe independenter a puncto S, ex datis ſolum O & Q; cum rectæ ex O & Q ad diviſiones lateris plani Geometrici A B ductæ, interſectionibus ſuis determinent diagonales trapeziorum, quæ in craticula deſcribuntur, adeoque his datis etiam ipſa trapezia conſtrui poſſint. Verum modus, quem dedimus, accuratior eſt; cum enim rectæ G *g*, I *i*, C *c* in puncto viſus S concurrere debeant (345); exactius verſus illud tendunt, ſi ipſum punctum S adhibeatur, quam ſi ſolum utamur angulis trapeziorum.

Rectæ *d* B, *g* G, *i* I, *c* C &c, quarum diviſiones inæquales repræſentant partes æquales rectarum B D, G R, I X, C Y &c, dicuntur *Scalæ decreſcentes longitudinum*, quod ſerviant *diminuendis* dimenſionibus objectorum ea ratione, qua diverſæ eorum partes magis a tabula diſtant. Et parallelæ *h r*, *f n*, *p l* &c ſunt *ſcalæ decreſcentes latitudinum & altitudinum*, cum ad *diminuendas* latitudines, & altitudines objectorum in diſtantiarum a tabula ratione adhibeantur.

360. USUS CRATICULÆ PERSPECTIVÆ. Quoniam craticula perſpectiva exhibet in tabula ſpatium quadrati Geometrici B D E A, manifeſtum eſt, quod ſi planum alicujus objecti, cujus projectio perſpectiva petitur, delineetur in hoc quadrato, ita ut diviſiones ejusdem ſpectentur tanquam ſcala dimenſionum plani delineati, facile quoque projectio perſpectiva fieri poſſit. Ut ſi v. g. quadratum in plano Geometrico oblique ad tabulam ſitum perſpective delineare velim, cujus ſingula latera ſint trium pedum; conſtruo quadratum B A E D (fig. 52), cujus ſingulæ diviſiones ſint unius pedis, aut ſaltem unum pedem exhibeant, ac intra hoc alterum oblique poſitum I M N O, cujus ſingula latera æquentur tribus diviſionibus lateris quadrati Geometrici, ſitumque datum habeant. Tum in craticulæ perſpectivæ areolis correſpondentibus quadratulis plani Geometrici, in quibus ſunt puncta I, M, N, O, deſigno puncta *i*, *m*, *n*, *o*, ut ſingula ſint ad areolarum partes homologas. Ductis *m i*, *i o*, *o n*, *n m* habeo trapezium *i o n m* perſpectivum quadrati I O N M, ut per ſe liquet.

361. Si

361. Si quadratum IONM ſit baſis cubi perſpective delineandi, præterea e punctis *i*, *m*, *n*, *o* erigi debent perpendiculares ad horizontem *i*F, *m*P, *n*Q, *o*H; & quoniam altitudo cubi objectivi eſt æqualis tribus diviſionibus lineæ AB quadrati geometrici; ſingulæ dictæ perpendiculares fiant æquales triplæ latitudini areolæ illius, cui quævis inſiſtit, & acceptæ ope cricini in lineis horizontalibus, quæ per puncta *i*, *m*, *n*, *o*, tranſeunt. Denique ducantur QP, PF, FH, HQ; habebitur projectio perſpectiva cubi. Nam rectæ Plana verticalia cubi objectivi terminantes, plano baſis ſunt perpendiculares; igitur (344) earum projectiones debent eſſe rectæ verticales, ſive parallelæ ad VK; & quia earum dimenſio objectiva æquatur triplici diviſioni quadrati geometrici; earundem altitudo perſpectiva æqualis eſt triplici latitudini trapeziolorum craticulæ, acceptæ in eodem plano (parallelo ſcilicet ad planum tabulæ), in quo ea altitudo collocari debet.

362. OBSERVA I. Facile apparet, in hiſce operationibus ſupponi quadratum geometricum eſſe reſpectu oculi poſt tabulam; ideoque neceſſe eſt, ut objecta, quæ in tabula tanquam anteriora, & oculo propiora repræſentanda ſunt, propius ad AB, latus maximum craticulæ perſpectivæ, delineentur; quæ vero remotiora apparere debent, conſtituenda ſunt verſus latus quadrati DE.

363. II. ſi in plano objecti, cujus delineatio ex legibus Perſpectivæ facienda eſt, vel in pluribus ejusdem planis, aut in planis inter ſe parallelis, deſcriptæ ſint plures lineæ parallelæ inter ſe, uti v. g. ſunt membra ornatus Architectonici, tum ut labori parcatur, tum ut accurationi conſulatur, determinandum eſt punctum earum concurſus (quod earum *punctum accidentale* dici ſolet). Jam vero quando hæ parallelæ ſunt ſimul horizontales, quod quam ſæpiſſime accidit, earum punctum concurſus eſt in linea horizontali tabulæ, ita, ut, ſi habeatur projectio unius ex illis, tantum opus ſit hanc projectionem uſque ad lineam horizontalem producere; punctum, in quod cadit, eſt ſimul reliquarum punctum accidentale. Cum enim ſupponantur omnes parallelæ ſimul eſſe ad libellam ductæ, radius ex oculo ad easdem parallelus debet duci in plano horizontali, ergo tabulæ nullibi occurrere poteſt, quam in linea horizontali.

Itaque habita ſemel projectione perſpectiva *nm* rectæ objectivæ NM, eandem projectionem produco in R, quod eſt punctum accidentale projectionis rectæ objectivæ OI, & duarum baſis ſuperioris, quæ ſunt ad NM, & OI parallelæ. Idem eſt de puncto L, in quo concurrere debent projectiones parallelarum ON, IM, hisque correſpondentium in baſi ſuperiore cubi. At ſi parallelæ objectivæ non ſint ad libellam ductæ, opus eſt, ut duarum reperian-

riantur projectiones, quæ in eam partem, in quam convergunt, productæ concursu suo determinant punctum accidentale omnium reliquarum.

364. III. Ut repleatur vacuum extra latera craticulæ perspectivæ relictum, rectæ *de*, *tk*, *pl* &c (fig. 51) utrinque produci possunt usque ad tabulæ margines, & divisiones lineæ *de* in utramque partem productam transferri; si dein ex puncto visus S ad puncta harum divisionum ducantur rectæ, donec occurrant marginibus tabulæ, efficient cum *kt*, *lp* &c productis nova trapezia, sive projectiones perspectivas quadratulorum, quæ ex utroque latere quadrati geometrici B A E D adhuc addi possunt, quo spatium plani geometrici capacius reddetur.

365. IV. Quando tabulæ minores faciendæ sunt, & objecta sub diversis obliquis sitibus repræsentanda, usus craticulæ perspectivæ commendandus est. Verum pro magnis tabulis hæc methodus locum non habet, præcipue, si objecta magno numero, & inter se distantia dantur; tunc enim planum Geometricum iis sufficiens construi nequit. Quod si tamen tam magnum haberi possit, ut omnia objecta sub dimensionibus subduplis, subtriplis, vel subquadruplis capiat, hæc in craticula separatim perspective delineari poterunt; sed dein in tabula ad id destinata rursus depingenda, lineis, quæ in craticula descriptæ sunt, duplicatis, triplicatis, vel quadruplicatis; eritque objectorum projectio ejusmodi tanto accuratior, quanto minus dimensiones ex craticula acceptæ augeri debuerunt.

366. V. Omitti etiam potest descriptio quadratulorum in plano Geometrico, si accurata tabella conscribatur, quæ dimensiones, situm, & distantiam objectorum in tabula exhibendorum contineat. Tum enim latere infimo tabulæ in tot, quot libuerit, partes æquales diviso, quarum quævis digitum, pedem, hexapedam, aut generatim mensuram eam repræsentet, juxta quam tabella magnitudinum conscripta est, & quæ *modulus* dici poterit, craticula his divisionibus conveniens fiet, cujus singula trapezia digitum quadratum; aut pedem, vel hexapedam quadratam, aut denique *modulum quadratum* valebunt. Unde objecta delineanda eo modo, quo tabella magnitudinum exigit, in craticula collocari poterunt.

II METHODUS
Sine Craticula perspectiva.

367. In hac methodo, ut in præcedente, supponitur planum basis objecti delineandi E F G H I (quod in præsente exemplo est pri-

prisma pentagonum) (fig. 50) in ea distantia a limbo inferiore tabulæ in plano geometrico constructum esse, in qua apparere debet.

Ducatur in plano tabulæ linea verticalis VK, atque paullo ultra planum basis objecti continuetur; fiat item horizontalis SP, in qua accipiatur SO, æqualis radio principali, versus utramque partem puncti S. Tum ab angulo B marginis infimi tabulæ abscindatur BC altitudini prismatis objectivæ æqualis, jungaturque C cum extimo puncto lineæ horizontalis P. Inveniatur per constructionem superius descriptam (356) omnium angulorum prismatis projectio perspectiva: exempli causa pro angulo E, accipiatur circino ejus distantia a linea verticali VK, & transferatur ex K in D, erit D punctum incidentiæ anguli E. Accipiatur præterea ejusdem distantia a margine tabulæ AB, & transferatur ex D in N, in partem scilicet oppositam puncto O respectu D; ducantur SD, ON: harum intersectio *e* erit projectio perspectiva puncti E.

Repertis hac ratione projectionibus reliquorum angulorum pentagoni, excitentur ex iis perpendiculares *e*T, *f*L, *g*M &c, quæ fiant æquales lineis ετ, φλ, γμ &c inter PC & PB interceptis ex parallelis ad AB, quæ e singulis punctis *e*, *f*, *g* &c ducuntur. Reliqua peragantur ut priore methodo; erit eadem demonstratio.

368. Observationes, quas priore articulo subjunximus, hic quoque locum habent. Potest etiam fieri exacta distributio objectorum delineandorum, & tabella tum distantiarum a linea verticali, tum a limbo tabulæ AB singulorum punctorum, quorum projectio petitur, conscribi, cujus ope, ut superius dictum est, puncta D & N reperiantur; uti etiam tabella altitudinum pro punctis supra basin objectorum elevatis. Delineatio perspectiva eo erit accuratior, quo ichnographia, & objectorum altitudines exactius fuerint acceptæ; & id quidem, quamvis singulis pedibus dimensionum objectivarum non nisi duæ vel tres lineæ in scala moduli respondeant.

III Methodus
Per margines scalares.

Hæc methodus priores duas includit, atque alia præterea habet commoda, ob quæ iis merito præferatur, quorum unum e præcipuis est, quod delineatio æque ope angulorum figurarum, ac laterum perfici possit. Unde in ea describenda paullo prolixiores erimus, quam in præcedentibus.

Con-

Conſtructio marginum ſcalarium.

369. Conſtituto in tabula puncto viſus S (fig. 53), ducatur per illud linea horizontalis H S Q, atque utrinque, quantum fieri poteſt, ultra tabulam prolongetur. Fiat etiam linea verticalis V T, in qua accipiatur punctum C ſeu verſus V, ſeu verſus T, ita, ut S C æquetur radio principali. Centro C radio quovis (quo hic fuerit longior, eo diviſio fiet accuratior) deſcribatur arcus A B, 60, vel 70 graduum circiter, qui in ſingulos, vel in denos ſaltem gradus dividatur, initio ad A facto. Ex C per ſingula diviſionum puncta ducantur rectæ occurrentes lineæ horizontali, quæ hac ratione una ex parte diviſa erit. Tum eædem ejus diviſiones ex puncto S in alteram partem transferantur, ut utrinque æqualiter dividatur tota ejus longitudo. Compendii cauſa ad C A applicari poteſt inſtrumentum *Transportatorium* in ſuos gradus accurate diviſum, & ope fili tenuis in ejus centro fixi, & per ſingulos gradus tenſi, in linea horizontali puncta diviſionum notari.

370. Et quia ex hac conſtructione manifeſtum eſt, diviſiones lineæ horizontalis a puncto S computatas eſſe tangentes angulorum ad C, ſinu toto exiſtente C S; eædem multo accuratius reperientur, ſi conſtruatur ſeparatim ſcala R D in quotvis partes æquales diviſa, ita tamen, ut earum 10 æquentur radio principali, quæ iterum in denas minores ſubdividi poterunt, & harum quævis rurſus in denas alias, quo fiet, ut radii principalis partes milleſimæ habeantur. Quodſi ſi jam e tabula tangentium excerpantur competentes numeri, iidem ex ſcala parata facile in lineam horizontalem transferentur.

371. In margine infimo tabulæ F E accipiantur (incipiendo ab extremo F & pergendo verſus E) tot, quot libet, partes æquales, quæ ſint *modulus* dimenſionum objectorum delineandorum; & ex puncto Q, accepto in horizontali producta ad diſtantiam a P æqualem radio principali, ducantur ad eas lineæ cæcæ, vel vero applicata regula notentur puncta interſectionum in linea F G, adſcriptis notis 1, 2, 3, 4 &c. Eædem diviſiones transferantur ab E in latus E K.

372. Denique in marginem F E ex utraque parte puncti T transferantur partes æquales 1, 2, 3, 4 &c illis, ad quarum diviſionum puncta prius lineæ cæcæ ex Q ductæ fuerunt, quarum interſectione latus F G diviſum eſt. Quin majoris commoditatis gratia eædem partes æquales transferantur ex puncto V in utramque partem marginis ſupremi tabulæ, iisdemque numeris notentur. Atque ita conſtructio marginum ſcalarium abſoluta erit.

Ex

Ex his marginibus ſcalaribus diviſiones lineæ horizontalis ſerviunt projectioni perſpectivæ linearum ad libellam ductarum, quæ ad planum verticale ſunt obliquæ. Diviſiones marginum dextri & ſiniſtri ſunt *ſcalæ decreſcentes* longitudinum proportionatæ objectorum a tabula diſtantiis; & diviſiones ſuperioris & inferioris ſunt *ſcala frontis*, ſive objectorum in ipſa fronte, ſive margine tabulæ FE conſtitutorum, & ad planum tabulæ parallelorum, modulus.

373. Conſtructionem marginum ſcalarium rite factam eſſe, ut demonſtretur, concipiatur *primo* centrum C ita elevari ſupra punctum viſus S, ut planum trianguli SCH ſit ad planum tabulæ normale. Liquet punctum C tunc fore locum oculi, atque gradus arcus AB centro C deſcripti eſſe menſuram angulorum ad oculum, quos efficiunt lineæ in plano horizontali deſcriptæ, & ad planum verticale obliquæ; quare recte in linea horizontali notari poſſunt puncta, ad quæ radii ex oculo per ſingulos gradus ducti terminantur. *Secundo* cogitetur ſimiliter, quod linea QP elevetur perpendiculariter ad planum tabulæ, ut angulus SPQ ſit rectus, linea vero FE ſit ad idem planum, ſed ex parte altera ab oculo averſa, normalis, atque propterea planum, in quo ſunt rectæ ex Q ad puncta diviſionum FE ductæ, ſit ad planum tabulæ perpendiculare, FG exiſtente communi utriusque interſectione. Patet, diviſiones FE fore diſtantias a tabula in plano Geometrico producto acceptas. Exempli cauſa, FN deſignet unitatem moduli diſtantiæ ultra tabulam, erit F 1 ejus projectio perſpectiva; nam ob triangula rectangula QP 1, FN 1 ſimilia eſt PQ : FN = P 1 : F 1; igitur etiam PQ + FN : PQ = P 1 + F 1 (ſeu PF) : P 1, quæ cum ſit ex primis analogiis reſolutionis generalis (351), ſequitur, punctum 1 eſſe projectionem puncti N. Idem eſt de aliis diviſionibus.

374. Coroll. Ex his conſtat, quod ſi nequeat ſufficienter produci planum tabulæ, ut diviſiones in marginibus dextro & ſiniſtro, quot requiruntur, obtineantur, eæ facili calculo reperiri poſſint; id, quod faciendum quoque eſt pro majoribus tabulis. En hujus rei exemplum!

Sit radius principalis SC decem pedum, aut generatim decem unitatum moduli; altitudo oculi ſupra planum Geometricum 6: ut obtineantur diſtantiæ P 1, P 2, P 3 &c, quarum intervalla ſingula ſingulis moduli unitatibus reſpondeant, faciendæ ſunt ſequentes proportiones.

	10 + 1	- - - -	5, 45 = P 1
	10 + 2	- - - -	5, 00 = P 2
	10 + 3	- - - -	4, 61 = P 3
	10 + 4	- - - -	4, 29 = P 4
	10 + 5	- - - -	4, 00 = P 5
ut	10 + 6	sunt ad 10; ita 6 ad	3, 75 = P 6
	10 + 7	- - - -	3, 53 = P 7
	10 + 8	- - - -	3, 33 = P 8
	10 + 9	- - - -	3, 16 = P 9
	10 + 10	- - - -	3, 00 = P 10
	10 + 11 &c	- - - -	2, 86 = P 11 &c.

Unde ex scala in partes decimales (quarum in præsente exemplo distantia lineæ horizontalis a margine infimo tabulæ contineat 6, 00) facile erit in marginibus lateralibus tabulæ divisionum puncta accurate notare, quotquot delineationi necessaria fuerint.

375. Alter modus dividendi margines laterales, sua facilitate se commendat, estque prioribus duobus expeditior, nisi quod magnam circumspectionem, ut errores vitentur, exigat; ideoque tum commodissime adhibendus, quando solummodo majoribus divisionibus opus, uti si minores objecti partes paucæ sunt, & tantum præcipua quædam puncta designanda, quæ constituendis ceteris serviant, vel dum res non sinit, ut tam minutim sequamur regulas, sed naturali quadam æstimatione rudiusve, adumbrandum est objectum.

Mensura, quæ pro unitate moduli assumpta est, transferatur in marginem inferiorem tabulæ ex F in N (fig. 54), & radius principalis ex P in Q ad eandem partem puncti N; ducantur PN, QF: ex puncto intersectionis *a* demittatur ad PF perpendiculum *a*1; ducatur Q1, & ex *b*, ubi secat PN, rursus demittatur perpendicularis *b*2 ad PF: tum iterum ducatur Q2, & ex puncto intersectionis *c* cum PN, perpendicularis *c*3 ad PF, & sic deinceps, donec tot divisiones habeantur, quot opus est.

376. DEMONSTR. Quoniam QP, NF sunt parallelæ, erunt triangula Q*Pa*, N*Fa* similia: itaque PQ : FN = P*a* : *a*N; & PQ + FN : PQ = P*a* + *a*N (seu PN) : P*a*. Sunt vero etiam triangula rectangula PNF, P*a*1 similia; ergo PN : P*a* = PF : P1; consequenter PQ + FN : PQ = PF : P1, quæ est analogia, juxta quam divisio facienda erat.

Observanda circa lineam horizontalem tabulæ.

377. Si supponamus spectatoris oculum ita respectu tabulæ collocatum, uti debet, cum projectio perspectiva perfecta est, atque ei per tabulæ quadrum (quæ ideo instar vitri transparens supponitur) patere liberum aspectum plani indefiniti, continui, & ad li-

libellam positi, manifestum est, quod hæc planities ei appareat usque ad circulum procurrere, qui cæli superficiem aspectabilem a tellure separare videtur (*qui horizon cælestis dicitur*). Jam vero projectio perspectiva hujus circuli non potest esse nisi linea recta: cum enim hic circulus habeat centrum in ipso spectatoris oculo, radii ex eo ad omnia circumferentiæ illius conspicuæ puncta ducti sunt in eodem plano: itaque eorum intersectio cum plano tabulæ est intersectio binorum planorum, quæ necessario linea recta est (Elem. 629). Patet igitur, hanc esse lineam horizontalem tabulæ, quæ adeo est projectio perspectiva portionis horizontis cælestis, spectatori visibilis, ejusque divisiones sunt projectio graduum ejusdem.

378. Quoniam oculus centrum est horizontis cælestis, sequitur, quod si duæ lineæ objectivæ in plano libellæ per oculum transeunte convergant ad aliquem angulum in oculo, gradus horizontis, & consequenter divisiones lineæ horizontalis tabulæ, metiantur hunc angulum, ideoque earum ope linearum objectivarum inclinatio optice repræsentari possit. Et quia omnia plana inter se parallela ad distantiam infinitam ab oculo videntur concurrere; planum geometricum, & universim omne planum libellæ convergit cum plano horizontali per oculum transeunte, donec in horizonte cælesti cum eo coincidat. Atque hinc *linea horizontalis tabulæ est linea concursus projectionum omnium planorum ad libellam positorum.*

Planorum omnium ad libellam positorum, quibus insistunt objecta delineanda, distantia a se invicem finita est, cum interim horizontis cælestis peripheria infinite ab oculo distat; igitur intervallum inter ea plana infinite parvum est respectu distantiæ ab oculo, ad quam concurrere videntur; atque adeo omnia plana ad distantiam finitam supra vel infra oculum ad libellam posita, respectu horizontis cælestis, & consequenter respectu lineæ horizontalis tabulæ, quæ illius projectio est, instar unius cum eodem horizonte cælesti congruentis consideranda sunt, verticali per oculum transeunte, seu perpendiculari eorum distantiam inter se metiente, evanescente, & rationem puncti cum centro horizontis coincidentis non excedente.

Unde angulus, qui fit a duabus rectis in plano quopiam ad libellam posito convergentibus, atque verticem in verticali per oculum transeunte habet, non aliter spectari debet respectu peripheriæ horizontis cælestis, sive lineæ horizontalis tabulæ, quam si fieret in ipso oculo: quare ejus mensura erunt etiam divisiones lineæ horizontalis, earumque ope optice delineari poterit.

Denique cum objecta quævis, quæ ab oculo distincte cerni possunt, ideoque in tabula delineari, habeant distantiam tum inter se, tum

ab oculo finitam, horizonte cæleſti infinite diſtante: puncta omnia, quibus objectorum partes conſtant, cenſenda ſunt infinite propinqua, atque adeo omnes anguli, quos in plano quovis ad libellam poſito efficiunt termini eorum planorum, ſive latera, ita conſiderandi ſunt, tanquam in centro horizontis cæleſtis eorum vertices exiſterent, ut adeo diviſiones lineæ horizontalis eosdem metiantur.

379. Hinc ſequitur I°. *per diviſiones lineæ horizontalis tabulæ menſurari poſſe, & perſpective delineari omnes angulos, in plano quovis ad libellam poſito ſitos.*

380. II°. *Ut projectio perſpectiva anguli cujuslibet objectivi fiat, inveniri debere projectionem illius verticis* (qua ratione reperiatur, inferius Num. 389 dicetur), *atque ex ea rectas ad bina diviſionum lineæ horizontalis puncta, inter quæ numeri graduum menſura contineatur, duci; ſive ad ea, ad quæ radii ex oculo lateribus objectivis anguli paralleli pervenirent.*

381. III. *Si e quotlibet punctis* C, D, E, *in tabula acceptis* (fig. 55) *ducantur binæ ad easdem interſectiones lineæ horizontalis* A, B, *angulos* ACB, ADB, AEB *fore projectiones angulorum objectivorum inter ſe æqualium, quorum menſura eſt numerus graduum diviſionibus inter* A *&* B *comprehenſis æqualis;* in præſente figura ſcilicet 30°. Certe, cum CB, BD, BE ad idem punctum accidentale convergant, neceſſe eſt, ut ſint projectiones opticæ trium parallelarum (363); ſimiliter rectæ AC, AD, AE tres parallelas alias deſignant: atqui ſi tres parallelæ inter ſe occurrant tribus aliis itidem inter ſe parallelis, eadem debet eſſe omnium inclinatio, ideoque idem angulus.

382. Infertur denique, rectam, uti DA, aut EA, ex quovis tabulæ puncto D vel E ad punctum quodpiam A lineæ horizontalis ductam eſſe projectionem perſpectivam lineæ objectivæ in plano libellæ ſitæ, & ad planum verticale tot gradibus, & verſus eam partem inclinatæ, quot, quæve a puncto A indicantur. In hoc exemplo lineæ DA, vel EA ſunt projectiones rectarum ad libellam ductarum, quæ decem gradibus verſus dextram a plano verticali declinant.

Problemata ope marginum ſcalarium ſolvenda.

383. PROBLEMA I. *Ex dato puncto tabulæ* C (fig. 55) *ducere rectam, quæ ſit optice parallela datæ lineæ perſpectivæ* DF. Supponitur, quod hæ lineæ ſint in planis ad libellam poſitis.

RESOLUTIO. Producatur perſpectiva data DF, donec occurrat lineæ horizontali in quovis puncto B; tum jungantur CB.

384. PROBLEMA II. Ad extremum D (fig. 55) lineæ perſpectivæ DF, cujus objectiva eſt in plano libellæ, angulum numerum graduum petitum continentem conſtruere.

RESOLUTIO. Producta linea perſpectiva, donec occurrat horizontali in B, numerentur ex B verſus eam partem, ad quam conſtruen-

ſtruendus eſt angulus, v. g. verſus A, tot diviſiones lineæ horizontalis, quot graduum eſſe debet angulus, & ducatur DA.

385. Observa I. Si angulus conſtruendus fuiſſet 60 aut 80 graduum, eodem modo accipi inter B & A 60 vel 80 gradus debuiſſent, 20 ſcilicet, aut 40 gradibus ultra punctum viſus S ſumtis.

386. II. Si angulus ad partem puncti B debuiſſet conſtrui; diviſionibus ex hac parte non ſufficientibus, accipi debuiſſet anguli petiti complementum ad duos rectos, & gradus ex B verſus ſiniſtram A numerari, indeque linea ADR duci; atque ita angulus BDR fuiſſet petiti numeri graduum.

387. Problema III. *Ex dato puncto* D (fig. 56) *lineæ perſpectivæ datæ* CE, *erigere optice perpendicularem.*

Resolutio. Problema hoc ad præcedens redit. Producta CE usque ad lineæ horizontalis punctum B, a B in diviſionibus horizontalis numerentur 90 gradus v. g. usque ad A, indeque ducatur AD.

388. Problema IV. *Ex puncto tabulæ dato ducere perſpective perpendicularem ad rectam datam.*

Resolutio. Sit data CE (fig. 56), & F punctum tabulæ pariter datum. Producatur CE uſque ad horizontalem in B: inde usque ad A numerentur 90 gradus, & per F ducatur ex A recta ad AD, quæ erit perpendicularis quæſita.

389. Problema V. *Data puncti objectivi in plano Geometrico diſtantia a tabula, & a plano verticali, invenire ejus punctum perſpectivum.*

Resolutio. Per diviſiones marginum lateralium diſtantiæ puncti objectivi a tabula reſpondentes ducatur linea cæca, & alia itidem cæca ex puncto viſus ad eam diviſionem marginis inferioris, quæ indicat diſtantiam puncti objectivi a plano verticali, utriusque interſectio erit punctum perſpectivum quæſitum. Exempli cauſa, ſi diſtantia a plano tabulæ eſſet quatuor unitatum moduli; & a plano verticali trium verſus ſiniſtram, punctum perſpectivum foret G.

390. Si punctum datum non ſit in plano Geometrico, ſed vel ſupra illud elevatum, vel infra depreſſum, v. g. in foſſa quapiam, concipienda eſt perpendicularis ex eo ad planum Geometricum ducta, quæ ſeu altitudinem, ſeu depreſſionem metiatur: quoniam itaque hæc perpendicularis tam plano tabulæ, quam verticali parallela eſt, punctum plani Geometrici, in quod cadit, eandem ab his planis habet diſtantiam, quam punctum objectivum datum. Unde ſi fiat projectio puncti hujus in plano Geometrico, in quod cadit perpendicularis, & ducatur per illud parallela lineæ verticali, determineturque longitudo perpendicularis eo modo, quem Pro-

blemate ſequente præſcribemus, extremum perpendicularis punctum erit projectio perſpectiva dati.

391. PROBLEMA VI. *Lineam objectivam poſitione, & magnitudine datam optice deſcribere in tabula.*

RESOLUTIO. Sit longitudo lineæ datæ duarum unitatum moduli, alterum ejus extremum G (fig. 56) diſtet a plano verticali tribus, & a plano tabulæ quatuor ejusmodi unitatibus: quæratur per Probl. Præcedens ejus projectio G. Sed ut alterius extremi punctum perſpectivum rite determinetur, triplex expendendus eſt caſus.

392. CASUS I. *Dum linea objectiva plano verticali parallela eſt.* Ponatur extremum lineæ G eſſe tabulæ propius. Quia longitudo eſt duorum modulorum, alterum ejus extremum a tabula ſex modulis diſtat. Ducatur jam ex G ad punctum viſus recta GS, & per diviſionum marginum lateralium puncta 6, 6 cæca 6 I 6: interſectio I erit projectio alterius extremi.

Quod ſi extremum G altero magis diſtaret a tabula, duo moduli ex quatuor ſubducendi eſſent, & recta per puncta 2, 2 marginum lateralium ducta abſcinderet in recta S 3 extremum quæſitum.

393. CASUS II. *Dum linea objectiva eſt plano tabulæ parallela.* Vel in hac hypotheſi extremum G propius eſt plano verticali, quam alterum, vel eſt remotius? Si hoc, liquet, alterum extremum a plano verticali diſtare uno modulo. Unde ex puncto viſus S ducatur cæca ad marginis inferioris diviſionem 1; hujus interſectio K cum parallela ad horizontalem per G tranſeunte determinat alterum extremum quæſitum.

At ſi extremum G lineæ objectivæ ſit plano verticali vicinius, diſtantia alterius ab eodem plano erit 5 modulorum, & recta ex S ad diviſionem 5 inferioris marginis duci debebit.

394. CASUS III. *Quando linea objectiva tam ad planum verticale, quam ad planum tabulæ obliqua eſt;* uti ſi 20 gradibus verſus dextram a plano verticali declinet.

Ducatur per G recta ad diviſionem 20° lineæ horizontalis ad partem dextram puncti viſus; per idem G, & verſus eam partem, ad quam linea objectiva declinat, ducatur quoque GK lineæ horizontali parallela, & optice æqualis objectivæ (393) ſive duorum modulorum: ex hujus extremo K ducatur KQ, quæ ſecet rectam GL ad 20° ex G ductam verſus eam partem, ad quam ſitum eſſe debet extremum quæſitum, & ſimul tranſeat per diviſionem illam lineæ horizontalis, quæ indicat dimidium complementi anguli obliquitatis, quem facit linea objectiva cum plano verticali (in noſtro

ſtro exemplo per 35°, quod eſt medietas de 70°, ſive complementi 20°). Interſectio rectarum KQ, & GL determinat punctum L perſpectivum extremi alterius quæſiti. Quod ſi enim ad ea, quæ fieri præcepimus, attendatur, patebit, factam fuiſſe projectionem perſpectivam trianguli objectivi iſoſcelis GKL, cujus crura GK, & GL optice æqualia ſunt.

395. OBSERVA. Si ſeparatim conſtruatur, vel trigonometrice calculetur triangulum rectangulum, cujus hypotenuſa ſit recta objectiva data, & unus ex angulis acutis æqualis angulo obliquitatis lineæ objectivæ cum plano verticali, ex valore lateris huic angulo oppoſiti reperietur, quantum extremum alterum lineæ objectivæ magis, minusve diſtet a plano verticali, quam extremum G: & ſi, ducta ex puncto viſus per G recta SM, accipiatur in inferiore margine tabulæ linea MP, qua lineæ objectivæ extremum quæſitum L magis, minuſve a plano verticali abeſt, & ducatur ad punctum viſus alia recta PS, hujus interſectio cum GH erit punctum L quæſitum.

396. PROBLEMA VII. *Lineam datam perſpectivam in quotvis partes optice æquales dividere.*

RESOLUTIO. Sit data PQ (fig.57) in quatuor partes æquales dividenda. Ex quovis puncto S lineæ horizontalis ducantur per ejus extrema P, Q rectæ SD, ST occurrentes margini inferiori tabulæ. Intervallum DT ſecetur in partes æquales DM, ML, LG, GT, & ducantur SM, SL, SG, quæ datam PQ in punctis *m*, *l*, *g*, in partes optice æquales divident. Manifeſtum enim eſt, eas partes intercipi inter parallelas objectivas SD, SM, SL, SG, ST (383) æqualiter inter ſe diſtantes, ac rectam TD in partes æquales ſecantes; igitur per easdem data PQ in partes perſpective æquales dividitur.

397. OBSERVA I. Pro majore accuratione, punctum S ita ſeligendum eſt, ut quantum fieri poteſt, diſtantiæ ejus ab extremis datæ PQ ſint æquales.

398. OBSERVA II. Si recta PQ dividenda ſit in partes inæquales in ratione data, in eadem ratione dividatur TD (id, quod ope *circini proportionum* expedite fit), & rectæ ex S ad diviſionum puncta ductæ ſecabunt quoque datam PQ in ratione data.

399. PROBLEMA VIII. *Ex dato puncto A in tabula ducere perſpectivam AK rectæ, quæ cum plano verticali faciat angulum objectivum majorem, quam ut graduum numerus in diviſionibus lineæ horizontalis exhiberi poſſit* (fig. 57).

Ex dato puncto A ad eam partem, ad quam ſpatii commoditas admittit, ducatur recta AH horizontali parallela, & æqua-

lis

lis projectioni perſpectivæ radii principalis. Ex puncto viſus O accipiatur OZ deſignans gradus complementi anguli dati, & conferatur cum diviſionibus marginis inferioris, ut ſciatur, quot modulos contineat: tum ducatur OH, & ex ea abſcindatur HK, tot modulis perſpective æqualis, quot continet OZ: recta AK erit quæſita perſpectiva.

Etenim cum AH ſit æqualis radio principali, & AHO projectio anguli recti, ſequitur, HK eſſe tangentis anguli HAK, ſive complementi anguli dati, projectionem: igitur AK habet ſitum, qui quærebatur.

400. OBSERVA. Quod ſi recta quæſita ſimul debeat eſſe magnitudinis datæ, accipiendum eſt in AH punctum N ita, ut AN ſit perſpective æqualis magnitudine datæ; & ducenda NC ad diviſionem lineæ horizontalis, quæ indicat dimidium complementi anguli objectivi dati (394): obtinebitur AV.

401. SCHOLIUM. Allata adhuc Problemata oſtendunt, ope marginum ſcalarium haberi poſſe delineationem perſpectivam plani alicujus objectivi non tantum ex laterum, ſed etiam angulorum magnitudine. Atque ut id fiat accuratius, & expeditius, ſæpe perutile eſt, adhibere ſimul diverſarum diagonalium tum ſitum, tum longitudinem, quarum computus in polygonis regularibus admodum facilis eſt. Verum res hæc diligens requirit exercitium.

402. PROBLEMA IX. *Rectas ad planum horizontale perpendiculares optice exhibere;* ſive, quod idem eſt, *linearum altitudinum projectionem perſpectivam invenire.*

I RESOLUTIO. Problemati ſatisfit per ea, quæ ſuperius N. 357 dicta ſunt.

403. II RESOLUTIO. Oporteat ex puncto Q (fig. 57) ad horizontem perpendicularem excitare, $6\frac{1}{2}$ modulos altam. Ducatur ex puncto viſus O, vel alio quovis lineæ horizontalis, per Q recta OF usque ad inferiorem marginem tabulæ F, indeque erigatur ad eundem marginem normalis FE, $6\frac{1}{2}$ modulos, in ejusdem diviſionibus acceptos, longa: ducatur OE: hujus interſectio I cum QI ad horizontalem perpendiculari ex Q erecta, erit ſupremum punctum lineæ quæſitæ.

Nam evidens eſt (381), OF, OE eſſe projectiones duarum linearum ad libellam ductarum, ac inter ſe parallelarum, conſequenter rectis FE, QI, ab illis interceptis, exhiberi objectivas æquales.

404. III RESOLUTIO. Conſtat, diſtantiam lineæ horizontalis a projectione perſpectiva alicujus puncti objectivi in plano Geometrico collocati tot eſſe modulorum, quot aſſumta eſt altitudo

oculi

oculi ſupra planum Geometricum. Exempli gratia, ſi linea horizontalis ducta eſt ad diſtantiam 5 modulorum a margine inferiore, diſtantia puncti Q a linea horizontali debet continere quinque modulos perſpective acceptos. Quod ſi itaque ſpectetur Q R ut quinque modulorum, in eadem ſupra R accipi poteſt punctum I, quod a Q diſtet $6\frac{1}{2}$ partibus æqualibus, quarum in Q R continentur quinque. Executio facilis eſt ope *circini proportionum.*

405. PROBLEMA X. *Lineas perſpectivas altitudinum in partes æquales, ſive inæquales in ratione data, dividere.*

RESOLUTIO. Cum lineæ perſpectivæ altitudinum ſint ad planum tabulæ parallelæ, in partes æquales, vel inæquales in ratione data non ſecus, ac lineæ objectivæ dividendæ ſunt, idque vel ope *circini proportionum*, vel ex diviſionibus rectæ F E, in margine inferiore acceptis, ductis per Q I rectis ad O, quibus in eadem ratione, ac F E, ſecatur Q I.

406. PROBLEMA XI. *Determinare in tabula punctum accidentale parallelarum inter ſe, & ad horizontem inclinatarum, quarum poſitio datur.*

RESOLUTIO. Cum parallelæ poſitione dentur, ſi concipiantur plana verticalia, in quibus ſingulæ ſitæ ſunt, evidens eſt, hæc plana fore inter ſe parallela, ideoque dari eorum ſitum reſpectu plani verticalis tabulæ. Jam igitur hæc plana vel ſunt plano verticali tabulæ parallela, vel ad illud obliqua quantitate data:

407. I. Si ſunt parallela ad planum verticale tabulæ, punctum accidentale quæſitum eſt in linea verticali tabulæ, ſupra, vel infra punctum viſus quantitate æquali numero graduum, qui ſunt complementum inclinationis parallelarum cum horizonte, & ex puncto viſus in diviſionibus lineæ horizontalis accipiuntur: & quidem ſupra punctum viſus, ſi parallelarum extrema ſuperiora a plano tabulæ ſint reclinata; infra vero, ſi verſus tabulam vergant.

408. Sit exempli cauſa delineandum parallelepipedum rectangulum, cujus plana ſint ad horizontem ſub angulo 39° inclinata, longitudine illius ad planum verticale parallela, velut trabs quadrangularis in murum ad planum tabulæ parallelum reclinata (fig. 60). Manifeſtum eſt *primo*, rectas quatuor plana lateralia parallelepipedi claudentes eſſe omnes ad horizontem angulo 39° inclinatas; dextimum vero & ſiniſtimum planum eſſe plano verticali tabulæ parallelum. *Secundo* Plana baſium eſſe itidem ad horizontem inclinata angulo 51°, complemento ſcilicet ad 39°, ob rectos angulum quemvis ſolidum conſtituentes. *Tertio* ex octo lateribus baſium eſſe quatuor horizonti parallela (quorum projectiones hic ſunt *ab*, *dc*, AB, DC), nempe imprimis latus, cui in plano Geometrico incumbit, eique in eadem baſi parallelum (AB, DC); dein latus,

quo innititur muro, & huic in basi illa parallelum (*ab*, *dc*): reliqua quatuor harum basium latera (*ad*, *bc*; AD, BC) esse ad horizontem inclinata angulo complementi ad 39°. Ex his apparet, in linea verticali reperienda esse duo puncta accidentalia; alterum T supra punctum visus, pro lineis A*a*, B*b*, C*c*, D*d*, plana lateralia parallelepipedi terminantibus, quarum puncta suprema recedunt a plano tabulæ: alterum P infra punctum visus S, pro lateribus basium AD, BC, *ad*, *bc*, quorum superior pars versus tabulam accedit. Itaque ex linea horizontali accipienda est imprimis tangens 39°, & in verticalem ex S in T transferenda; dein tangens 51° ex S in P. Reliqua ex inspectione figuræ patent.

409. II. Si plana verticalia, in quibus sunt parallelæ datæ, faciunt cum plano verticali tabulæ angulum, uti si supponamus, parallelepipedum exempli prioris esse reclinatum in planum, quod cum verticali faciat angulum 30°, sive cum plano tabulæ angulum 60°, tum opus est tribus punctis accidentalibus, uno in T (fig. 59) pro rectis terminantibus plana lateralia parallelepipedi; altero in Q pro lateribus basium, quorum alterum est in plano geometrico, alterum in plano, in quod reclinatur parallelepipedum, atque pro his parallelis: tertio in P pro reliquis quatuor lateribus basium, quorum duo plano geometrico, duo muro oblique insistunt.

410. Quod ad punctum Q pro parallelis, quarum una est in plano geometrico, nulla est difficultas, quippe quod sumi debet in lineæ horizontalis ea divisione, quæ denotat angulum obliquitatis earum cum plano verticali. Sed ut reliqua, v. g. T, reperiantur, sequens adhiberi potest methodus.

411. In linea horizontali VQ accipiatur VE tangens complementi anguli inclinationis planorum lateralium parallelepipedi cum horizonte; transferatur ex O in perpendicularem OF, sumpto O ad divisionem 45°: jungantur F & V recta, quæ secet in R alteram perpendicularem, erectam ad D, ubi notatur complementum declinationis planorum lateralium a plano verticali: transferatur OF ex D in K, & junctis K & R, fiat DT = KR; erit T punctum accidentale quæsitum. Eodem modo invenitur punctum P.

412. Ut methodi veritas demonstretur, cogitandum est, quod recta ad horizontem sub angulo v. g. 39° inclinata indefinite producta in superficie sphæræ cælestis pertingeret ad punctum 39° supra horizontem elevatum, aut vero ad peripheriam circuli minoris sphæræ cum horizontali paralleli, & undique ab eo 39° distantis (id genus circulus voce Arabica *Almicantarath* appellatur). Jam vero cum projectio perspectiva horizontis cælestis sit linea hori-

horizontalis tabulæ (377), *projectio alicujus Almicantarathi est hyperbola, cujus vertex est in linea verticali, & semiaxis principalis æquatur tangenti altitudinis illius supra horizontem* (sive parti lineæ horizontalis interceptæ inter punctum visus, & divisionem numerum graduum altitudinis designantem); *semiaxis vero conjugatus radio principali.*

413. Circulus enim cælestis horizonti parallelus est basis coni optici, cujus vertex in oculo, & basis coni oppositi aliud Almicantarathum tantundem infra horizontem depressum. Sit A (fig. 58) locus oculi; A B H repræsentet planum horizontis cælestis cum plano geometrico ad distantiam infinitam ab A concurrentis; P T sit planum tabulæ; E G M Almicantarathum supra horizontem angulo H A E elevatum; K N I Almicantarathum infra horizontem. Evidens est, sectiones conorum oppositorum M S m, N S n per planum tabulæ P T ad eorum axem C L parallelum esse hyperbolas, quarum centrum est punctum visus tabulæ B, & semiaxis principalis A D, sive S B. Et ut ostendatur, quod semiaxis conjugatus sit A B, esto A D vel S B $= a$, S D $=$ P C $=$ A B $= b$ (est autem A B radius principalis). A C, vel B P sit $= x$; hinc S P $= x - a$; P M $= y$. In triangulis rectangulis A S D, S E P similibus est A D : S D $=$ S P : E P; igitur E P $= \frac{bx - ab}{a}$; & E C $=$ E P $+$ P C $= \frac{bx}{a}$; item P G $=$ P C $+$ C G $= \frac{bx + ab}{a}$. Jam vero ex natura circuli E M G, habetur (Elem. 565) P M^2 $=$ P E $\times$ P G; igitur $yy = \frac{bb\,xx}{aa} - bb$, quæ est æquatio ad hyperbolam, cujus semiaxes sunt a & b (Elem. 840).

414. Hinc jam constat, quod si, sumta V C $=$ V E, notetur in plano (fig. 59) verticali punctum C altitudinis 39°, ac per illud describatur hyperbola C T semiaxibus V C, V O, ea sit projectio perspectiva Almicantarathi 39°, & punctum accidentale quæsitum in eadem existat, ubi a perpendiculari ex D erecta secatur. Restat jam, ut demonstretur, constructione exposita (411) verum punctum T reperiri.

415. Sit itaque V O $= b$, V C, vel O F $= a$; V D $= y$; D T, aut K R $= x$: ob triangula V D R, O V F similia, est O V : O F $=$ V D : D R, hinc D R $= \frac{ay}{b}$; & D R^2 $= \frac{aayy}{bb}$. Et quia K D, seu V C $= a$, est K D^2 $= a^2$. Porro ob triangulum K D R rectangulum, K R^2 $=$ K D^2 $+$ D R^2, sive $xx = aa + \frac{aayy}{bb} =$ D T^2: ergo (Elem.

844) D T eſt ordinatim applicata ad axem conjugatum hyperbolæ, cujus ſemiaxes ſunt V C, V O.

416. COROLL. I. Liquet (Elem. 833), V F eſſe aſymptotum hyperbolæ C T: hinc dato puncto T almicantarathi 39°, facile eſt, hyperbolam integram, quæ ſit ejus projectio perſpectiva, deſcribere (Elem. 874).

417. OBSERVA I. Hæc methodus commode adhibetur, ſi inclinatio, & declinatio linearum objectivarum 50 vel 60 gradus non excedat: quod ſi enim major ſit, lineas in plano tabulæ admodum producere neceſſe eſt, quod non ſine incommodo fit. Unde in ejusmodi caſu puncto accidentali carere debemus, & quasvis lineas ſingillatim determinare, quærendo trigonometrice, vel graphice (vide methodum N. 518) punctum plani geometrici, in quod cadit perpendiculum ex cujusvis ſupremo puncto demiſſum, nec non ipſam perpendiculi altitudinem; ac punctum illud plani geometrici, una cum perpendiculi altitudine optice deſcribendo.

418. OBSERVA II. Si, quæ adhuc dicta ſunt, rite intelligantur, ipſa figura 59 oſtendit, quam facilis ſit parallelepipedi deſcriptio optica, quam ſuperius (N. 409) expoſuimus.

419. COROLL. II. Ex fig. 58 patet, a eſſe tangentem anguli inclinationis parallelarum datarum, qui dicatur I; y tangentem anguli obliquitatis, quem faciunt earum plana cum plano verticali tabulæ, qui vocetur O; b vero ſinum totum, qui ſit R. Igitur formula $xx = \frac{aabb + aayy}{bb} = (bb + yy) \times \frac{aa}{bb}$ factis his ſubſtitutionibus in hanc abit $xx = (R^2 + tang^2 O) \times \frac{tang^2 I}{R^2}$. Eſt autem ex Trigonometria $ſec^2 = R^2 + tang^2$; quare etiam $xx = ſec^2 O \times \frac{tang^2 I}{R^2}$, & hinc $x = ſec\ O \times \frac{tang\ I}{R}$. Sed ex iisdem regulis trigonometricis eſt $ſec = \frac{R^2}{coſ}$: quare $x = \frac{R^2}{coſ O} \times \frac{tang\ I}{R} = \frac{R \times tang\ I}{coſ\ O}$. Unde obtinetur hæc anologia: *Ut eſt coſinus anguli obliquitatis planorum, in quibus ſunt parallelæ objectivæ ad horizontem inclinatæ, cum plano verticali tabulæ, ad tangentem anguli inclinationis earundem cum horizonte; ita eſt ſinus totus ad diſtantiam puncti accidentalis harum parallelarum a linea horizontali tabulæ.*

420. COROLL. III. Hinc etiam ſequitur, quod ſi ex omnibus gradibus in linea horizontali notatis erigantur perpendiculares, eæ ſint projectio perſpectiva circulorum maximorum horizonti perpendicularium (qui in Aſtronomia dicuntur circuli verticales), quorum gradus metiuntur inclinationem quamvis rectarum ad horizon-

zontem, & planum verticale obliquarum. Ipsa quoque linea verticalis tabulæ ejusmodi circulum exhibet, qui cum meridiano sphæræ cælestis comparari potest. Quod si quis igitur has projectiones circulorum verticalium in suos gradus dividere voluerit, lineæ verticali tabulæ easdem tribuet, quæ fiunt in linea horizontali; reliquarum divisiones expedito calculo per analogiam præcedentem reperiet.

421. Sed ut divisio hæc peragatur graphice, sit O Q (fig 61) linea horizontalis, S B verticalis, O Y projectio circuli verticalis dividenda. Transferatur radius principalis ex O in Q, & distantia O S, verticalis dividendi a puncto visus S, ex O in M. (si linea verticalis tabulæ instar meridiani consideretur, distantia hæc O S voce Astronomis usitata dicetur *azimuthum* verticalis dividendi). Conjungantur M & Q recta, & centro Q, radio Q O describatur arcus O N: demittatur ex N ad O Q perpendicularis N L, erit L Q manifeste cosinus azimuthi, ejus tangente existente O M, & sinu N L. Transferatur L Q in partem oppositam ex Q in P, & ducatur per P perpendicularis ad horizontalem P R, in quam, velut in *t*, *u*, *x* &c versus utramque partem puncti P transferantur divisiones lineæ horizontalis ex S acceptæ. Ducantur per puncta *t*, *u*, *x* &c & Q rectæ, quæ determinabunt puncta divisionum quæsita T, V, X &c. Cum enim P *t* v. g. sit tangens 10° radio existente O Q, ex similitudine triangulorum rectangulorum Q O T, Q P *t* habetur Q P : P *t* = Q O : O T. Quæ est analogia corollarii præcedentis (419.

422. Obesrva III. Si fingamus sphæræ cælesti, vel terrestri inscriptum esse cubum, ad cujus duo plana opposita axis æquatoris, vel eclipticæ sit perpendicularis, per præcedentes regulas in quatuor planis reliquis, per quæ axis non transit, optice exhiberi possunt omnia puncta superficiei sphæræ, quæ undique ab æquatore vel ecliptica intra 45 gradus continentur. Reliquorum vero projectio eodem modo fieri posset, si supponerentur plana cubi producta. Atque hunc in modum constructæ sunt chartæ cælestes Patris Pardies.

423. Problema XII. *Projectionem opticam facere figuræ in plano libellæ a plano geometrico distante descriptæ.*

Resolutio. In margine inferiore tabulæ A B (fig. 62) accipiatur numerus modulorum, quo planum datum supra planum geometricum elevatum est, transferaturque in utrumque marginem lateralem ex B in L, & ex A in K: conjungantur L & K recta, quæ jam instar marginis ipsius inferioris A B consideretur, & spatium L C D K tanquam totum planum tabulæ, veluti si figura, cujus projectio petitur, sita foret in novo hujus plano geometrico. Un-

de LK easdem habebit divisiones, quas AB, eundemque usum respectu figuræ delineandæ, quem AB respectu objectorum in vero plano geometrico sitorum. Lineæ porro horizontalis divisiones immutatæ manent, eademque iis utendi ratio; verum quod ad lineas CL, DK, in quibus distantiæ punctorum figuræ delineandæ a plano tabulæ accipi debent, divisiones non sunt eædem, ac in CB, DA, attamen proportionales. Unde inveniri poterunt vel ope circini proportionum, vel graphice sequente methodo.

Ducatur ad DA sub angulo quovis DF, eique æqualis, atque transferantur in eandem divisiones marginis DA, quarum correspondentes in DK petuntur. Jungantur K, F, & ad KF per singula divisionum rectæ DF puncta agantur parallelæ, quæ determinabunt divisiones quæsitas in DK. Exempli causa, si oporteat in DK designare distantiam duorum modulorum a tabula, accipiendi sunt duo primi moduli decrescentes scalæ DA, atque ex F in G transferendi; tum ducenda est GH ad FK parallela; erit KH distantia quæsita in plano supra geometricum elevato.

Eadem omnino operandi ratio est, si ponatur planum, in quo figura repræsentanda est, supra planum horizontale tabulæ, vel infra planum geometricum, uti v. g. in fossa. Nam in priore casu LK supra CD, in posteriore infra AB, velut in *lk*, constituenda est.

424. PROBLEMA XIII. *Dato puncto perspectivo* B (fig. 63) *centri circuli radii dati, v. g. trium modulorum, exhibere projectionem circuli.*

RESOLUTIO. Per punctum datum B ducatur ex puncto visus V recta VF, & DC ad horizontalem parallela, fiantque BD, BC trium modulorum optice decrescentium. Per idem B ducantur quoque PG, OL ad divisionem 45 graduum utrinque a puncto visus in linea horizontali. Similiter ex divisione $22^{\circ}\frac{1}{2}$ ex parte dextra ducantur rectæ per C & D, quæ OL secabunt in M & N. Ex eadem divisione ad partem sinistram $22^{\circ}\frac{1}{2}$ rectæ ad C & D ductæ secabunt PG in I & K. Denique per octo puncta inventa C, I, E, N, D, K, F, M, ducatur curva regularis, erit ea projectio perspectiva circuli petiti.

425. Evidens est, *projectionem perspectivam circuli esse ellipsin, quemcumque is situm habeat.* Radii enim ex singulis circuli peripheriæ punctis ad oculum ducti conum, sive conoides, efficiunt, cujus vertex est in oculo, & sectio per planum tabulæ necessario est ellipsis.

426. Descriptio ellipsis facilior, & accuratior fit, si per E & F ducantur ad lineam horizontalem parallelæ, quæ efficiant trapezium, quod erit projectio quadrati, cui circulus inscriptus est, PLGO. Itaque ellipsis ita erit describenda, ut omnia quatuor latera

tera trapezii in C, D, E, F, tangat. Si ad modum operandi præscriptum attendatur, patebit, eum adhiberi posse ad inveniendos vertices angulorum octogoni circulo inscripti.

427. OBSERVA. Equidem facile apparet, centrum ellipseos non esse B, nec ejus axem majorem DC. Sed centrum est punctum medium S rectæ EF. Nam cum OG, & PL sint tangentes ellipseos, & DC eis parallela, hæc bisecatur in B per rectam EF, quæ per puncta contactus transit; igitur DC est ordinata diametri EF, in cujus medio consequenter est centrum S.

428. Quod positionem axium hujus ellipseos attinet, ea diversa est, pro diversa scilicet circuli objectivi distantia tum a plano verticali, tum a plano tabulæ. Et quoniam id scire pulchrum magis, quam utile in delineationibus, generatim notasse sufficiat, axem majorem ellipseos, quæ sit projectio perspectiva circuli, non esse, nisi projectionem chordæ illius, quæ jungit puncta contactus circuli cum radiis extimis ex oculo ad circulum ductis.

CAPUT III.

Exemplum, & observationes generales pro delineationibus Perspectivis omnis generis.

429. Cum objecti multis partibus constantis designatio optica facienda est, in eo maxime elaboret delineaturi industria, oportet, ut solerter advertat, quænam lineis similiter ductis comprehendantur, quæ inter parallelas easdem, quæ in iisdem verticalibus, in iisdem diagonalibus &c. consistant, ut singulæ in projectione locum debitum sortiantur, ne errorum numerus, quibus praxis a regularum accuratione deficit, etiam ex hoc capite augeatur.

430. Proponatur exempli causa ex regulis Perspectivæ delineatio stylobatæ ordinis Tusci cum plintho baseos columnæ facienda, ita, ut trunci planum alterum aspectabile inclinatum sit ad planum verticale tabulæ sub angulo 40° ex sinistra parte, alterum ex parte dextra sub angulo 50°, sitque distantia anguli quadræ, qui oculo est propior, a plano tabulæ unius, & a plano verticali duorum modulorum versus sinistram. Omnium autem membrorum stylobatæ dimensiones eæ sint, quas fig. 64 notatas exhibet numeris suis, quamvis ipsa descriptio illius utcunque rudis esse possit, quippe cujus nullus usus alius in præsens est, quam ut singulorum membrorum nexum & ordinem monstret.

431. At-

431. Atque ne difficultatum, quæ in delineatione occurrere possunt, numerus, si simul aspectui objiciantur, tironem absterreat, eas plurium figurarum descriptione partiemur, quo etiam linearum multiplicium confusioni occurretur. Unde pro assumptæ tabulæ magnitudine, ubi marginum scalarium constructio peracta erit, ducatur ex puncto visus V (fig. 73) ad divisionem 2 marginis infimi versus sinistram lineæ verticalis recta V 2, & per puncta 1, 1 marginum lateralium altera 1 A 1, cujus intersectio exhibet punctum perspectivum A anguli stylobatæ oculo proximi (389).

432. E puncto A ducantur indefinitæ A 40°, A 50°, exhibentes situm planorum conspicuorum; ex puncto visus V vero ad marginis infimi divisionem 7 recta V 7, quæ intersectione sua cum 1 A 1 determinat A C (393) novem modulorum decrescentium; tot enim ex stylobatæ dimensionibus quadræ longitudini competunt. Jungatur C cum 20° (medietate 40 graduum, qui complementum sunt ad 50°) ex parte dextra sumtis, habebitur projectio E anguli quadræ dextimi (394). Hinc jam facile positio tota quadræ A D F E absolvetur, ducta ex A ad 5° (quæ scilicet directio diagonalis est) recta, & altera E F ex E ad 40°, intersectio F erit angulus viciniori A oppositus. Denique ducatur per F & 50° recta occurrens alteri A 40° in D.

433. Et quoniam quadræ latera æqualia in ichnographia quadratum efficiunt, & reliqua omnia stylobatæ membra singulorum laterum æquales dimensiones habent; non solum diagonalis quadræ per A & F descripta, sed etiam omnium reliquorum membrorum, quæ in eorum planis concipi possunt, versus 5° ex parte dextra lineæ horizontalis tendere debent, quippe quæ divisio 45 gradibus abest a 40° ex sinistra, & 50° ex dextra sumtis.

434. Præterea manifestum, quod si concipiatur planum perpendiculariter erectum super diagonali A 5 projectionis ichnographiæ quadræ, omnes reliquorum membrorum diagonales in eodem sint futuræ.

435. Atque hinc I°, ut membrorum projecturæ, & retractiones commodius designentur, ejusdem diagonalis portionem oculo propiorem in partes optice æquales dividere consultum est (399). Et ne diversi generis divisionibus marginis infimi usus impeditior fiat, adhibeatur pro novis hisce linea A C margini parallela; cum porro arbitraria sit puncti ad hanc divisionem peragendam in linea horizontali electio (396), assumatur hoc in 40°, ducaturque inde per E (fig. 74) recta, donec A C secet in G, productam, si opus sit. A G dividatur in 9 partes æquales, quoniam lateri quadræ 9

mo-

moduli tributi ſunt. Primæ duæ partes ad A ſubdividantur in minores, uti hic in dimidias. Ad puncta hæc ducantur ex 40° rectæ occurrentes diagonali in H, K, L, quæ conſtituendis projecturis, & retractionibus ſervient, ideoque iisdem numeris notanda ſunt, ac partes in A G correſpondentes.

436. Illud vero hic probe notandum, partes AH, HK, KL, non eſſe projectiones perſpectivas ſemimodulorum, ſed eſſe eas ad ſemimodulos, ut eſt diagonalis quadrati ad latus ſuum, ſeu ut $\sqrt{2}$ ad 1. Dimidii moduli decreſcentes ſunt partes A*h*, *hk*, *kl*. Diviſiones vero lineæ AF deinceps *ſcalam projecturarum* vocabo.

437. II°. Ut dimenſio altitudinum expeditior ſit, producta diagonali F A, uſque dum occurrat margini inferiori in M, erigatur inde perpendicularis indefinita M T, in quam ex diviſionibus marginis inferioris transferantur omnes dimenſiones altitudinum, quæ in prima ſitus & magnitudinum conſtitutione (fig. 64) ſingulis partibus tributæ ſunt, in N, O, P, Q, R, S, T. Rectam M T in ſequentibus *ſcalam altitudinum* appellabo (fig. 74).

438. His ita conſtitutis, erigantur ex quatuor angulis projectionis quadræ perpendiculares indefinitæ AB, DI, FG, EC, (fig. 75), & jungatur punctum N ſcalæ altitudinum cum puncto 5° lineæ horizontis: interſectio cum A B abſcindit altitudinem perſpectivam anguli quadræ in B. Ex hoc eodem puncto B agatur recta ad 40°, quæ determinabit apicem I altitudinis D I anguli quadræ ex parte ſiniſtra conſpicui; item altera ad 50°, quæ anguli dextri altitudinem C præbet. Ducantur ex C ad 40°, & ex I ad 50° rectæ, habebitur earum interſectione in G altitudo anguli quadræ, qui angulo A opponitur. Quod ſi omnia accurate ex regularum præſcripto hactenus facta ſunt, interſectio modo dicta G non ſolum erit in perpendiculari F G, ſed etiam in diagonali per N & 5° tranſeunte: id quod examinis inſtar eſſe debet, tum ut errores ita deprehenſi corrigantur, tum ut deinceps evitentur.

439. Pro regula O N in (fig. 64) ſitus & magnitudinum conſtitutione prima deſignata, ducantur primum diagonales B G, I C (fig. 76); & quia hæc regula 0, 6 moduli retrahi debet, accipiatur in ſcala projecturarum pars A H = 0, 6. Dein erigatur ex H normalis, occurrens, diagonali G B in D, erit D angulus inferior regulæ, qui ſi jungatur cum 40° & 50°, interſectiones diagonalis I C exhibent ejusdem regulæ angulos K & F. Rectæ porro ex K ad 50°, & ex F ad 40° ductæ, ſe in ipſa diagonali B G ſecabunt, atque illic in E habebitur quartus angulus regulæ. Unde quadrilaterum D K E F baſin regulæ exhibet, qua quadræ incumbit. E quatuor repertis modo punctis erigantur perpendicula indefinita;

tum nectatur punctum O ſcalæ altitudinum, quod regulæ altitudinem deſignat, cum 5° recta O 5, quæ occurrens perpendiculari DV in V angulum ſuperiorem regulæ, qui oculo proximus, deſignat; in Y vero (ubi alteram perpendicularem ex E erectam ſecat) huic oppoſitum; rectæ denique ad V ex 40° & 50° ductæ determinant reliquos duos L & X. Et ſiquidem conſtructio fuerit exacta, rectæ ex L ad 50°, & ex X ad 40° ductæ ſe in Y interſecare debent, id, quod examinandæ operationi ſerviet. Atque hunc in modum projectio optica regulæ perfecta eſt.

440. Ut jam truncus ſtylobatæ ſuper his erigatur, fiant diagonales LX, VY (fig. 77); & quia ex prima magnitudinum conſtitutione 1, 2 moduli retrahi debet, in ſcala projecturarum ſumatur AC = 1, 2. Erigatur in C perpendicularis indefinita, occurrens diagonali VY in K, in quo erit angulus inferior trunci, ſi eum apophyge carere ſupponamus. Jungantur 40° & 50° cum K, ut in diagonali LX acquirantur B & D, anguli laterales; & ductis ex B ad 50°, & ex D ad 40° rectis obtinebitur etiam quartus I in diagonali VY, eritque quadrilaterum KBID projectio perſpectiva plani trunci, quo regulæ inſidet.

441. E quatuor angulis inventis perpendiculares indefinitæ excitentur KE, BG, DF, IH, & ut ſingularum altitudo debita abſcindatur, ducatur ex 5° ad Q ſcalæ altitudinum (in hoc enim punctum cadere altitudo trunci ſupponitur) recta 5° Q, quæ in E angulum anteriorem determinat. Ex E ducantur porro E 40°, & E 50°, quæ in G & F abſcindunt angulos laterales; rectæ denique ex G ad 50°, & ex F ad 40° ductæ interſectione ſua H in ipſa Q 5° dant angulum poſticum, oculo non conſpicuum.

442. Ut apophygis trunci deſcribatur, jungat recta punctum P ſcalæ altitudinum, quod aſſumtam altitudinem apophygis æquat, cum 5°, quæ in *k*, ubi perpendiculum CK productum ſecat, eandem optice determinat; hinc porro rectæ ad 40° & 50° ductæ, uti ſuperius in projectione regulæ & quadræ factum, apophygis altitudines in reliquis angulis dabunt. Denique deſcribantur curvæ per *b* & L, per *d* & X, per *k* & V tranſeuntes, quarum prima & poſtrema cavitatem parti ſiniſtræ obvertant, cum oculus ad dextram ſtylobatæ ſit conſtitutus.

443. Ventum jam eſt ad coronidem ſtylobatæ, cymatio Lesbio, altitudine RQ (fig. 64) & regula SR conſtantem. Itaque plano ſupremo trunci (fig. 78) rite delineato fiant diagonales GF, EH, paullum ultra truncum excurrentes, cum cymatium projecturam habeat. Planum porro inferius, quo cymatium trunco inſidet, ex prima magnitudinum & ſitus conſtitutione retrahi debeto, 9 modu-

moduli. Unde ex puncto B ſcalæ projecturarum erigatur perpendicularis B C, occurrens diagonali E H productæ in C; erit C angulus anterior hujus plani, ex quo facile reliqui in I & L diagonalis G F, & in K diagonalis E H productæ reperientur.

444. Et quoniam regulæ latera ſunt in iisdem planis cum lateribus quadræ baſeos ſtylobatæ, producantur indefinite perpendicula angulorum V, A, X quadræ, qui ſcilicet videri poſſunt. Ex puncto R ſcalæ altitudinum ducatur R 5°, quæ interſectione in P cum perpendiculo A P, abſcindit angulum inferiorem regulæ; quod ſi altera quoque ex S ad 5° ducatur (eſt autem R S regulæ altitudo) ſupremus quoque angulus ejusdem in *p* habebitur. Ex *p* & P rectæ ad 40°, & 50° ductæ reliquos *n* N, *o* O præbent, ut alias factum.

445. Quia planum ſupremum cymatii intra regulam o, 3 moduli ex aſſumptis magnitudinibus retrahendum eſt, ducta diagonali N O (fig. 79.), atque erecta ex o, 3 ſcalæ projecturarum perpendiculari, quæ R 5° ſecat in *c*, habetur angulus ſupremus cymatii *c*; hinc vero rectæ ad 40°, & 50° ductæ, ubi diagonalem N O in *i* & *l* ſecant, alios quoque determinant. Deſcribantur curvæ *i* I, *c* C, *l* L, eæ cymatii projectionem abſolvent.

Supereſt modo plinthus baſeos columnæ. Et cum eadem quantitate, ac truncus ſtylobatæ, retrahatur, producantur rectæ angulares trunci indefinite. Punctum altitudinis plinthi T in ſcala acceptum jungatur cum 5° recta T 5°, erit interſectio E cum producto angulo trunci, angulus ſupremus plinthi, qui ſi nectatur cum 40°, & 50°, etiam G & F reliquos conſpicuos determinabit.

446. Hisce ſubjungamus obſervationes quasdam in præcedentes operationes.

I°. Si in prima magnitudinum & ſitus conſtitutione ſit projectura quædam ultra angulum infimum baſis, cui totum objectum inſiſtit, excurrens, ea in ſcala projecturarum deſignetur diviſione cis punctum A.

447. II°. Si margo ſupremus tabulæ eodem modo, ac infimus, diviſus ſit, ut N. 372 inſinuatum eſt, facilis erit omnium perpendicularium occurrentium erectio, quippe quæ fiet, ſi regula ita ad punctum, ex quo perpendicularis excitanda eſt, applicetur, ut per easdem utriusque marginis diviſiones tranſeat.

448. III°. In Perſpectiva practica diagonalium inſignis eſt uſus, tum ut angulorum in polygonis ſitus ad examen revocetur, tum etiam ut reperiantur polygonorum centra. Sic in allato exemplo operationum bonitas examinari potuit hunc in modum, obſervando ſcilicet, an omnium diagonalium, quæ ductæ ſunt, interſe-

ctiones ſint in eadem recta, ad lineam verticalem parallela, cum omnes debeant in axe ſtybolatæ, cujus projectio eſt linea perpendicularis, eſſe.

449. IV°. Interſectio diagonalium etiam adhiberi poteſt ad reperiendum in tabula punctum, in quod cadit perpendiculum ex apice alicujus pyramidis, turris campanariæ, alteriusve in cuſpidem coeuntis, aut tentorii militaris &c demiſſum.

450. V°. In diagonalibus commodiſſime etiam projecturæ, & retractiones diverſarum partium objecti determinantur; attamen hic uſus, quem præcedente exemplo oſtendimus, ad quadrata ſolum, & polygona regularia reſtringendus eſt; projecturæ enim & retractiones ad ſingula latera æquales quadrata aut polygona regularia concentrica conſtituunt, ideoque earum anguli ſunt in diagonalibus per centra planorum, quibus inſiſtunt, tranſeuntibus.

451. Quod ſi itaque hæc plana quadrata non ſint, ſed ut plerumque evenit, parallelogramma rectangula, velut ABCD (fig. 72), ubi AB, CD ſunt $3\frac{1}{2}$ modulorum, & BC, AD $4\frac{1}{2}$ decreſcentium; accipiantur in projectionibus laterum in ſe longiorum partes AE, BF; DG, CH optice æquales lateribus in ſe minoribus, in noſtro exemplo $3\frac{1}{2}$ modulorum decreſcentium, ut in plano ABCD deſcribantur duorum quadratorum ABFE, DCHG projectiones, quarum diagonales BE, AF; GC, DH, uti ſuperius, ad angulos projecturarum, & partium retractarum reperiendos adhiberi poterunt. Commodum quoque fuerit, ſi ex his diagonalibus aliqua dividatur, & *ſcalæ projecturarum* vices agat.

452. At ſi planum ſit polygonum irregulare, tum loco rudioris illius partium adumbrationis, quæ veras magnitudines, ac ſitum ſolis notis numericis indicat, accurata, & geometrica conſtructio facienda eſt, projecturis & retractionibus ex veris dimenſionibus conſtitutis, & id quidem ope ſcalæ exactæ, magnique partium numeri, ac tantæ magnitudinis, ut etiam minores partes rite accipi poſſint. Præterea binæ perpendiculares in hoc plano ducendæ ſunt, quarum altera ſitum tabulæ, altera plani ejusdem verticalis habeat, ut ope circini ſingulorum punctorum ab his diſtantia accipi, & in ſcalam transferri poſſit, eorumque projectio perſpectiva juxta Problema V vel XII fieri.

CAPUT

CAPUT IV.

Apparatus necessarius, quando magnus objectorum situ, & magnitudine datorum numerus optice delineandus est.

Frontem scenæ appello omnia ea objecta, quæ in tabula ceteris anteriora, & velut in fronte, integra exhibenda sunt.

453. I°. Cum magnus objectorum numerus est, quæ in tabula exhiberi debent, sive, quod eodem redit, quando objectum repræsentandum ingens est, v. g. ædes magnificæ, palatium quodpiam, vel hortus cum suis ambulacris &c. distantiis partium inter se, situ, ac magnitudine constituta, seu rudiori rerum delineandarum adumbrationi adscriptis numeris dimensionum, seu in tabellam ex ordine relatis, primo indagandum est, quantum a tabula frons scenæ remota esse debeat. Hoc ut rite fiat, sumenda est ex tabella magnitudinum parata objecti ceteris vicinioris, magisque eminentis altitudo, & sequens analogia facienda:

Ut altitudo tabulæ
Ad radium principalem;
Ita altitudo objecti
Ad distantiam ab oculo, in qua constituendum est objectum, ut integrum in tabula exhiberi possit.

Exempli causa: si supponamus, A B (fig. 65) esse objectum vicinissimum, simulque altissimum, ad 16 modulos assurgens; altitudinem tabulæ T R continere 5 modulos; radium principalem O T denique 10 modulis æqualem: erit R T : T O = B A : A O. Subductis calculis reperitur A O = 32 modulis, ideoque A T = 22 modulis. Igitur frons scenæ 22 modulis a plano tabulæ distare debet, ut objectum ei proximum, & ceteris altius integrum videri possit.

454. II°. Ulterius videndum, an ea sit tabulæ latitudo, ut totam frontis scenæ amplitudinem capiat. Quem in finem fiat proportio:

Ut distantia objecti ab oculo per præcedentem analogiam reperta
Ad radium principalem;
Ita est latitudo frontis scenæ
Ad latitudinem, quam tabula habere debet, ut illam capiat.

455. Esto A B (fig. 67) latitudo frontis scenæ = 48 modulis; O locus oculi ob objecto A B 32 modulis distantis = O C; D E latitudo tabulæ. Si tabula totam frontis latitudinem exhibet, radii ex oculo ad extrema utrinque latitudinis puncta ducti per ipsos margines tabulæ ad D, & E transeunt. Sunt autem triangula A O B, D O E ob parallelas A B, D E similia; itaque perpendiculares O C,

OF ſunt magnitudines homologæ; & hinc OC: OF = AB: DE. Inſtituto calculo invenitur DE = 15 modulis. Ergo latitudo tabulæ 15 modulorum eſſe debet, ut in ea tota frontis ſcenæ latitudo & altitudo repræſentari poſſit. At ſi v. g. tabula non eſſet, niſi 12 modulos lata, frons ſcenæ longius removeri deberet, novaque diſtantia ex ſequente analogia, quæ prioris inverſa eſt, reperiretur:

Ut Latitudo tabulæ
Ad radium principalem;
Ita eſt latitudo frontis ſcenæ
Ad diſtantiam ejusdem ab oculo, ut tota in tabula exhiberi poſſit.

In priore hypotheſi invenietur 40 modulorum, ut adeo a tabula 30 modulis removeri deberet.

456. II°. Ut linea horizontalis, & verticalis tabulæ determinetur, eligendum eſt punctum in fronte ſcenæ, cui oculus ſpectatoris directe opponi debet; erit igitur certa quædam ejus puncti diſtantia a latere alterutro hujus frontis, tum etiam altitudo ſupra planum geometricum: utraque ſi e tabella magnitudinum ab initio conſtitutarum ſumatur, illa dabit diſtantiam lineæ verticalis ab alterutro margine laterali tabulæ; hæc vero diſtantiam lineæ horizontalis a margine inferiore. Hinc duæ, quæ ſequuntur, fiant analogiæ:

Ut diſtantia oculi a puncto in fronte ſcenæ aſſumto
Ad radium principalem;
Ita eſt diſtantia ejusdem puncti ab alterutro latere frontis ſcenæ
Ad diſtantiam lineæ verticalis a margine tabulæ ad eam partem ſumto, ad quam acceptum eſt latus ſcenæ.

Eſt enim CO : FO = CB : FE.

Dein . . . .

Ut diſtantia oculi a puncto in fronte ſcenæ aſſumto
Ad altitudinem ejusdem puncti ſupra planum Geometricum;
Ita eſt radius principalis
Ad diſtantiam lineæ horizontalis a margine inferiore tabulæ.

Etenim ſi CE (fig. 66) repræſentet planum geometricum, CA altitudinem puncti in fronte ſcenæ aſſumti, DF tabulam, patet eſſe OA : AC = OT : DT.

457. Quod ſi altitudo oculi ſupra planum geometricum alia commodior viſa fuerit, quam puncti in fronte ſcenæ aſſumti, ita ut hoc punctum ſolummodo ad ſitum lineæ verticalis determinandum adhibeatur, poſtrema analogia hunc in modum ex iisdem triangulis AOC, ODT conſtituenda erit.

Ut diſtantia oculi a verticali ad planum geometricum, quæ per punctum in fronte ſcenæ aſſumptum tranſit,

Ad

Ad altitudinem oculi ſupra planum geometricum;
Ita eſt radius principalis
Ad diſtantiam lineæ horizontalis a margine inferiore tabulæ.

458. IV°. Si frons ſcenæ AB (fig. 69) non ſit parallela plano tabulæ, ſed quantitate data BAL inclinata; uti ſi frons ædificii oblique oculo objicienda ſit, quæ totam tabulæ latitudinem exæquet; calculi præparatorii non nihil plus difficultatis habent: quæ tamen evitari poteſt, diverſis dimenſionibus tabulæ aſſumtis, dum tentando eæ reperiantur, quæ propoſito faciant ſatis; ſi ſcilicet prius quatuor extrema frontis ſcenæ puncta optice deſignentur, & ex trapezio inde orto tabulæ altitudo, & latitudo conſtituatur. Quod ſi lubeat eas calculo directe invenire, is ſequente ratione ineundus eſt.

459 Ubi punctum F, per quod planum verticale tranſire debeat, conſtitutum eſt (fig. 69), & ſeu ex calculo trigonometrico, ſeu ex conſtructione geometrica ſcalæ accuratæ ſubſidio magnitudo linearum AL, FM, AH, FH tenetur, ſit $OP = r$, $DE = t$, $PE = x$: eſt nempe PE diſtantia lineæ verticalis a tabulæ margine E, qua mox ſubjiciendo calculo reperta, cetera facile invenientur. Sit præterea $BL = b$, $FM = HL = d$, $AH = f$. Ex triangulis BGL, OPE ſimilibus habetur $OP : PE = BL : LG$, ſive $r : x = b : \frac{bx}{r} = LG$. Hinc $HG = d - \frac{bx}{r}$. Dein ob ſimilitudinem triangulorum HGO, PEO, eſt $PE : OP = HG : HO$, vel $x : r = d - \frac{bx}{r} : HO = \frac{dr}{x} - b$. Denique quia ſimilia ſunt triangula AHO, DPO, eſt $DP : PO = AH : HO$, aut $t - x : r = f : HO = \frac{fr}{t-x}$. Ex duplici valore de HO fiet hæc æquatio $\frac{dr}{x} - b = \frac{fr}{t-x}$, & facta reductione $xx - \frac{drx - btx - frx}{b} = - \frac{drt}{b}$; aut ſi brevitatis gratia ponatur $\frac{dr + bt + fr}{b} = a$, erit $xx - ax = - \frac{drt}{b}$. Unde $x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\left(\frac{1}{4}aa - \frac{drt}{b}\right)} = PE$. Ex PE datur etiam PD; inde $PD : OP = HA : HO$; eſt vero $PF = HO + HF - OP$: igitur habetur quoque diſtantia puncti viſus tabulæ P a puncto F in fronte ſcenæ, per quod planum verticale tranſire debet.

460. V°. Circa ſitum, & altitudinem oculi illud hic advertendum, in tabulis, quæ ornandis cubiculis deſtinantur, aliisque id genus picturis, altitudinem oculi commode 7 vel 8 pedum ſupra planum geometricum aſſumi, niſi quando magnus objectorum numerus

merus in eadem tabella repræsentandus est, v. g. integer hortus. Tunc enim major tribuenda est oculo altitudo, ne partes remotiores nimium contrahi debeant, & confuse appareant. Id genus delineationes opticas Galli ad *visum volucris* factas dicunt, quod tanta assumatur oculi altitudo, quasi ex sublimi cum avibus objectum intueri liceret.

461. Non igitur altitudo oculi ad communem hominis staturam exigenda est, ut 5 vel $5\frac{1}{2}$ pedum sit, nisi tabula ex magna distantia spectari debeat, ac intuentibus illudere, ut planum in ea depictum, cum solo, in quo consistunt, in directum jacere, ac ultra tabulam excurrere arbitrentur. Hujusmodi sunt tabulæ, quæ in fine ambulacri vel horti constitutæ, eorum limites longe ultra protensos exhibent. In theatrorum ornatu oculi locus prope medium amphitheatri sumitur, atque ad altitudinem trium, quatuorve pedum supra libellam illius, ut suggestum theatri directe excurrere, & plano perspectivo continuum videatur.

462. Quod universim hac in re dici potest, illud est, talem semper oculi altitudinem eligendam esse, ut quam distinctissime videantur objecta, quorum projectio tabulæ maximam pulchritudinem conciliat. Hoc autem non aliter determinari potest, quam si prius tota scena diversis modis adumbretur rudius, ut oculo diversimode collocato apparitura est. Etenim certissimum est *ideo delineationem fieri ex legibus Perspectivæ, ut imagines pulchræ sint; at vero non ideo omnes imagines esse pulchras, quod earum delineatio ad leges exacta sit.* Est hæc sors omnium quidem artium, maxime tamen earum, quarum principia ex arbitratu nostro non pendent.

463. VI°. Longitudo radii principalis distantiæ objectorum a tabula proportionata esse debet, ne rerum delineandarum partes aut contrahantur nimium, aut a figura sua naturali dissideant. Et si quidem tabula nec nimium procul spectari debeat, nec uni affigi loco, sequens teneri potest regula: *radius principalis nec minor esto dimidia, nec longior integra diagonali tabulæ, si objecta præcipua integra exhibenda sunt.*

464. Nam experientia nos docet, uno obtutu, & oculo immoto, non posse objectum videri integrum, si angulus a radiis ab objecti extremis ad oculum ductis comprehensus sit obtusus, nec satis distincte partes ejus cerni posse, si idem 60 gradibus minor sit. Hinc vero facile patet, quod si oculus F (fig. 68) a medio tabulæ D distet quantitate DF æquali diagonali BC, radii ex oculo ad angulos tabulæ B, & C ducti, FB & FC, excedant diagonalem BC (cum hypotenusa FC major sit catheto FD = BC); atque ideo crura trianguli BFC paullo longiora sunt, quam in triangulo æquilatero; igitur angulus

lus ad oculum minor eſt 60 gradibus. (Reperitur facili calculo 53°, 8′).

465. At ſi oculus E diſtet dimidia diagonali BC = ED, triangula EBD, ECD ſunt rectangula, & iſoſcelia; igitur anguli BED, CED ſunt ſinguli 45 graduum, & totus BEC 90 graduum.

466. In majoribus projectionibus, ut ſunt picturæ theatrales, hortenſes, ambulacrorum &c, quæ procul ſpectandæ ſunt, nec ſubtiliore elaborandæ penicillo, nec etiam objecta integra exhibere debent, diſtantia oculi ex ſitu loci determinanda eſt.

CAPUT V.

De Perſpectiva Umbrarum.

467. Regulis umbras optice exhibendi ars Pictoria nequaquam carere poteſt, maxime quando imagines referre debent corpora a ſole, aliove vicino lumine colluſtrata, ut umbrarum nigriorum limites non poſſint non in ſpectatoris oculos incurrere.

468. Punctum lucidum (ſive a quo corpus opacum illuſtratum umbram in partem directe oppoſitam projicit) poteſt eſſe vel trans tabulam, vel in ejusdem plano, vel cis iſtud.

469. Quando punctum lucidum eſt trans tabulam, fieri poteſt, ut vel ſit ante corpus opacum, vel poſt iſtud; ſi primum, umbra ita exhibenda eſt, ut intelligatur recedere a tabula, ideoque ejus projectio verſus lineam horizontalem dirigetur; ſi hoc, ſitque ſimul lucidum opaco altius, umbra verſus ſpectatorem cadet, & ejus delineatio verſus marginem inferiorem tabulæ verget; at ſi punctum luminoſum ſit depreſſius corpore illuminato, hujus umbra quidem rurſus ita exhibenda eſt, ut appareat verſus ſpectatorem projici, attamen in plano tabulæ verſus marginem ſuperiorem delineanda eſt.

470. Si punctum lucidum ſit cis tabulam, aut inter oculum, & tabulam exiſtere intelligitur, aut a tergo ſpectatoris. In utroque caſu umbræ recedunt a tabula, & projectio earum versus lineam horizontalem dirigitur.

471. Si punctum lucidum ſit Sol aut Luna, hoc ſupponi nequit, niſi vel ſit trans tabulam poſt objecta, vel in plano tabulæ, vel cis tabulam a tergo ſpectatoris: neque enim fieri poteſt, ut ſit trans tabulam, & ante corpus delineandum, aut intra tabulam & oculum, niſi ſimul ſit in ipſo zenith alicujus puncti inter tabulam & corpus opacum, vel inter oculum & tabulam ſiti; at quia diſtan-

tia horum ſiderum fere immenſa eſt, hi caſus locum non habent, niſi quando ſimul ſunt in zenith corporum delineandorum, tabulæ, & oculi, ideoque in plano tabulæ.

472. Ex his apparet, umbras corporum a ſole vel luna illuminatorum facilius determinari, quam quæ ex vicina alia luce, v. g. lampadis, vel cerei ardentis, oriuntur.

ARTICULUS I.

De proprietatibus umbrarum, quarum ratio in Perſpectiva habetur.

473. Quoniam proprietates umbrarum generales jam Parte I demonſtravimus, ſatis eſt, ſi modo eas hic afferamus, quæ ad Perſpectivam attinent.

474. THEOREMA I. *Umbræ corporum a ſole oriente vel occidente illuminatorum in planum horizontale projectæ; ſeu univerſim umbræ corporum, quando ſol aut punctum lucidum eſt in eodem plano, cui illa inſiſtunt, indefinitæ ſunt.*

Nam longitudines umbrarum ſunt (37) ut cotangentes altitudinum corporis lucidi ſupra planum illuminatum; igitur quando hæc altitudo nulla eſt, hoc eſt, quando lucidum eſt in plano, in quo ſupponitur corpus opacum, cotangens altitudinis eſt infinita.

475. THEOREMA II. *Umbræ corporum ex luce ſolari intercepta ſunt ejusdem longitudinis, ac corpora, ſole elevato ad* 45°.

Umbræ ſunt longitudinis corporum dimidiæ, partes tertiæ, quartæ &c, ut altitudo ſolis fuerit 63°, 26′, vel 71°, 34′, aut 75°, 58′ &c. Vel vero ſunt duplæ, triplæ, quadruplæ &c ſole elevato ad 26°, 34′, ad 18°, 26′, ad 14°, 2′ &c, quæ omnia manifeſta ſunt ex tabulis tangentium.

476. THEOREMA III. *Umbra rectæ objectivæ cadens in planum quodcunque, eſt etiam optice recta.*

Nam punctum lucidum eſt vertex, & radii per extrema rectæ objectivæ tranſeuntes, ſunt latera trianguli, cujus baſis eſt recta objectiva: umbra porro hujus rectæ eſt planum trianguli ultra baſin productum: atqui hoc planum nequit per alterum planum occurrens ſecari, niſi linea recta (Elem. 629.): & hæc ſectio eſt projectio perſpectiva umbræ a linea objectiva in planum occurrens triangulo cadentis; igitur &c.

477. COROLL. *Datis itaque duobus punctis, per quæ umbra a linea recta projecta tranſit, datur ſitus umbræ.* Et viciſſim *ut inveniatur ſitus umbræ*

bræ in planum quodpiam cadentis, reperienda sunt duo puncta illius plani, per quæ umbra transit.

478. THEOREMA IV. *Umbra corporis opaci a puncto lucido illuminati est truncus pyramidis, quem complet pyramis verticem punctum lucidum, & basin partem illuminatam corporis opaci habens. Extenditur indefinite in plagam oppositam puncto lucido, donec alterius corporis superficie intercipiatur; & spatium, quod in hac superficie occupat, est umbra projecta a priore corpore illuminato.*

Theorematis evidentia demonstratione non eget.

479. COROLL. I. *Umbra corporis a puncto lucido illuminati eo latior est, quo lucidum illuminato propius, & superficies umbram excipiens ab opaco remotior est.*

480. COROLL. II. *Umbra corporis illuminati a lucido infinite distante, ut a sole vel luna, est prisma indefinite longum, cujus basis altera est superficies illuminata corporis, altera superficiei umbram excipientis illud spatium, quod in eadem umbra occupat.* Hoc enim in casu radii a lucido venientes sunt inter se paralleli.

481. COROLL. III. *Si ad penumbram non attendatur, umbræ linearum rectarum exceptæ plano iis parallelo, sunt rectæ, & lineis, a quibus projiciuntur, æquales.* Duo enim radii per extrema ejusmodi lineæ transeuntes sunt inter se paralleli, ideoque cum linea & ejus umbra parallelogrammum constituunt. Ex hoc vero deducitur *primo, umbras corporum a sole illuminatorum habere eandem latitudinem cum objectis suis directe soli expositis. Secundo: Projectiones perspectivas umbrarum suis rectis objectivis parallelarum debere* (363) *ad eadem puncta accidentalia concurrere, ad quæ convergunt projectiones ipsarum linearum lumen intercipientium.*

482. COROLL. IV. Perimeter umbræ nil aliud est, quam projectio quædam Perspectiva, pro qua locus oculi est punctum lucidum, objectum perimeter superficiei illuminatæ, tabula illa superficies, quæ umbram excipit.

483. THEOREMA V. *Umbra a linea verticali in planum quodvis projecta, si producatur, transit per illud punctum plani, in quod cadit perpendiculum a puncto lucido demissum.*

Sit (fig. 70 & 71) L punctum lucidum; P vel *p* punctum in plano seu inclinato, seu ad libellam posito, infra, aut supra lucidum, in quod cadit perpendiculum; verticales in hoc plano positæ sint AB, vel CD; dico earum umbras FB, ED productas per P vel *p* transire. Cum enim rectæ AB vel CD sint verticales, plana quoque triangulorum umbræ FAB, EDC erunt verticalia; atqui hæc si producantur, per L transire debent, ideoque sese in verticali LP intersecant: ergo etiam latera FB, ED producta transeunt per P vel *p*.

484. COROLLARIUM I. *Si lucidum* L *ſit ſol vel luna, puncti, in quod cadit perpendiculum in planum Geometricum inde demiſſum, projectio eſt in linea horizontali.* Non enim, niſi ad diſtantiam infinitam a tabula, perpendicularis ex ſole ad planum horizontale demiſſum huic plano occurrere poteſt.

485. COROLLARIUM II. *Si plura lucida eandem lineam verticalem illuminant, tot fiunt umbræ, quot ſunt lucida, quæ ſingulæ, ſi producantur in plano, in quo excipiuntur, tranſeunt per puncta, in quæ cadunt perpendicula a lucidis oppoſitis demiſſa.*

ARTICULUS II.

De umbris corporum, quando ſol vel luna eſt in eodem plano cum tabula.

486. I°. Dum ſol in plano tabulæ & ſimul in horizonte verſatur, uti dum oritur vel occidit, omnes corporum umbræ in planum Geometricum projectæ, ob debilitatem lucis, ſunt dilutiores, ſimulque infinitæ (474). Quare earum projectiones opticæ lineæ horizontali tabulæ parallelæ protenduntur; & ſiquidem occurrat ſuperficies quædam ſupra horizontem erecta, in ea ad altitudinem corporibus lumen intercipientibus æqualem aſſurgunt. Cetera ex figura hic annexa facile intelliguntur. Vide fig. 80.

487. II°. Quando ſol angulo dato ſupra horizontem elevatus eſt, ſitus umbræ determinatur parallela ad lineam horizontalem ex pede corporis illuminati ducta, v. g. (fig. 81) ex *a*; dein ad apicem ſupremum *c* conſtruatur cum perpendiculo *c a* angulus æqualis complemento altitudinis ſolis; recta *c b* terminabit umbram *a b*, angulo *c b a* altitudini ſolis æquali; niſi forte obſtaculum opponatur, velut ſolidum A, vel murus *hm*. Hoc ſi fiat, umbra ex *d* perpendiculariter aſcendet in ſolidi plano *de* (planum enim trianguli umbræ *cab* verticale a plano occurrentis ſolidi itidem verticali non poteſt aliter, quam linea perpendiculari ſecari); inde in ſuperiore plano ſolidi parallele ad horizontem procurret ex *e* in *f*; tum rurſus in *g* priorem ſitum reſumet usque ad *i*. Hinc in muro verticali *hm*, usque dum in *k* pertingat ad lineam *c b*, aſſurget. Umbra ſolidi A eodem modo definitur, quem attulimus pro corpore *c a*, dum nullum obſtaculum occurrit.

488. OBSERVA. Quando altitudo ſolis arbitraria aſſumi poteſt, opus non eſt angulo ad *c*, ſed definitur longitudo umbræ ex ratione, quam ad corporum altitudinem habere ſupponi poteſt.

ARTI-

ARTICULUS III.

De umbris corporum, quando sol vel luna est post planum tabulæ.

489. Si sol oriens vel occidens sit in ipso horizonte, scire oportet (aut si arbitrarium est, assumere) quantum planum verticale per oculum & centrum solis transiens a plano verticali tabulæ declinet, hoc est, quonam divisionis lineæ horizontalis puncto centrum solis sit constituendum. (Id vero punctum *azimuthum solis* vocare licet). Hoc ubi in linea horizontali, etiam producta, si necesse sit, habetur, ipse sol delineari potest dimidio disco supra lineam horizontalem eminens, 24 vel 25 minutis ex illis divisionibus utrinque a centro pro radio sumtis: apparet enim sol major in ortu suo, vel occasu, quam dum supra horizontem elevatus est.

490. Punctum lineæ horizontalis, in quo est centrum solis, est punctum accidentale umbrarum a lineis verticalibus projectarum (483). Umbræ vero istæ debiles sunt, & versus marginem inferiorem tabulæ indefinite extenduntur, nisi quando illis planum aliquod verticale, aut aliud inclinatum, v. g. murus quispiam, aut corpus quodvis opponitur.

491. Sit exempli causa azimuthum solis occidentis 40°. Umbra corporis A (fig. 83) terminatur utrinque linea recta ad punctum 40° tendente, ac in plagam huic oppositam indefinite producta. Umbra item cylindri B comprehenditur duabus rectis versus 40° convergentibus, verum ubi ad gradum infimum obstaculi pertingit, verticaliter per *ei* ascendit; tum in plano superiore horizonti parallelo directione *io* ad 40° vergente extenditur; ex *o* rursus usque in *l* perpendiculariter erigitur; ex *l* in *u* situm versus 40° iterum acquirit; tandem ex *u* in *r* in plano verticali assurgit, ibique terminatur, linea *ru* optice altitudini cylindri æquali.

492. II°. Si sol sit supra horizontem, sumendum est ejus azimuthum in linea horizontali, ut habeatur punctum accidentale umbrarum a lineis verticalibus projectarum. Tum vero seu ex data, seu ex assumta (si arbitrio nostro permittitur) solis altitudine ratio longitudinis umbrarum ad altitudinem corporum determinanda est, quæ eadem est (474), ac sinus totius ad cotangentem anguli altitudinis solis. Uti si sol ponatur 20° supra horizontem, & versus sinistram a plano verticali declinet 40°, reperitur cotangens 20° ad sinum totum, ut 2, 75 ad 1, seu longitudo umbræ in plano horizontali æqualis $2\frac{3}{4}$ altitudinis corporis. Esto itaque AC (fig. 82) corpus verticaliter erectum: ducatur ex ejus

basi A recta A B per punctum Z 40 graduum transiens, fiatque perspective æqualis $2\frac{3}{4}$ A C: si nullum objiceretur impedimentum, umbra foret A B. At quia isthic interponitur prisma *pk*, umbra ex A ad O producta, ex basi prismatis perpendiculariter per O E attollitur: dein directione E I ad 40° servata superius prismatis planum emensa rursus in F comparet trans umbram a prismate projectam, atque ad B usque, situ eodem procurrit, quem primo habuit.

493. Ex figura hac intelligitur, umbram prismatis determinari, ductis primo *p* G, Q N, R M ex puncto accidentali 40°, & indefinitis; tum facta una earum, v. g. Q N, $2\frac{3}{4}$ altitudinis Q T optice æquali, & ducta M N ad punctum visus S, quod nempe latus prismatis *k* T ad idem dirigatur (481); tandem facta N G ad lineam horizontalem parallela, cum latus T D situm eundem habeat.

494. OBSERVA I. Si quis locum solis in tabula, producta, si necesse sit, exhibeat, velut in M, terminus umbræ B corporis A C obtinetur, si regula ad M & C applicata secetur recta per 40° & pedem corporis transiens Z B in B. Eodem modo punctum N umbræ solidi *pk* reperitur.

495. OBSERVA II. Hæc methodus commodissima est, quando altitudo solis nostro arbitrio relinquitur; at si hæc determinata sit, quæri prius debet M Z modo superius (411) exposito, & demonstrato.

ARTICULUS IV.

De umbris, quando sol est a tergo spectatoris.

496. Cum sol a tergo spectatoris est, umbræ eodem modo determinari possunt, ac in superiore articulo, si concipiatur esse in puncto diametraliter opposito infra horizontem. Unde notari debet gradus azimuthi solis in linea horizontali in parte opposita illi, in qua reipsa versatur respectu plani verticalis. Tum si res poscat, inito calculo eruitur, seu, si nihil determinetur, assumitur ratio longitudinis umbræ ad altitudinem corporum; indeque longitudo umbrarum optice ex scala decrescente sumitur, situ earum a pede corporum lumen intercipientium semper versus punctum azimuthi directo.

497. Potest quoque locus solis in tabula exhiberi, altitudine arbitraria, si nihil præscribatur, aut Geometrice determinata, si data sit, ut limites umbrarum reperiantur. Sit exempli causa sol

a ter-

a tergo ſpectatoris ad partem ſiniſtram 40° a plano verticali, & 20° ſupra horizontem: oporteat invenire umbram perticæ verticaliter erectæ A C (fig. 84). Ex A ducatur ad Z (40° verſus dextram in linea horizontali) recta AZ. In Z M, ad horizontalem S Z normali, accipiatur locus M centro ſolis oppoſitus, ita ut Z M ſit projectio perſpectiva arcus cæleſtis verticalis 20 graduum: jungantur M & C: erit terminus umbræ in B.

498. Etenim umbra ex luce ſolari a quocunque puncto intercepta, ſi nullum interponeretur obſtaculum, directe projiceretur in punctum ſoli diametraliter oppoſitum in cælo: ergo punctum hoc ſoli oppoſitum, punctum plani umbram intercipientis, & punctum, in quo exiſtit ſol, ſunt in eadem recta.

ARTICULUS V.

De umbris corporum, quando lucidum vicinum eſt, uti candela ardens.

499. I°. *Quando lucidum eſt poſt tabulæ planum.*

Ut umbræ expedite inveniantur, in ipſa tabula, producta, ſi opus eſt, exhibeatur lucidum ex regulis perſpectivæ, una cum projectione puncti in plano Geometrico, in quod perpendiculum a lucido demiſſum cadit, quod *pedem lucidi* deinceps vocabimus: eſt enim hoc punctum accidentale omnium umbrarum, quæ ex intercepta luce hujus corporis oriuntur. Ceterum methodus umbras hujusmodi exhibendi eadem omnino eſt, ac Art. III deſcripta; illud modo advertendum, quod ſi lucidum ſit humilius, quam corpus opacum, umbra hujus in lacunar (ſi quod in tabula repræſentetur) projecta dirigatur verſus punctum, in quod verticalis ex pede lucidi erecta incidit.

500. II°. *Quando lucidum eſt in plano tabulæ.*

Rurſus lucidum in tabula deſignandum, quod facile admodum eſt; quoniam enim nullam a tabula diſtantiam habet, ejus projectio tantundem a linea verticali, & horizontali diſtat, quantum ipſum a plano horizontali & verticali. Pes porro lucidi erit in ipſo inferiore margine tabulæ, ideoque umbræ eodem prorſus modo, ac prius, determinantur.

501. III°. *Quando lucidum eſt intra oculum, & planum tabulæ.*

Eadem hic quoque adhibenda methodus, lucido ejusque pede in tabula deſignatis. Quare in analogia ſolutionis generalis (351) ponendum eſt: *ut radius principalis minus diſtantia puncti lucidi a tabula* &c loco *plus diſtantia* &c. Quod ſi enim ſumatur planum A S D I

(fig.

(fig. 46) pro tabula, & *asdi* pro plano tabulæ parallelo, in cujus puncto *d* sit lucidum, liquet, A O esse radium principalem; A *a* distantiam lucidi a tabula; *as*, seu *id*, ejusdem distantiam a plano horizontali; *ai* sive *sd* denique ejus distantiam a plano verticali: unde erit O *a* (vel O A — *a*A) : O A = *ai* (vel *sd*) : A I (vel S D) = *as* (vel *id*) : A S (vel D I). Observandum vero, lucidum nec debere esse multum supra planum horizontale, nec multum a plano verticali remotum, nec etiam nimis vicinum plano tabulæ parallelo, quod per oculum transit; alias illius projectio longe extra tabulæ margines erit: & pedis quidem lucidi projectio semper infra marginem infimum tabulæ cadit.

502. OBSERVA. Quoniam lux hunc in modum incidens non parum decoris imaginibus adfert, si arbitraria sit lucidi collocatio, ea assumatur tum ab horizontali, tum a verticali plano distantia, ut ejus projectio paullo extra alterutrum marginem lateralem tabulæ, ac non nihil supra lineam horizontalem cadat.

503. *Quando lucidum est a tergo spectatoris.*

Situs hic lucidi commodissimus quidem est, ut objecta aliquantum remota distincte videantur: verum determinatio umbrarum difficillima evadit, quod neque lucidi, neque ejus pedis projectio in tabula fieri possit, ideoque non habeatur punctum accidentale concursus umbrarum. Quare alia quævis lucidi collocatio eligenda. Ne quid tamen hac in materia desideretur, regulas pro umbrarum determinatione subdimus.

504. I°. Itaque quærenda est per calculum distantia puncti visus ab illo puncto lineæ horizontalis, ad quod umbra cujusvis objecti verticalis dirigitur. Si igitur punctum illuminatum & punctum lucidum sint ad eandem partem plani verticalis, inferatur: *ut summa distantiarum puncti illuminati & lucidi a plano tabulæ, est ad differentiam distantiarum eorundem punctorum a plano verticali; ita est radius principalis ad distantiam quæsitam*, quæ versus eandem partem in linea horizontali accipienda est, ad quam est punctum illuminatum, si hujus distantia a plano verticali major sit, quam distantia lucidi ab eodem: at si minor sit, ad partem oppositam.

505. Ex hoc patet, quod si punctum illuminatum, & punctum lucidum habeant eandem distantiam a plano verticali, sintque ad eandem ejus partem, situs umbrarum dirigatur ad punctum visus.

506. Verum si punctum illuminatum, & punctum lucidum sint ad diversas partes plani verticalis, fiat sequens analogia: *ut summa distantiarum horum punctorum a plano tabulæ, est ad summam distantiarum eorundem a plano verticali; ita radius principalis est ad distantiam puncti visus ab illo puncto lineæ horizontalis, ad quod umbra dirigitur.* Et hæc quidem di-

distantia semper ex ea parte sumitur, ad quam est punctum illuminatum.

507. Calculo modo exposito id egimus, ut inveniretur inclinatio basis trianguli umbræ ad planum verticale. Nam sit L (fig. 85) pes puncti lucidi in plano geometrico; GE sit situs plani verticalis; IK tabulæ; B punctum plani geometrici, in quod cadit perpendiculum e puncto illuminato demissum. Sit LD plano verticali parallela; & jungatur BL; patet, BL esse directionem umbræ in plano geometrico, ad planum verticale angulo DLB inclinatam. Jam vero in triangulo DLB est DL (seu DF+FL): BD (vel EL—GB)=R: *tang* DLB; & quia divisiones lineæ horizontalis sunt tangentes, radio principali sumto pro sinu toto (370): habetur DF+FL ad EL—GB, ut radius principalis ad distantiam puncti visus ab eo puncto lineæ horizontalis, ad quod umbra tendere debet. Quoniam autem B propius est plano verticali, quam L, situs umbræ inclinatus ad planum verticale vergit in partem oppositam puncti illuminati. Idem ratiocinium facile punctis illuminatis A & C pro casibus reliquis applicatur.

508. II°. Calculanda est longitudo umbræ in plano geometrico inde a pede corporis illuminati accepta, ut ejusdem perspectiva projectio fiat. En vero methodum: distantia puncti visus ab altero puncto lineæ horizontalis præcedente calculo reperta transferatur ex puncto visus in lineam verticalem, nec refert, quam in partem hoc fiat. Mensuretur, quantum punctum lineæ verticalis, in quod translata cadit, distet a gradu 45to lineæ horizontalis, & inferatur: *ut factum ex radio principali in differentiam altitudinum puncti illuminati & puncti lucidi supra planum geometricum, est ad factum distantiæ ultimo repertæ in summam distantiarum puncti illuminati & puncti lucidi a plano tabulæ; ita est altitudo puncti illuminati supra planum geometricum ad distantiam umbræ a pede hujus puncti in plano geometrico acceptam.*

509. Supponit hæc analogia, punctum lucidum esse altius illuminato; si sit infra illuminatum, reperietur distantia umbræ accepta in plano parallelo ad planum geometricum, velut in lacunari, a puncto, in quo huic plano occurrit verticalis per punctum illuminatum transiens.

510. Pro demonstratione allatæ analogiæ, advertendum est, quod si in lineam verticalem transferatur recta æqualis tangenti anguli inclinationis lineæ LB, atque ejus extremum jungatur cum

gradu 45to lineæ horizontalis, oriatur triangulum ſimile triangulo BLD. Unde habetur (Elem. 556): ut radius principalis (qui dicatur r) ad hypotenuſam hujus trianguli novi (quæ d vocetur); ita eſt in triangulo BLD latus LD (ſive FL+FD) ad BL: igitur $BL = \frac{(LF+FD)\times d}{r}$.

511. Exhibeat porro LN (fig. 86) planum geometricum; LH altitudinem puncti lucidi H; BM ſit altitudo puncti illuminati M; ducatur MO parallela ad LN, erit HO differentia altitudinum puncti illuminati, & puncti lucidi; & ſi recta HM producatur in N, eſt BN diſtantia umbræ N a pede B puncti illuminati. Eſt vero ob triangula HOM, MBN ſimilia, MB: BN = HO (ſeu HL−MB): OM (vel LB); quare $BL = \frac{(HL-MB)\times BN}{MB}$. Si jam fiat æquatio ex duplici valore de BL, deducetur analogia: $r\times(HL-MB) : d\times(LF+FD) = MB : BN$. Q. E. D.

Quod ſi ſitus figuræ inverſus exhibeatur, ita ut LN repræſentet planum aliquod plano geometrico parallelum, H punctum lucidum illuminato M depreſſius, obtinebitur idem punctum umbræ N, manetque adeo idem calculus.

512. Observa I. Si idem objectum a pluribus lucidis diverſimode collocatis illuminetur, ſingulæ umbræ ex luce ſingulorum lucidorum intercepta eodem modo calculandæ ſunt, ac ſi quodvis lucidum ſolum eſſet. Umbræ porro ejusmodi prope pedem corporis illuminati inter ſe confunduntur, fitque ea pars tanto nigrior, quanto umbrarum major eſt numerus. Inde autem ſingulæ fiunt dilutiores, quo magis inter ſe ſeparantur, quo a pede longius recedunt, quo ſuperficies eas excipiens ab alio lucido vivacius illuſtratur. Hæc omnia facile intelligentur, ſi umbræ a corpore a pluribus candelis diverſum ſitum obtinentibus colluſtrato projectæ delineentur, ut neceſſe non ſit ſingula minutim diſcutere.

513. Observa II. Si duæ umbræ, quarum utraque in ſe admodum diluta, & vix perceptibilis, ſeſe interſecant alicubi, id ſpatium jam longe nigrius eſt, ut umbra facile diſtinguatur; & ſi plures adhuc umbræ illic ſe ſecarent, ſane multo magis nigreſceret.

ARTI-

Articulus VI.

Varia Problemata de Umbris.

514. Problema I. *Determinare umbram veram corporis a penumbra discretam.*

Resolutio. Facta projectione perspectiva corporis luminosi ED secundum omnes ejus dimensiones, determinetur ut supra (494) umbra unius lateris corporis opaci ex radiis e centro venientibus interceptis AG; tum etiam umbræ ex luce ab extremis limbis emissa, & ab eodem latere intercepta, AF, & AG. Eodem modo quærantur limites *f*, *g*, *h*, umbrarum ab altero opaci latere *ab* projectarum, & ducatur *f*F, in qua sumantur puncta I & *i* ita, ut FI sit perspective æqualis cum FG, & *if* = *fg*. Junctis AI, *ai*, erit trapezium A*ai*I umbra vera: A*ah*H vero exhibet limites penumbræ.

515. Observa. Si corpus lucidum non sit sphæra, velut si sumatur fax ardens, cujus flammæ latitudo sit ad altitudinem, ut *p* ad *q*; sumendum est FI ad FG, & *fi* ad *fg*, ut *p* ad *q*.

516. Problema II. *Determinare umbram rectæ* AB (fig. 87) *ad solum inclinatæ, quando positione & magnitudine datur.*

Resolutio. Quæratur trigonometrice vel graphice punctum D plani geometrici, in quod cadit perpendiculum a supremo puncto B lineæ inclinatæ demissum, ut quantum a plano verticali, & tabulæ distet, sciatur. Tum jungantur B & D, & quæratur hujus perpendiculi BD umbra DE (499). Ducatur ex A recta AE; erit hæc umbra lineæ AB. Quod si intercipiatur plano aliquo verticali FG, liquet, umbram fore AIK, puncto nempe K existente termino umbræ a perpendiculo BD projectæ.

517. Ut trigonometrice reperiatur punctum D, in triangulo BAD ad D rectangulo, notum est AB, & angulus inclinationis BAD; igitur inveniri potest AD. Si porro ducatur AN parallela plano verticali, & ad hanc ex puncto D perpendicularis DN, in triangulo ADN datur AD (ex priore triangulo repertum), & angulus NAD, ob datam declinationem lineæ AB a plano verticali: quare reperitur AN & ND, quibus habitis scitur positio puncti D, respectu puncti A positione dati.

518. Graphice res ſic peragitur. Ad A *d*, (fig. 88) parallelam plano tabulæ, conſtituatur angulus *d* A B æqualis inclinationi datæ lineæ objectivæ, cui etiam ſumatur A B æqualis. Demittatur perpendiculum B *d*, & erigatur A N ad A *d* normalis, quæ erit parallela plano verticali. Fiat N A F æqualis declinationi datæ lineæ objectivæ a plano verticali, & accipiatur in A F recta A D = A *d*, ducaturque D N ad A N perpendicularis: rectæ D N, A N præbebunt in ſcala diſcrimen ſitus puncti D inter punctum datum A.

519. OBSERVA. Si extremum B rectæ inclinatæ A B ſit ſupra lucidum C elevatum (fig. 90), ut punctum E (fig. 87) nequeat in plano geometrico haberi, accipiendum aliud quodvis ejusdem lineæ punctum L (fig. 90) infra lucidum C, indeque demiſſi perpendiculi L M umbra M O determinanda. Ducta ex A per O indefinita A O erit umbra quæſita, nuſpiam terminata, niſi incidat in aliquod planum ſupra geometricum elevatum.

520. RESOLUTIO ALTERA. *Quando datur rectæ inclinatæ projectio perſpectiva in tabula.* Sit ejusmodi projectio A B (fig. 91). Ex duobus quibusvis ejus punctis A, D demittantur perpendicula A C, D E in projectionem plani geometrici, & ducantur ex pede lucidi P per C & E indefinitæ P F, P G. Concipiatur planum ad horizontem perpendiculare (parallelum, ſi lubet, plano verticali, vel tabulæ, modo ne nimium ad rectas P F, P G ſit obliquum), cujus interſectio cum plano Geometrico repræſentetur optice per F K. Ex F, G, ubi rectæ P F, P G occurrunt interſectioni F K, erigantur perpendiculares indefinitæ F H, G I; & ex puncto lucidi L ducantur per A & D rectæ L A H, L D I, quæ in H & I plani aſſumti determinant umbras punctorum A & D: jungantur H & I recta, quæ ſecet F K in O: erit O in directione umbræ, cujus adeo ſitus eſt B O Q.

521. PROBLEMA III. *Determinare directionem umbræ a linea recta inclinata* A B *in plana lucido altiora projectæ.*

RESOLUTIO. Ex pede P lucidi L (fig. 96) ducatur per C, in quod cadit perpendicularis ab extremo B rectæ A B demiſſa, recta P C M, occurrens interſectionibus planorum perpendicularium graduum cum plano terræ, in punctis H, I, K, M, e quibus erigantur perpendiculares indefinitæ H N, I O, K Q, M R. Ducatur etiam ex puncto lucidi L per B recta L R, quæ exhi-

exhibebit umbras puncti B in ſingula plana verticalia graduum producta cadentes, ſcilicet N, O, Q, R. Quæratur per problema præcedens ſitus umbræ A*m* in plano terræ, quæ occurrit interſectionibus planorum verticalium (productis etiam) in *h*, *i*, *k*, *m*. Ducantur *h*N, *i*O, *k*Q, *m*R, quæ determinant ſitum umbræ in planis iisdem verticalibus graduum. Et ſi etiam umbræ ipſorum graduum S T, V X, Y Z declinentur, facile erit rectæ A B totam umbram A*hnostux*R, qua videri poteſt, exhibere.

522. Problema IV. *Invenire punctum, ad quod umbræ linearum verticalium in planum inclinatum incidentes dirigi debent.*

Resolutio. Ex pede lucidi P (fig. 92) ducatur (388) ad interſectionem plani inclinati cum plano terræ perpendicularis; aut ſi planum inclinatum A B C non pertingat uſque ad planum terræ, ducatur ex Q tantundem ſupra terram elevato, quantum latus C B, ad idem C B perpendiculum Q R, cujus quantitas modo mox exponendo quæratur. Tum fiat: ut ſinus totus eſt ad tangentem anguli inclinationis plani, in quod umbræ cadunt, cum plano terræ; ita eſt Q R ad Q T; erit T punctum accidentale omnium umbrarum projectarum a lineis verticalibus ex luce L intercepta: etenim in hoc puncto planum inclinatum A B C productum ſecat perpendicularem Q L ex lucidi puncto demiſſam.

523. Ut jam graphice inveniatur Q T, collocetur in plano figuræ hunc in finem ſeparatim conſtruendæ (vide fig. 93) punctum Q (cujus eadem ſupra planum terræ altitudo, ac lateris C B) ac recta B C, quæ idem latus plani exhibeat, ita ut figura hæc in plano exprimat verum ſitum tam lateris B C, quam puncti Q, reſpectu plani verticalis F G, & plani tabulæ G H. Demittatur ex Q perpendicularis Q R ad B C, & ducatur ad eandem B C parallela Q V. Fiat B R S æqualis angulo inclinationis plani dati cum plano terræ, & producatur S R, donec occurrat parallelæ Q V in T; tum accipiatur menſura de Q T in ſcala, & deſcribatur optice in tabula.

524. Scholium. Ex dictis apparet, quod determinatis punctis T & *t* (fig. 95), in quibus plana inclinata A B C, A C D, ſi producantur, ſecant perpendicularem L T ex puncto lucidi L demiſſam, facile ſit ductum umbræ N E F G H I K a verticali M N projectæ exhibere, ut figura indicat.

525. RESOLUTIO altera, *quando umbra fit ex intercepta luce solis.* Producatur latus plani inclinati D C (fig. 94) usque ad lineam horizontalem in I. Ex I ducatur per planum inclinatum quævis recta I L, ut pars K L sit in eo optice parallela cum latere D C. In plano terræ (vel generalius, in plano ad libellam posito, in quo est latus D C) quæratur punctum A, in quod cadit perpendiculum ab alterutro extremo K vel L demissum; & ducatur per I recta indefinita I N secans perpendicularem K A; item altera ex F, azimutho solis, transiens per quodvis punctum, v. g. D, lateris D C, & occurrens priori I N in O. Erigatur ex O perpendicularis, usque dum rectam I L secet in Q, jungantur Q & D recta, quæ producta concurrat in T cum perpendiculo e sole S demisso: erit T punctum concursus umbrarum a lineis verticalibus in planum inclinatum E D C projectarum.

Etenim manifestum est, triangulum D Q O rectangulum ad O, & cujus angulus Q D O æqualis est inclinationi plani D C E, esse in plano verticali O Q S F per solem S, & perpendiculum ex eo demissum S T, transeunte: igitur producta Q D determinat punctum T, in quo planum inclinatum D C E occurrit eidem perpendiculo S T.

526. OBSERVA. Non hic agimus de umbris in superficies corporum alias, quam planas, projectis; quemadmodum nec de ejusmodi projectionibus perspectivis tractavimus, quæ in alia, quam plana superficie delineari possent, uti in cylindrica, conica, sphærica &c, cum rarum admodum sit, ut id necessitas exigat, & res a brevitate nobis proposita sit aliena. Quod si tamen evitari id genus delineatio nequeat, principiorum, quæ attulimus, accurata notitia, & exercitatione firmata, Geometriæ quidam usus, loci, superficierum, corporum delineandorum conditiones, semper peculiares suppeditabunt regulas, quibus id præstari possit.

AUCTA-

AUCTARIUM.

THEORIA MICROMETRI OBJECTIVI.

* *
*

CAROLO BENVENUTI Soc. JESU.
ROGERIUS JOSEPHUS BOSCOVICH ejusd. Soc. S. P. D.

In meo ex urbe discessu Martio mense postulasti a me brevem aliquam theoriam præclarissimi instrumenti, quod objectivum micrometrum appellant, quod quidem in Anglia accuratissime elaboratum, ac telescopio catadioptrico sane egregio aptatum Pezenas noster, celeberrimus Massiliensis Mathematicus Regius, pro Barberinis Principibus, cultioris litteraturæ amantissimis, ad nos Romam transmiserat, una cum fusiore dissertatione sua impressa, qua theoriam omnem instrumenti, & usum est persecutus, quam ego quidem, in ipso nimirum discessu meo advectam, uti nosti, videre omnino non potui, uti nec Transactionum Philosophicarum locum Tomo 48 pertinente ad annum 1753, in quo de instrumento agitur, quibus nimirum Romæ cum summo nostrorum studiorum damno carebamus.

Ex ipso itinere theoriam, quam ex instrumenti semel visi consideratione erueram, non valde illam quidem complicatam, sed nec omnino simplicem, ad te transmisi, qua alia longe simplicior, & vero etiam elegantior, ac perbrevis mihi nuper in mentem venit, quanquam aliis nunc ego quidem molestioribus sane, & a meorum studiorum ratione, maxima ex parte, alienissimis, & contentiosis hic curis distineor, ac penitus a contemplationibus Mathematicis avertor. Sed occasionem mihi præbuit ea iterum de re meditandi præclarissimus Societatis itidem nostræ Astronomus P. Liesganig, hujus domesticæ Viennensis speculæ præfectus, in qua cum alia instrumenta sane multa partim de novo curat, partim corrigit, atque, ut dicimus, rectificat, tum in primis sectorem

rem pro verticalibus obſervandis ſtellis, meo in *Expeditione Litteraria* deſcripto ſimilem, ſed multo præſtantiorem, adjectis aliis, aliis multo ſimpliciore ratione præſtitis, per hoſce dies abſolvit, ac hujus ipſius generis objectivum micrometrum eodem tempore confici curat, Newtoniano aptandum teleſcopio, egregio ſane, quo utitur ad obſervationes plerasque.

Ejusmodi theoriam igitur ita, ut ſe mihi ſponte obtulit (eam enim nusquam alibi mihi adhuc videre licuit), ad te transmitto, in qua ipſam rei ſummam perſequor tantummodo, rationem vero aptandi inſtrumentum ipſum teleſcopiis, quæ multiplex eſſe poteſt, & eſt admodum arbitraria, ac inveſtigationem primi ejus inventoris, quæ ad uſum nequaquam pertinet, prorſus omitto. Quoniam vero eandem a me petiit tibi ſat cognitus P. Scherffer, qui noſtros hic in Mathematicis diſciplinis inſtituit, apud quos hæc ſtudia tam Viennæ & domi noſtræ, & per noſtros in publica Academia, & in Nobiliſſimo Thereſiano Collegio, quam Tyrnaviæ, Græcii, ac per univerſam hanc Auſtriacam Provinciam, fervent nunc plurimum maximo cum ſucceſſu; quique poſteaquam Aſtronomiam Caillii, ſcriptoris diligentiſſimi, e Gallico in Latinum translatam in uſum ſtudioſæ juventutis hic edidit, ac ejusdem Opticam Latine pariter redditam nunc edit; ut nimirum utiliſſimi Optici inſtrumenti theoriam perbrevem eidem Opticæ adjungat, in eorum gratiam, qui ceteris fontibus, ex quibus ejus notitiam haurire poſſent, deſtituuntur in hiſce locis; concedendam omnino cenſui, ſi tu, cujus judicium noſti ſane, quanti ego faciam, non improbes, & hanc ipſam epiſtolam ad te datam permittas imprimi ſimul, ſine qua eandem theoriam prodire non ſinam, ne occaſionem hanc elabi mihi patiar, publicam aliquam exhibendi mei animi ſignificationem erga homines, quorum & diligentiæ, & doctrinæ ſpecimina in dies habeo quam plurima ob oculos, & quorum incredibilem in me humanitatem experior, cui parem ego quidem gratiam nec referre unquam potero, nec habere. Vale.

Dabam Viennæ 1. Aug.
1757.

De

DE MICROMETRO OBJECTIVO.

Sint in fig. 1 (Tab. XIII) binæ ſemi-lentes L′L, *ll′*, derivatæ e ſectione lentis facta per axem ſuum, & conſtitutæ in ſummo teleſcopio quocunque, quarum ipſam ſectionem per axem refert hæc figura; & fig. 2 ſectionem perpendicularem axi, vel ipſam utramvis ſuperficiem curvam. Sint autem earum centra Q, *q*, & foci radiorum parallelorum rectæ A D ſint M, *m*, ac poſſint promoveri altera reſpectu alterius motu parallelo, & determinari diſtantia centrorum Q, *q*, quæ erit æqualis diſtantiæ quorumlibet punctorum thecæ, cui ſingulæ includuntur, quæ puncta congruant congruentibus Q, *q*, & ſimul cum ſemilentibus moveantur.

Quoniam radiorum H Q, H′ L′, parallelorum A D, focus eſt M reſpectu primæ ſemilentis, ſi ducatur M *q* I, cui ſit parallelus radius I′ *l′*, ſatis patet, omnium radiorum hujusmodi parallelorum I *q*, incidentium in ſecundam lentem, focum debere eſſe ad ſenſum itidem in M, cum radius I *q* M tranſire debeat ad ſenſum irrefractus, & diſtantia a lente foci radiorum, parum inclinatorum ad axem, in data quavis directione debeat eſſe ad ſenſum eadem, ac radiorum axi parallelorum.

Hinc binæ quidem fient in M, *m* imagines objectorum ſingulorum in magna diſtantia poſitorum ultra L′ l′, ſed exiſtente Q *q* intervallo, quo lens altera ultra alteram eſt promota, coincident imagines binorum punctorum objecti, quæ jaceant in directione M H & M I, ſive quæ habeant diſtantiam opticam definitam ab angulo Q M *q*, & jaceant in directione Q *q*.

Si jam addantur aliæ quotcunque lentes, aut ſpecula, quæ radios quacunque ratione detorqueant, ſemper radii paralleli H Q, & radii paralleli I *q*, qui nimirum convergebant omnes ad idem punctum M, ſimul paralleli evadent, vel ſimul ad eadem puncta convergent, vel ab iisdem divergent; & ubi demum in oculi fundo imago fiet, conjungentur itidem in eadem imagine radii venientes directione H Q M per primam ſemi-lentem cum radiis venientibus directione I *q* M per ſecundam. Quam ob rem ſi innoteſcat angulus Q M *q* per diſtantiam Q *q*, & hujusmodi inſtrumentum aptetur teleſcopio cuicunque, ac ſecunda imago primi puncti objecti congruat cum prima ſecundi; diſtantia Q *q* exhibebit angulum viſualem, quo illa bina puncta a ſe invicem diſtant, & proinde inſtrumentum ipſum ſubibit vices micrometri.

Id fiet, ſi vel citra M *m* collocetur lens convexa, vel ultra lens concava, & fiat vel teleſcopium dioptricum ſimplex commu-

ne, vel Galilæanum; vel prætera infra L′ l′ ſit objectiva alia lens foci cujusvis cum toto reliquo teleſcopio dioptrico: ſed in hoc poſtremo caſu focus hujus alterius lentis objectivæ accedet ad ipſam propius, cum nimirum radii inter ſe paralleli ad ſenſum profecti ex eodem puncto objecti jam per ipſas ſemi-lentes convergant ad M, adeoque ocularis lens objectivæ debebit admoveri. Sic ſi centro C ſit ſpeculum cavum N′O′, quod rectis ML′, MQ, MC, DC, Mq, Ml′, occurrat in N′, N, P, B, O, O′, tam radii H′L′N′, HQN, quam IqO, I′ l′ O′ abibunt ad idem punctum F, quod tamen erit infra punctum G, biſariam ſecans radium CP. Ac ſi inde vel circa F adhibeatur ſpeculum planum in angulo 45 graduum, quod ad latus deflectat radios ad efformandum teleſcopium Newtonianum, ſive ultra F ſpeculum cavum eodem axe ad Gregorianum; ſive citra F ſpeculum convexum ad recentius teleſcopium catadioptricum Gregoriano ſimile, ſed objecta invertens; ſemper intra oculum duplicabuntur objecti imagines, & imagines punctorum in ea poſitione, & diſtantia poſitorum congruent.

Porro facile eſt, data diſtantia foci QM radiorum parallelorum lentis biſectæ ab ipſa, & data diſtantia Qq, invenire angulum QMq, nimirum diſtantiam viſualem punctorum congruentium. Eſt enim MQ ad Qq, ſive diſtantia illa foci ad intervallum diſtractionis ſemilentium, ut radius ad tangentem, vel ſinum, ejus anguli. Cum nimirum angulus MQq ſit accurate, & MqQ quam proxime rectus. Pro lente pedum 40 infertur, angulum unius gradus exhiberi a pollicibus $8\frac{378}{1000}$, unde fit, ut ſingula ſecunda requirant plus quam $\frac{2}{1000}$ digiti, ſive proxime $\frac{1}{36}$ lineæ, quæ eſt admodum ſenſibilis.

Adhibitis autem diverſis lentibus, quo minor fuerit convexitas, ut nimirum focus longius debeat recedere, eo major ſemi-lentium diſtractio requiretur ad eundem angulum exhibendum; & vice verſa in magis convexis major angulus reſpondet diſtractioni eidem. Hinc ut micrometrum ſenſibilitatem habeat ſatis magnam, adhiberi debent lentes admodum parum convexæ, & lens objectiva pedum 40 eſt admodum ad rem idonea.

Facile patet, ſcalam valoris diſtantiæ viſualis punctorum congruentium objecti pro intervallo diſtractionis ſemi-lentium fore eandem, cuicunque teleſcopio aptetur idem micrometrum earundem binarum ſemilentium, & ſive pro myopibus admoveatur lens ocularis objectivæ, vel ſpeculo plano, aut ſpeculum minus majori, ſive pro presbytis removeatur. Pendet enim a ratione ejusdem QM ad eandem Qq.

At

At ſi teleſcopium adhibeatur pro objectis non ita remotis, tum vero focus M recedit a lente Q. Quare creſcit QM, & angulus ad M decreſcit. Hinc idem diſtractionis intervallum indicat minorem diſtantiam viſualem punctorum congruentium, atque id in ratione reciproca diſtantiæ foci radiorum venientium ab objecto. Si diſtantia objecti a lente objectiva ſit $= d$, radius curvaturæ lentis biſectæ $= r$, diſtantia foci reſpondentis ei objecto $= x$, ratio ſinus incidentiæ ex aere in vitrum ad ſinum refractionis $= p : q$, ex formula generali (181) facto $e = 0$, $R = r$, erit $x = \frac{q d r}{2(p-q)d - qr}$. Quare menſura diſtantiæ viſualis exhibita a data diſtractione pro objecto habente diſtantiam $= d$, ad menſuram pro objecto remotiſſimo (inquo evaneſcente r reſpectu d evadit $x = \frac{q r}{2(p-q)}$) erit ut $\frac{q r}{2(p-q)}$ ad $\frac{q d r}{2(p-q)d - qr}$, ſive ut $2(p-q)d - qr$ ad $2(p-q)d$. Invenitur autem r ex ipſo foco facile inveniendo per obſervationem, datis p, q, d, x, cum debeat eſſe ex formula ſuperiore $r = \frac{2(p-q)dx}{q(d+x)}$. Sunt autem in vitris quam proxime $p = 31$, $q = 20$, adeoque $r = \frac{11 dx}{10(d+x)}$, & ratio illa ſuperior, ut $11d - 10r$ ad $11d$.

Si per ejusmodi micrometrum aptatum cuivis teleſcopio determinetur diſtractio debita, ut imagines duorum punctorum dati objecti, collocati ad perpendiculum in data diſtantia a ſemilentibus congruant, facile computabitur angulus reſpondens iis binis punctis, faciendo: *ut diſtantia data objecti a ſemilentibus ad diſtantiam veram illorum punctorum objecti; ita radius ad ſinum vel tangentem ejus anguli.* Hinc pro quavis alia diſtantia objecti, etiam pro immenſa, invenietur angulus ex ſuperiore formula & proportione.

Ut res illuſtretur exemplo, ſit objectivum vitrum bifariam ſectum ejusmodi, ut focum radiorum parallelorum habeat in diſtantia pedum 40. Adhibita formula $r = \frac{11 dx}{10(d+x)}$, quæ pro radiis parallelis evadit $\frac{11 x}{10}$, ob d infinitam, & facto $x = 40$, erit $r = 44$. Diſtet objectum aſſumtum pro anguli determinatione a lente ipſa pedibus 1000, & inveniatur quædam determinata diſtractio reſpondens minutis 30, reducetur ea menſura ad uſum Aſtronomicum operationis $11d - 10r$ ad $11d$, ſive poſitis pro d & r numeris 1000 & 44,

ope rationis 10560 ad 11000 nimirum facto: ut 10560 ao 11000, ita 30′ (= 1800″) ad 1875″; illa eadem ſemi-lentium diſtractio pro objectis remotiſſimis, nimirum pro omni Aſtronomia, ſubtendet 1875″, accedentibus 75″ ad priorem illam menſuram. Unde patet, ubi ſcala per ejusmodi obſervationes definitur, habendam maxime in hiſce inſtrumentis rationem diſtantiæ objecti, ut ea determinatio ad Aſtronomiam traduci poſſit.

Quoniam autem in objectis non ita multum diſtantibus mutatio diſtantiæ objecti ab illa lente objectiva mutat diſtantiam foci præcedentis lentem ocularem, vel ſpeculum minus, & hæc mutatio datur per illam ex Dioptricis, & Catoptricis focorum formulis, facile eſt etiam pro ejusmodi mutatione lentis ocularis, vel ſpeculi minoris ſcalam valorum computare adhibendam pro diſtantiis minoribus, quæ tamen in maximis, adeoque in omni Aſtronomia, conſtans erit, atque id pro quovis oculorum genere.

Si aptetur ejusmodi micrometrum cum lente biſecta foci dati teleſcopio catadioptrico datæ curvaturæ, facile determinabitur, quantum debeat admoveri ipſi ſpeculo ſpeculum planum obliquum cum lente oculari, vel ſpeculum minus, ſive concavum, ſive convexum. Id intervallum erit quam proxime æquale FG, nimirum æquale acceſſui ſui foci ad ſpeculum, inducto a convergentia radiorum, quam præſtat lens objectivi micrometri: quod quidem ex Catoptricis formulis facile invenitur. Nam ſi radius ſphæricitatis ſpeculi ſit $= r$, diſtantia puncti radiantis $= d$, erit diſtantia foci a lente (133) $= \frac{dr}{2d-r}$. Si autem hic dicatur BD $= a$, BG $= b$, erit ob convergentiam radiorum $d = -a$, eritque $r = 2b$, adeoque BF $= \frac{-2ab}{-2b-2a} = \frac{ab}{a+b}$. Quare acceſſus ille GF erit $= a - \frac{ab}{a+b} = \frac{aa}{a+b}$. Nimirum ſi collocetur lens biſecta prope focum ſpeculi cavi N′O′, ut ſit $a+b$ proxime æqualis diſtantiæ QM foci radiorum parallelorum lentis ipſius biſectæ, erit ille acceſſus proxime tertius continue proportionalis poſt diſtantiam foci radiorum parallelorum ipſius lentis biſectæ, & ſpeculi.

Pro teleſcopio Newtoniano, cujus ſpeculum diſtet a foco pedibus $3\frac{1}{2}$, diſtantia micrometri a ſpeculo ſit pedum 4, diſtantia foci lentis biſectæ ab ipſa pedum 40, erit ille acceſſus $\frac{3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2}}{40} = \frac{49}{160}$, ſive digitorum $\frac{49 \times 12}{160} = 3\frac{3}{5}$. In aliis teleſcopiis catadioptricis ob $a + b$

pro-

proxime conſtantem, erit ut quadratum r, ſive proxime ut quadratum longitudinis teleſcopii, & accuratius ut quadratum radii curvaturæ ſpeculi majoris.

Quoniam lens objectiva non colligit radios omnes accurate in M, ſed alios propius, ob diverſam refrangibilitatem, alios remotius; terminatio in teleſcopio erit minus accurata, quam eſſet ſine ejusmodi micrometro: verum diſcrimen erit exiguum, quia ingens etiam mutatio diſtantiæ foci MG ingentis, exiguam mutationem inducit in GF. Cum enim ſit ipſa GF tertia poſt MG & PG, erit GF ad ſui mutationem, ut MG ad mutationem ſui.

In caſu propoſito ſeries focorum pertinentium ad radios heterogeneos in M, quæ eſt pars $\frac{1}{27}$ totius QM, eſt pedem $\frac{40}{27}$, ſeu proxime $1\frac{1}{2}$; & cum fuerit FG digitorum fere 4, erit ſuperior ratio mutationum ut 40×12 ad 4, ſive ut 120 ad 1. Reducetur igitur ejus ſeriei longitudo ad $\frac{1\frac{1}{2}}{120}$, ſive ad $\frac{3}{240}$, ad $\frac{1}{80}$ digiti, vel ad $\frac{3}{20}$ lineæ, ſpatium perquam exiguum.

Eo inſtrumento ita collocato, ut circa axem teleſcopii libere moveri poſſit, facile erit, aſſumere diametros apparentes in quavis directione. Collocata ſectione ſemilentium in directione quæſita, ſatis erit, ipſas diſtrahere ita, ut binæ imagines aſtri ſe contingant, & habebitur diameter apparens, ut patet, congruentibus ejus extremis punctis, quorum imagines pertinent ad dimidias ſemilentes.

Si eodem nihil mutato teleſcopio myopes, & presbytæ utantur, alteri videri poterit major apparens diameter, alteri minor, ob inæqualem terminationem, quæ per radios ſpurios imaginem auget. Id incommodum evitatur plurimum, ſi quisque teleſcopium ita diſponat, ut terminatio ſibi ſit, quantum fieri poteſt, exacta.

Si alterius oculi plures radios violaceos, alterius plures rubeos ad retinam transmittunt, poterit alteri QM eſſe brevior, alteri longior. Si id fiat etiam triente intervalli occupati a ſerie focorum, nimirum in caſu propoſito ſemipede, mutabitur angulus ad M octogeſima ſui parte, nimirum ſcala diſtantiæ viſualis mutabitur in dimidio gradu per ſecunda $\frac{1800}{80} = 22\frac{1}{2}$. Quamobrem exiguum etiam in eo diſcrimen pariet diſcrimen aliquot ſecundorum. Hinc unusquisque ſibi ſua obſervatione ſcalam debet efformare, vel ſi alter ſemel ſibi efformavit, debet alter vi-

dere, quod discrimen determinationis sibi obveniat in una observatione quacunque ab illius determinatione, & manente eadem oculorum constitutione, semper omnes reliquæ determinationes erunt in ratione data, adeoque facile admodum ex illius scala inveniet suam.

Idem discrimen habebitur, si aspiciatur eo instrumento jam objectum violaceum, jam rubeum. Quoniam rubeorum radiorum focus est remotior, eadem distractio semi-lentium minorem in iis subtendet angulum. Hinc cavendum, ubi scala per observationem objecti terrestris definitur, ut objectum accipiatur album potius, quam ullius alterius coloris. Præterea si objectum cæleste sit admodum rubeum, ut solet esse luna, vel sol prope horizontem, obtinebitur hoc instrumento diameter vera major, cum ea distantia, quæ pro luce integra exhibet angulum quemdam, exhibeat minorem pro radiis rubeis.

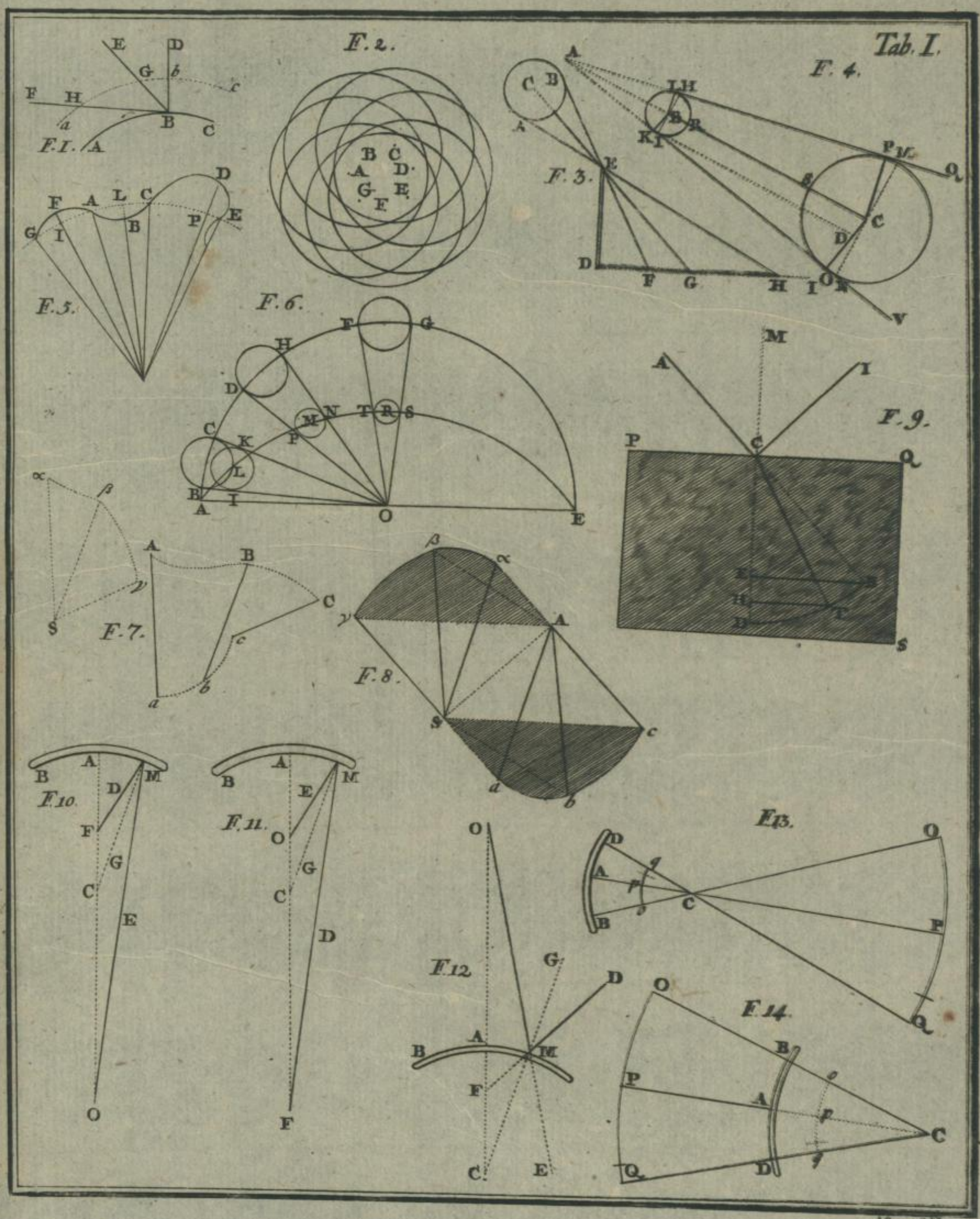
Idem incommodum haberi potest in diametro solis determinanda hoc instrumento per vitra, quæ solem admodum rubicundum exhibeant; cum adhibeantur ii radii, quorum focus ab objectiva lente recedit plurimum, reliquis interceptis; quamobrem vel adhibenda sunt vitra viridia, vel combinatio quæcunque vitrorum, quæ album potius solem exhibeat, quod quidem probe notandum videtur omnino, cum aliter facile admodum sit in errores incidere non contemnendos.

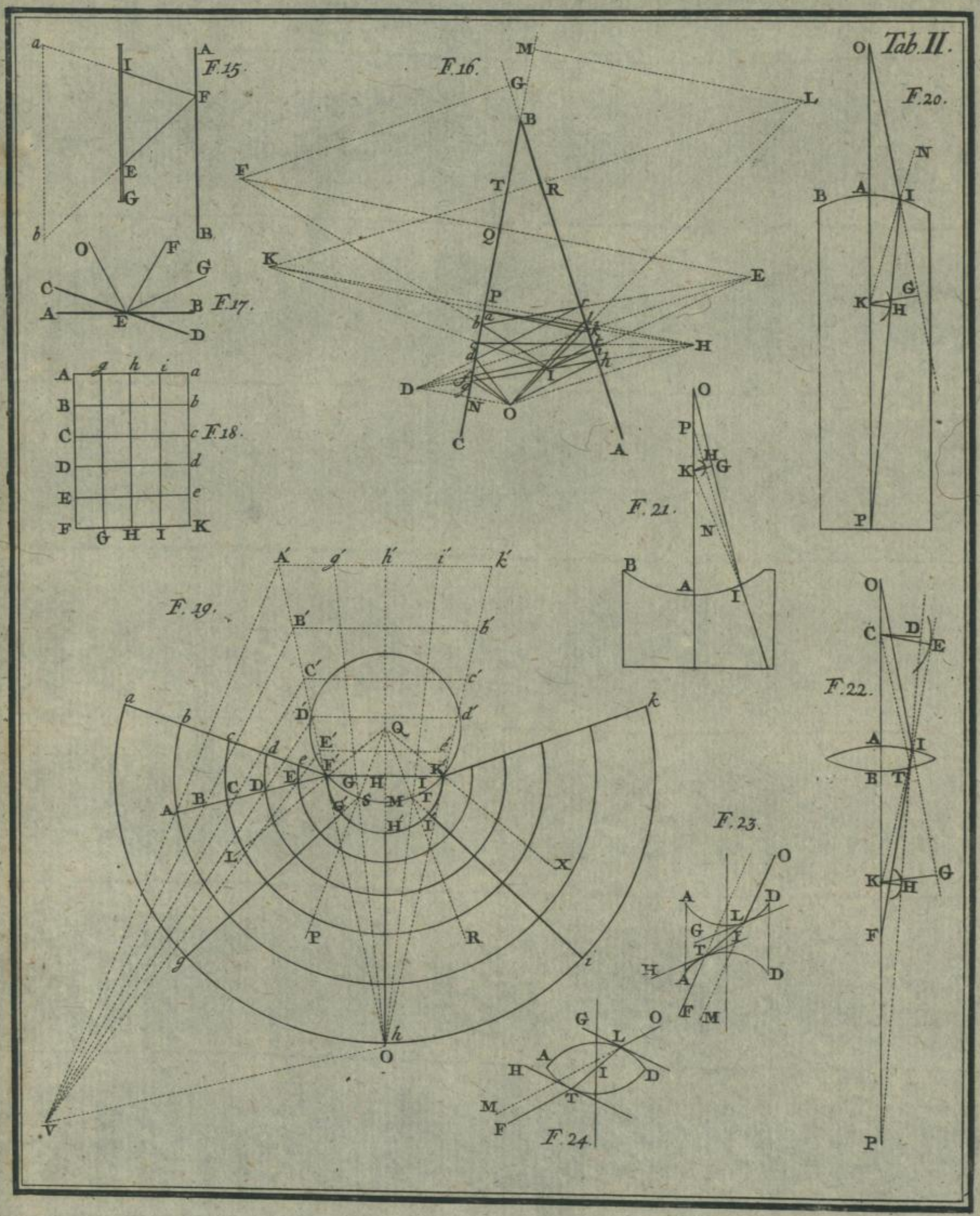
FINIS.

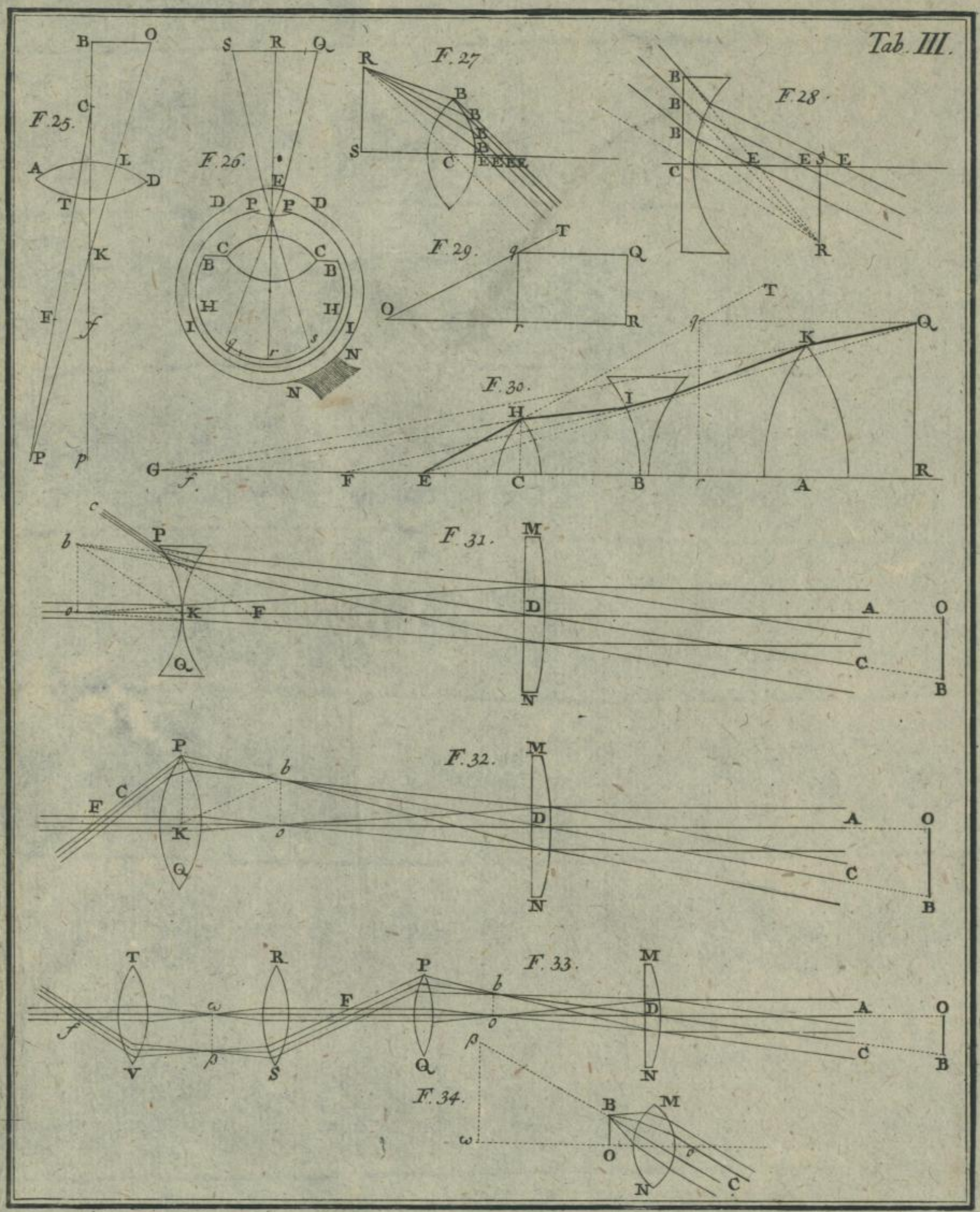
ERRA.

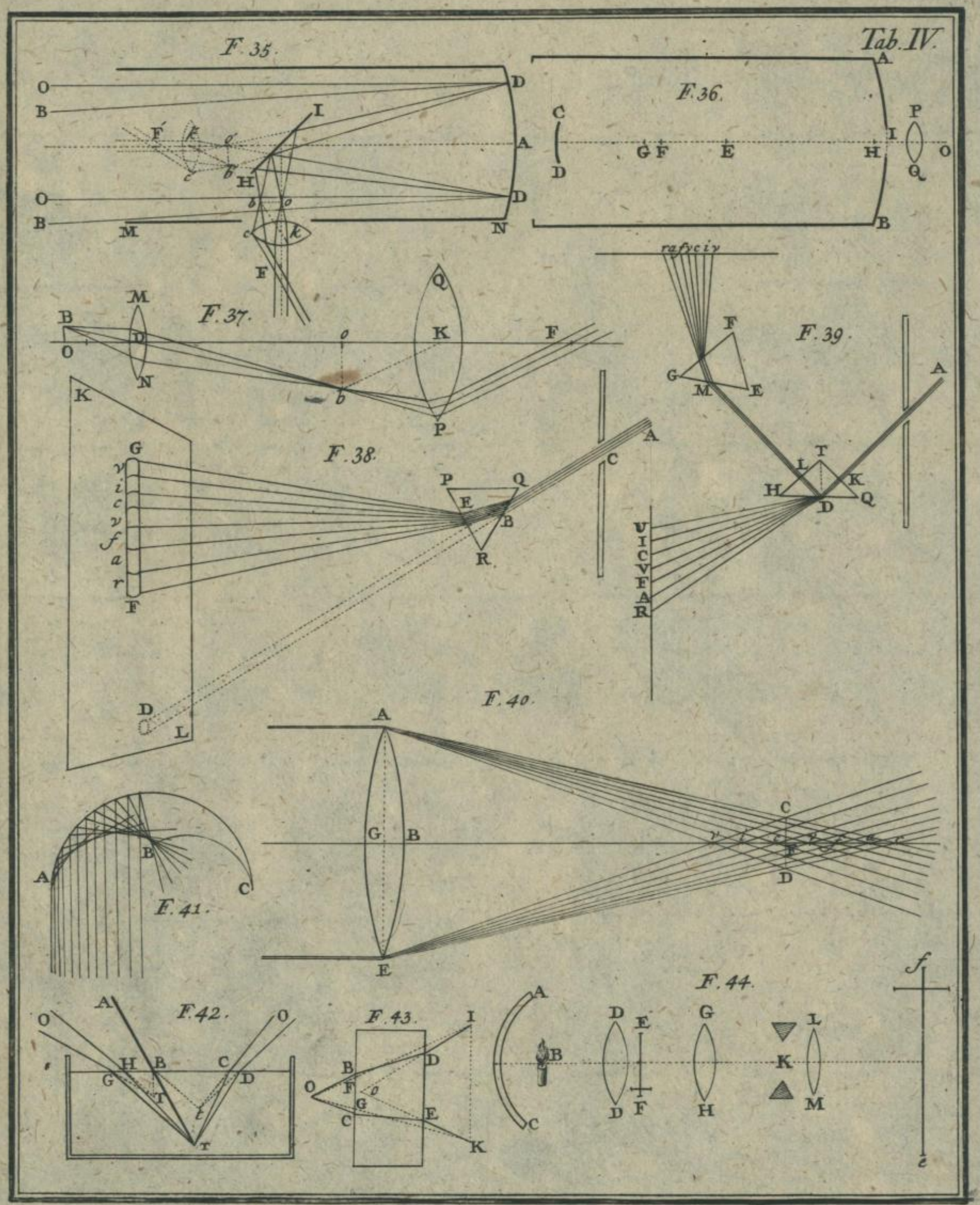
ERRATA CORRIGE

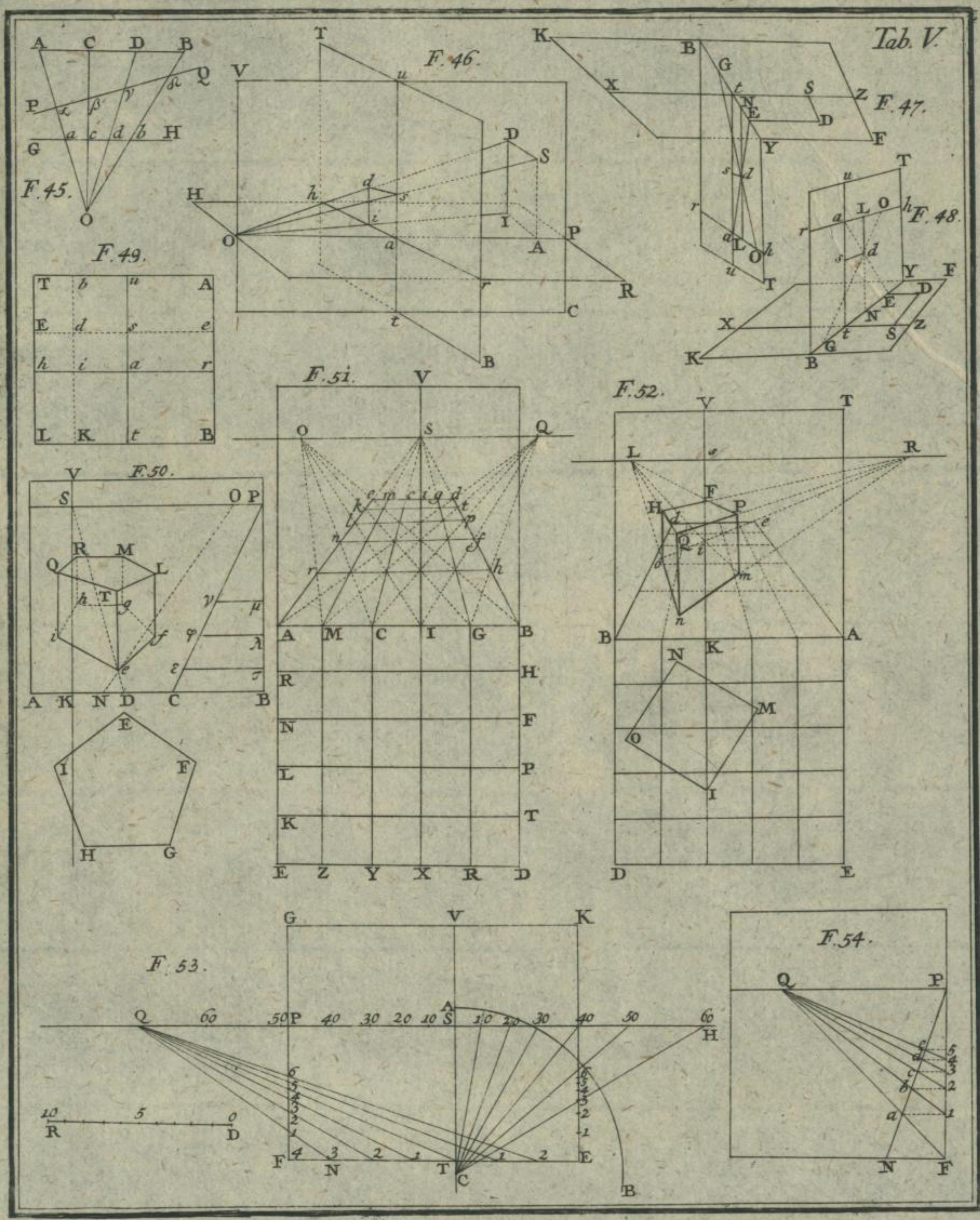
Pag. 1	Lin. 22	ſimile	- - - -	ſimilis
3	34	pyramydis	- - -	pyramidis
6	4 a fine	dimanentes	- - -	dimanantes
47	11	$+eqq$R	- - -	$+eqq$Rr
49	ultim.	MC	- - - -	MO
53	13	non eſt	- - - -	eſt
	22	eam	- - - -	eum
	25	expenſio	- - -	expanſio
59	19	auctior	- - -	acutior
	25	Oq	- - - -	Qq
80	27	tangentia	- - -	tegentia
81	28	*pars*	- - - -	*pars videatur*
119	16	dictis	- - - -	ductis
132	26	ſoli	- - - -	ſolis

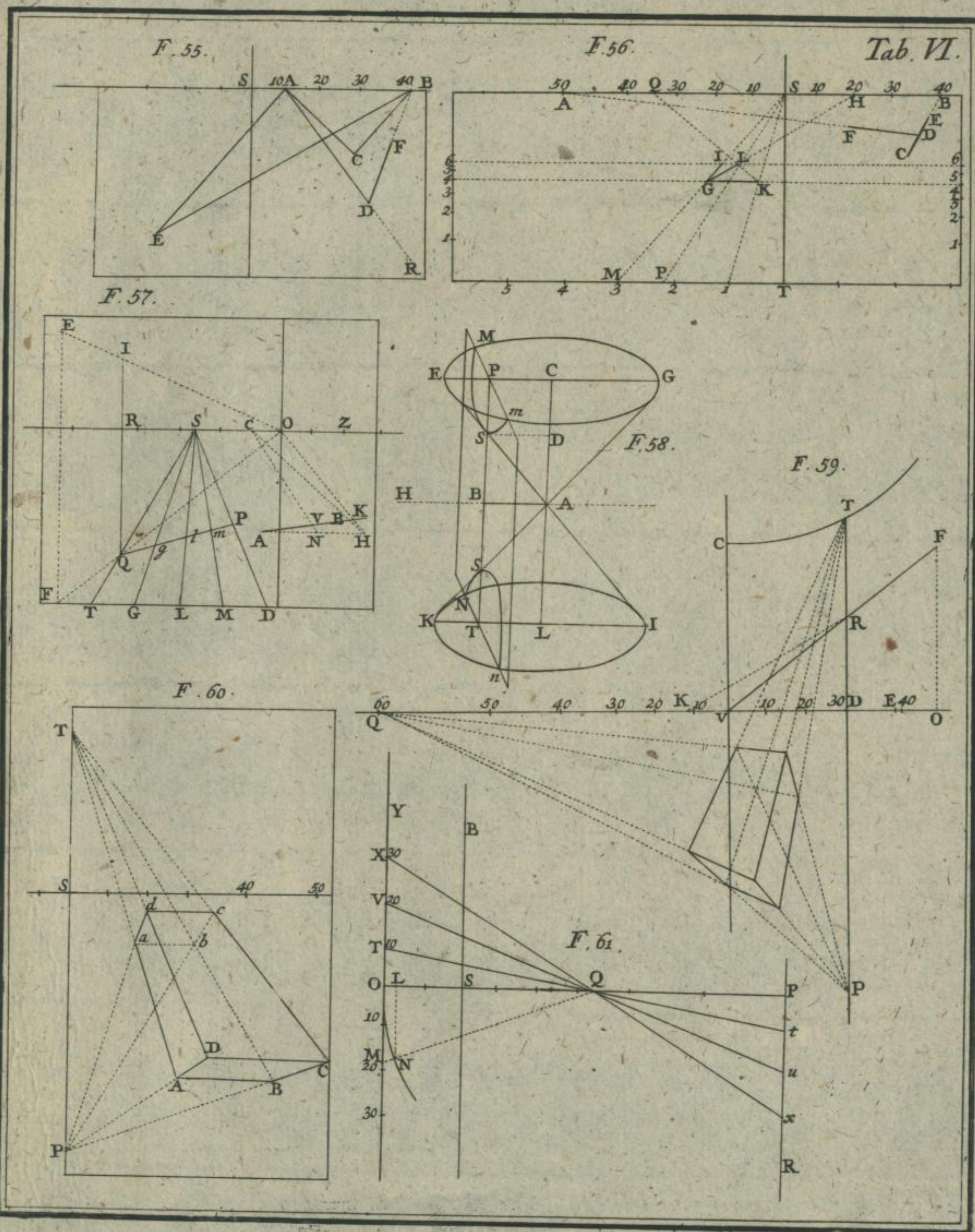




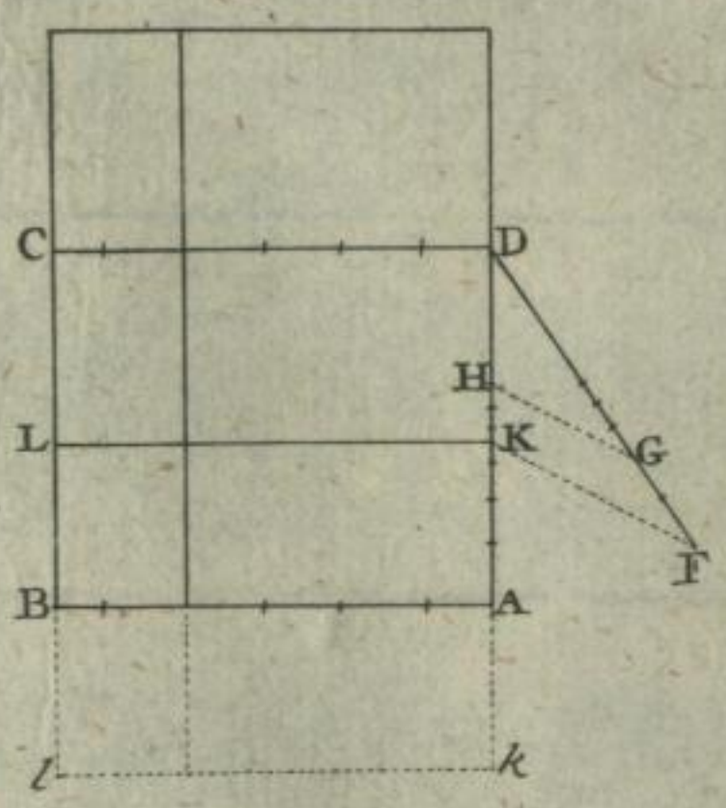




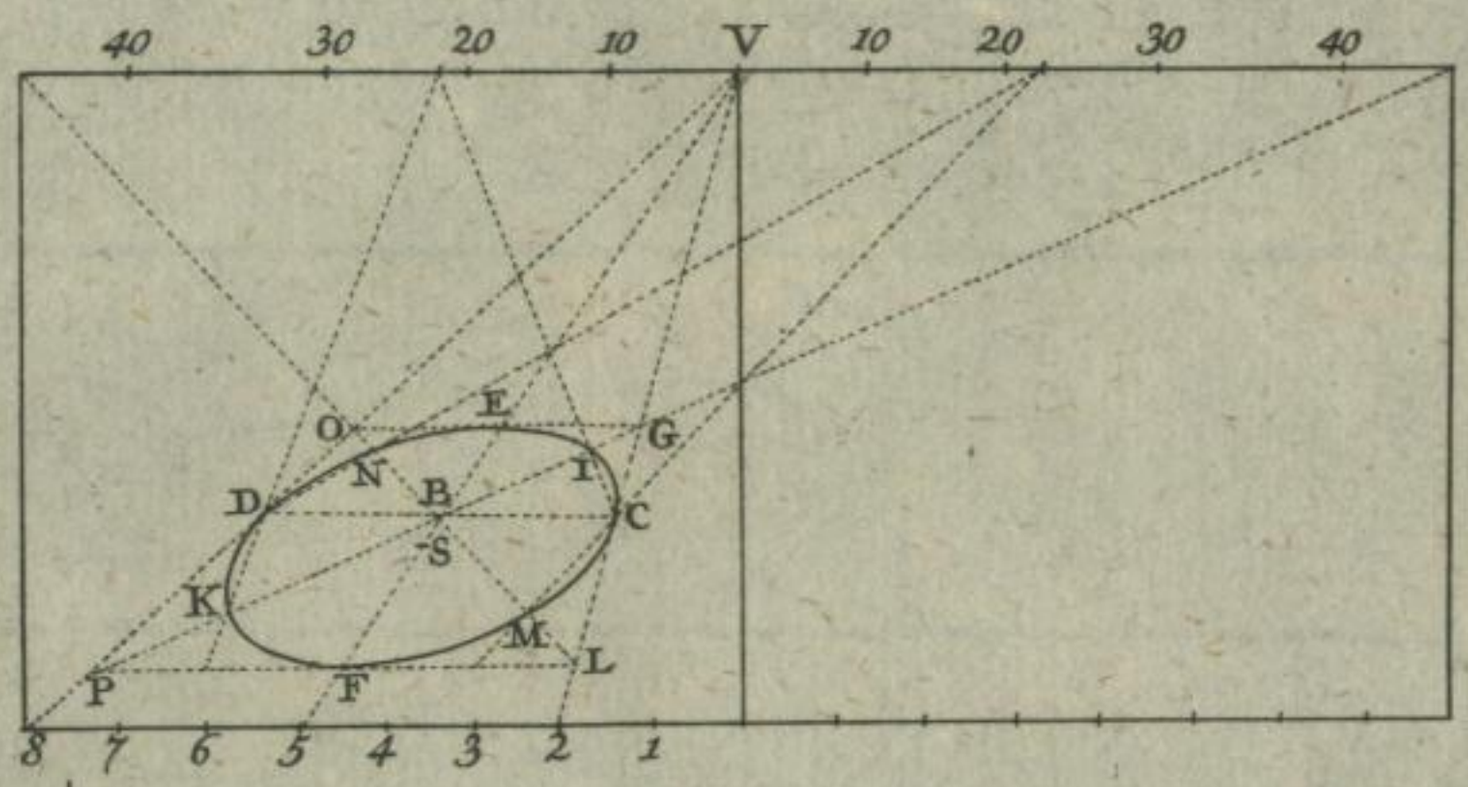




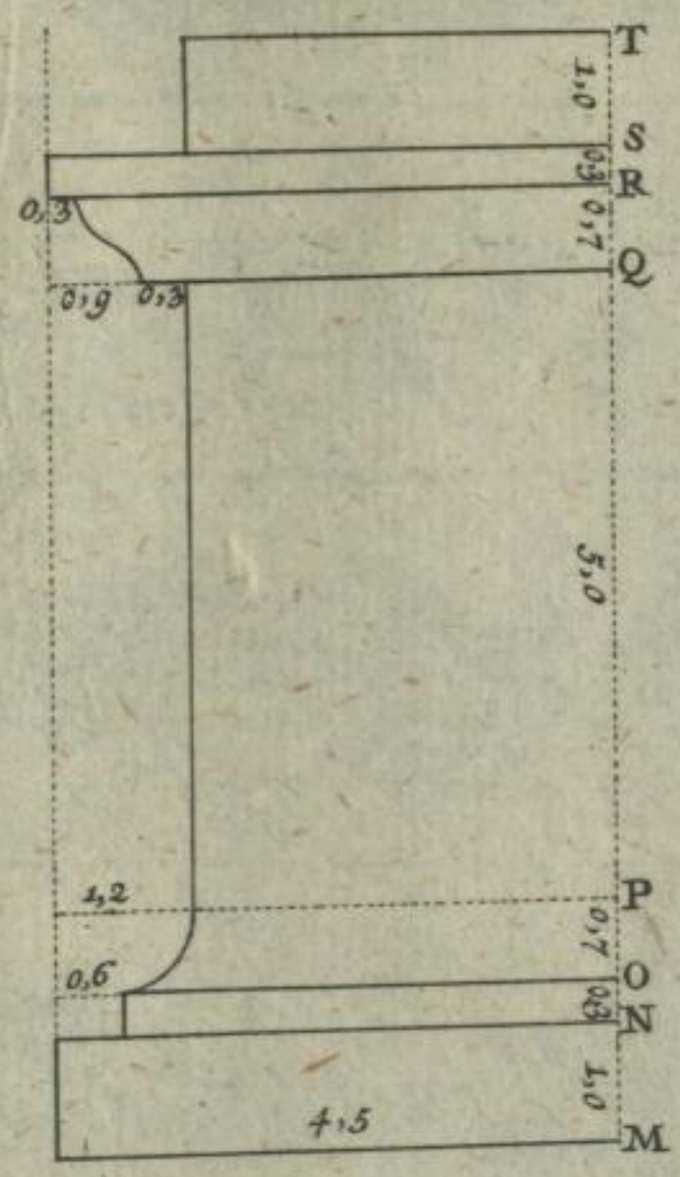
F. 62.



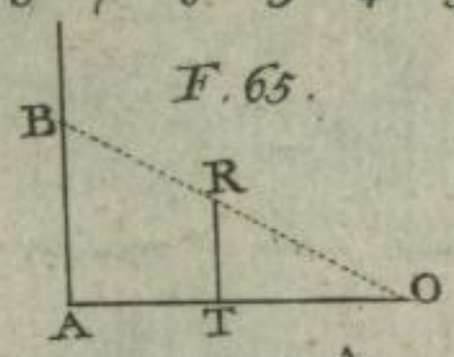
F. 63.



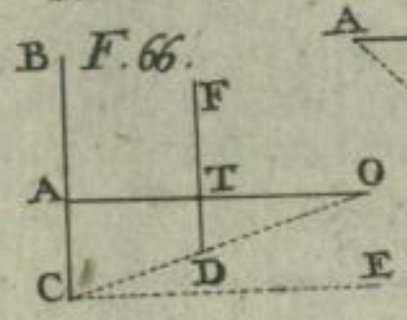
F. 64.



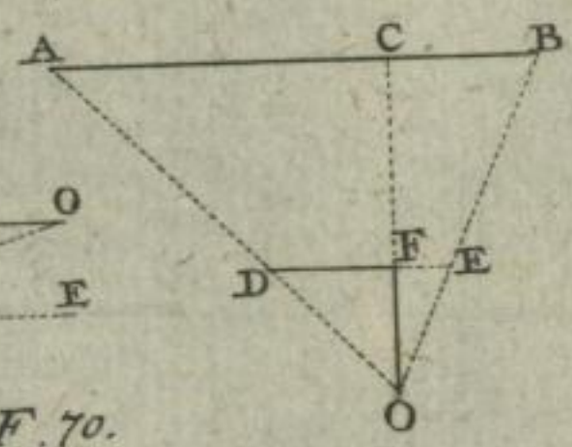
F. 65.



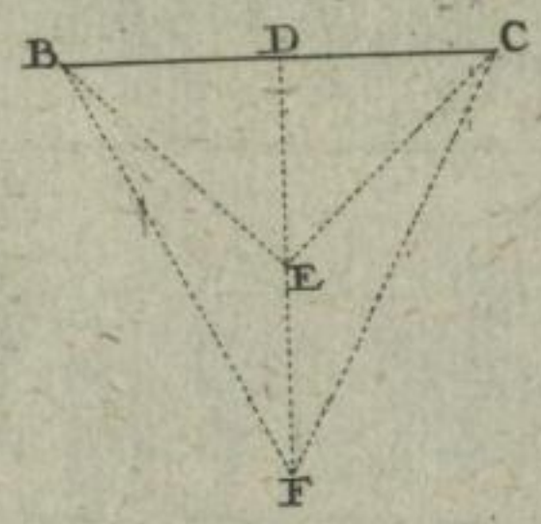
F. 66.



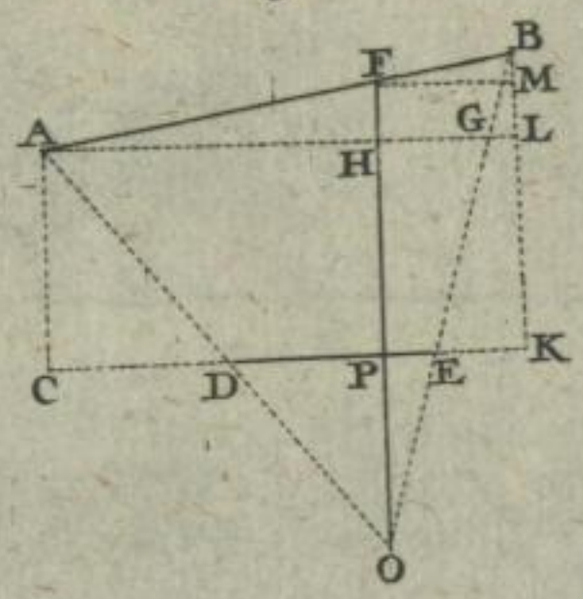
F. 67.



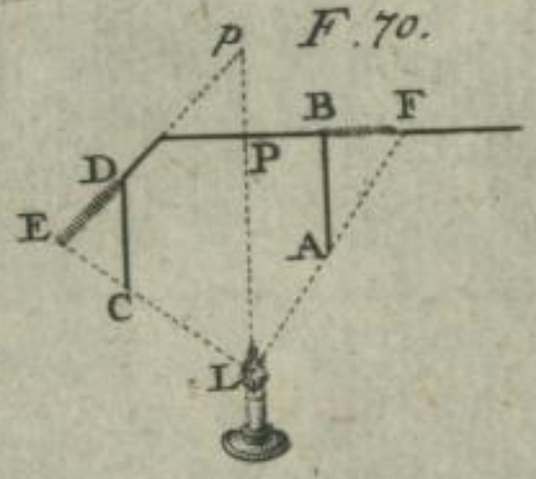
F. 68.



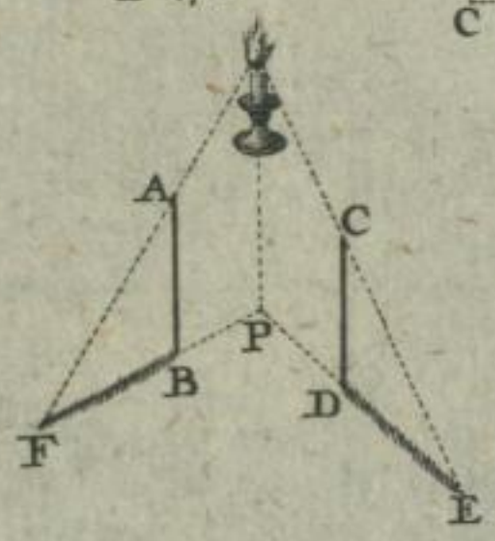
F. 69.



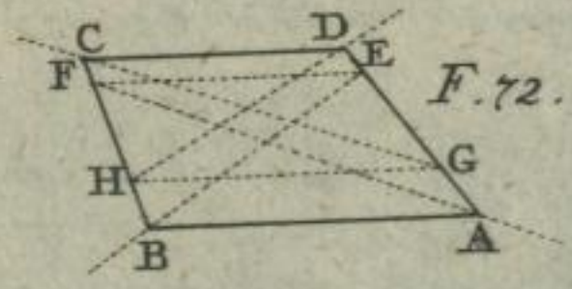
F. 70.



F. 71.

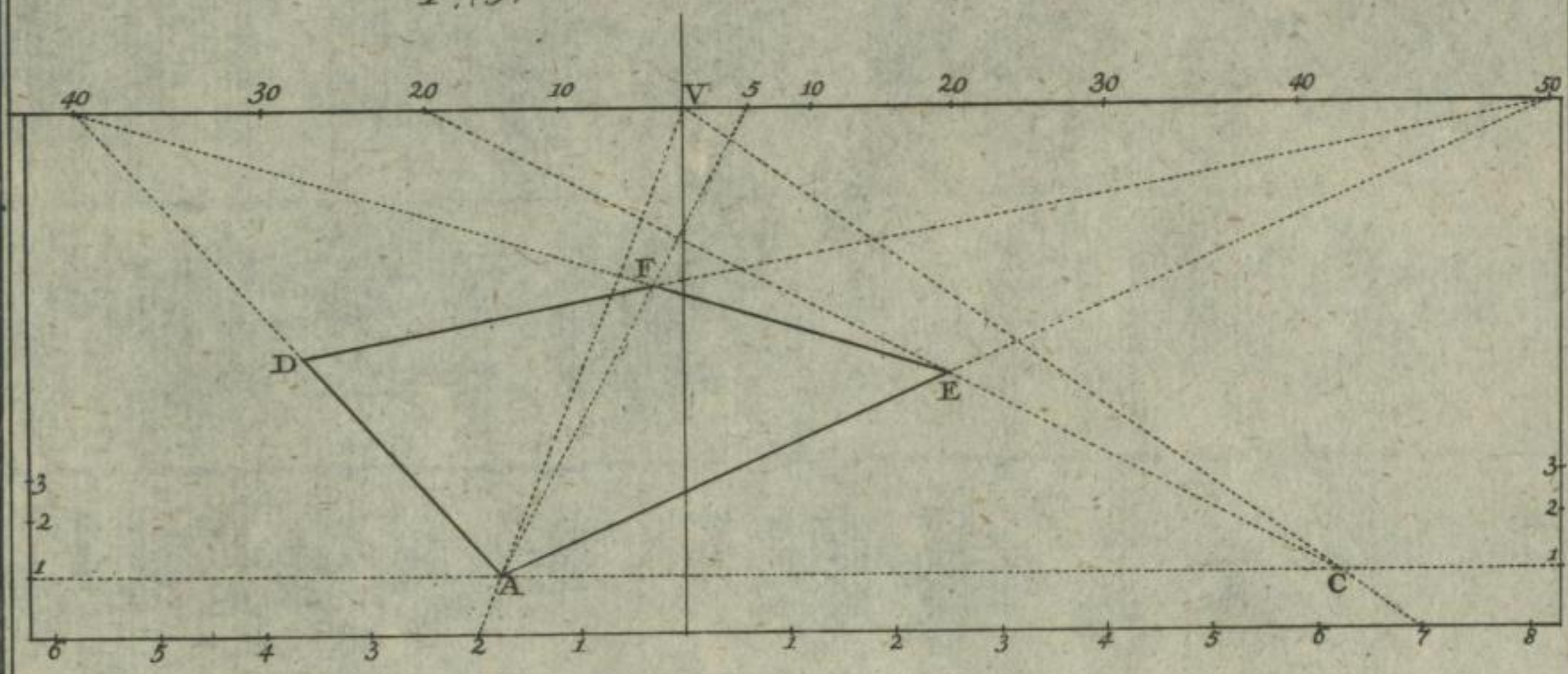


F. 72.

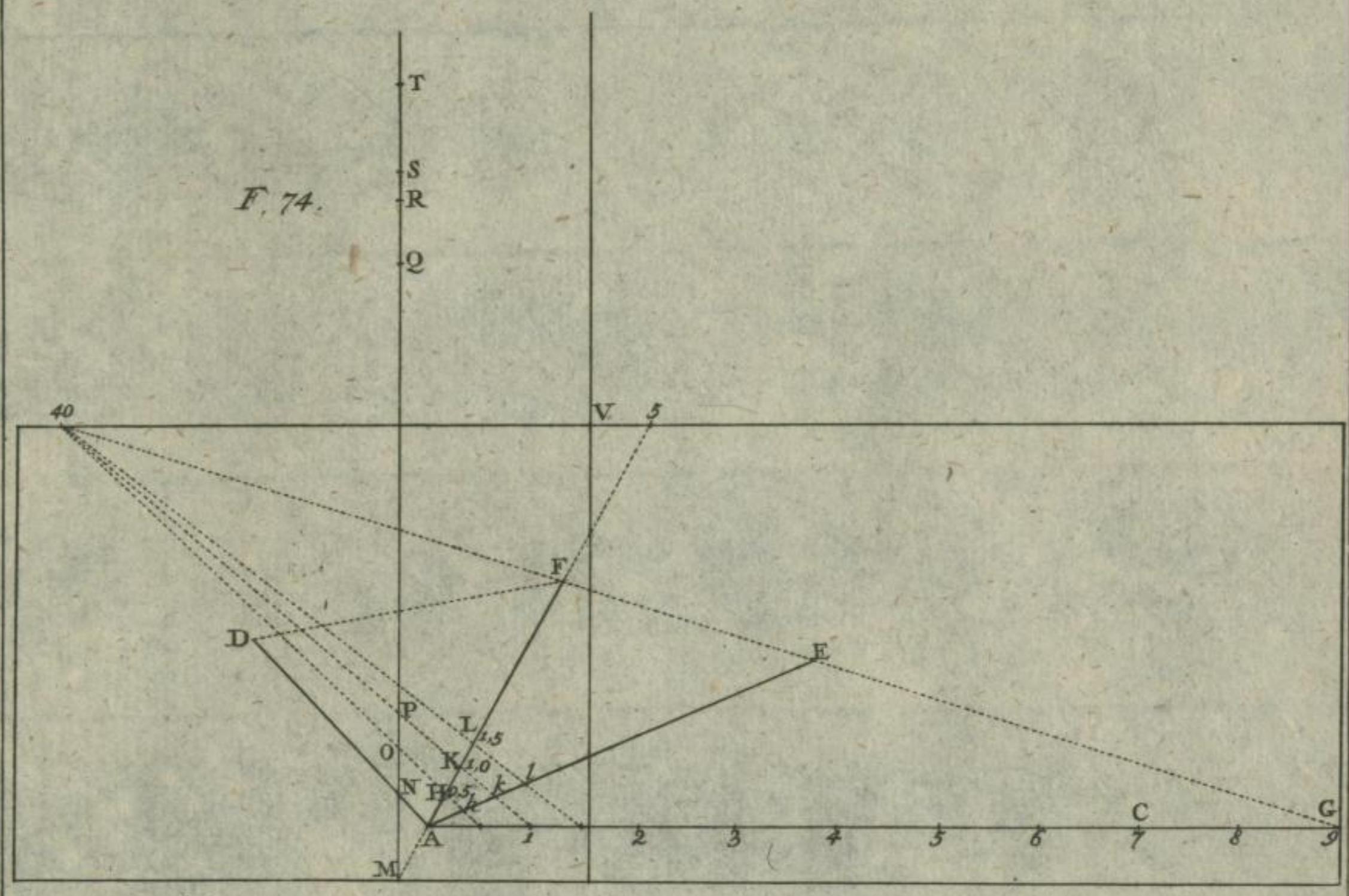


Tab. VIII.

F. 73.

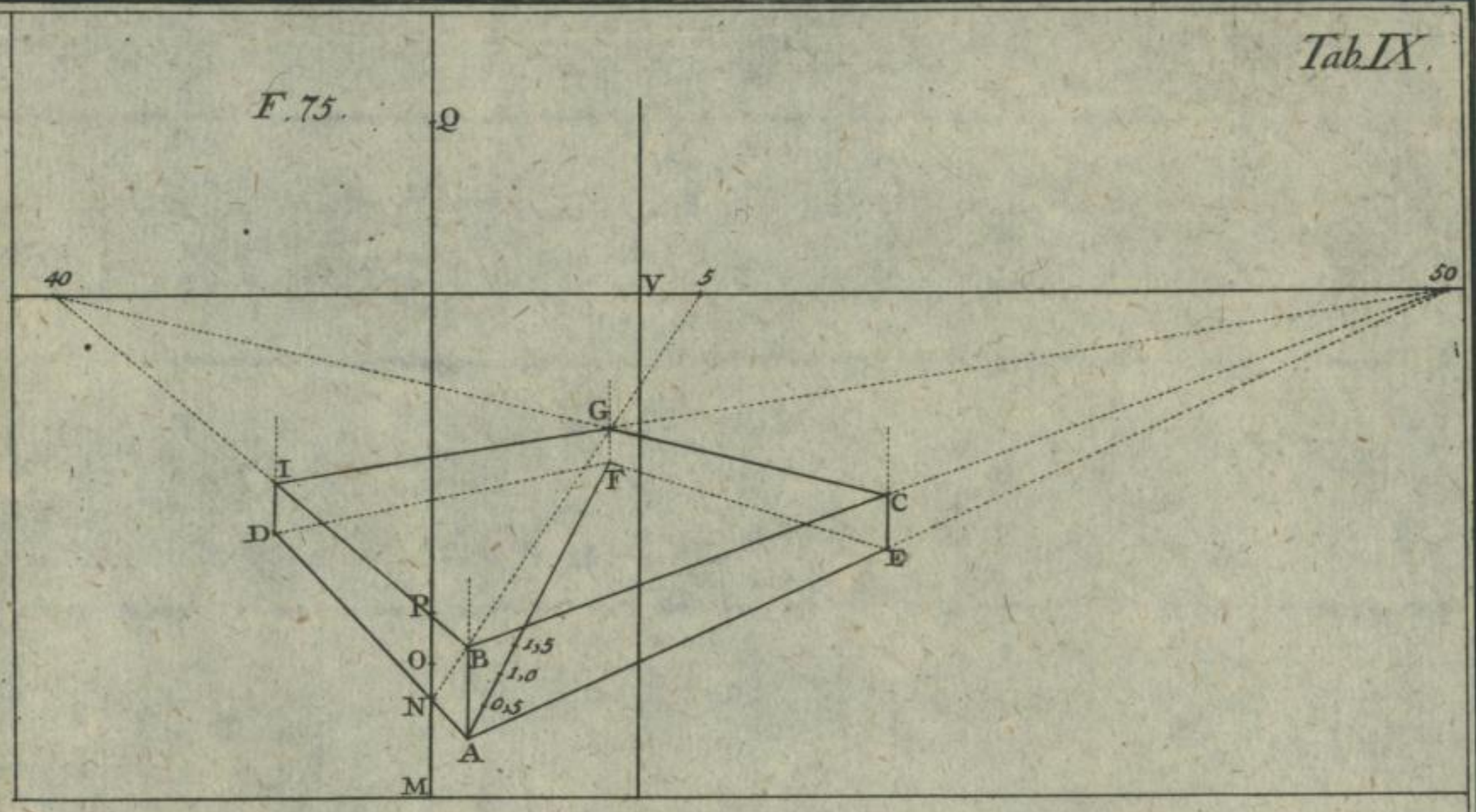


F. 74.

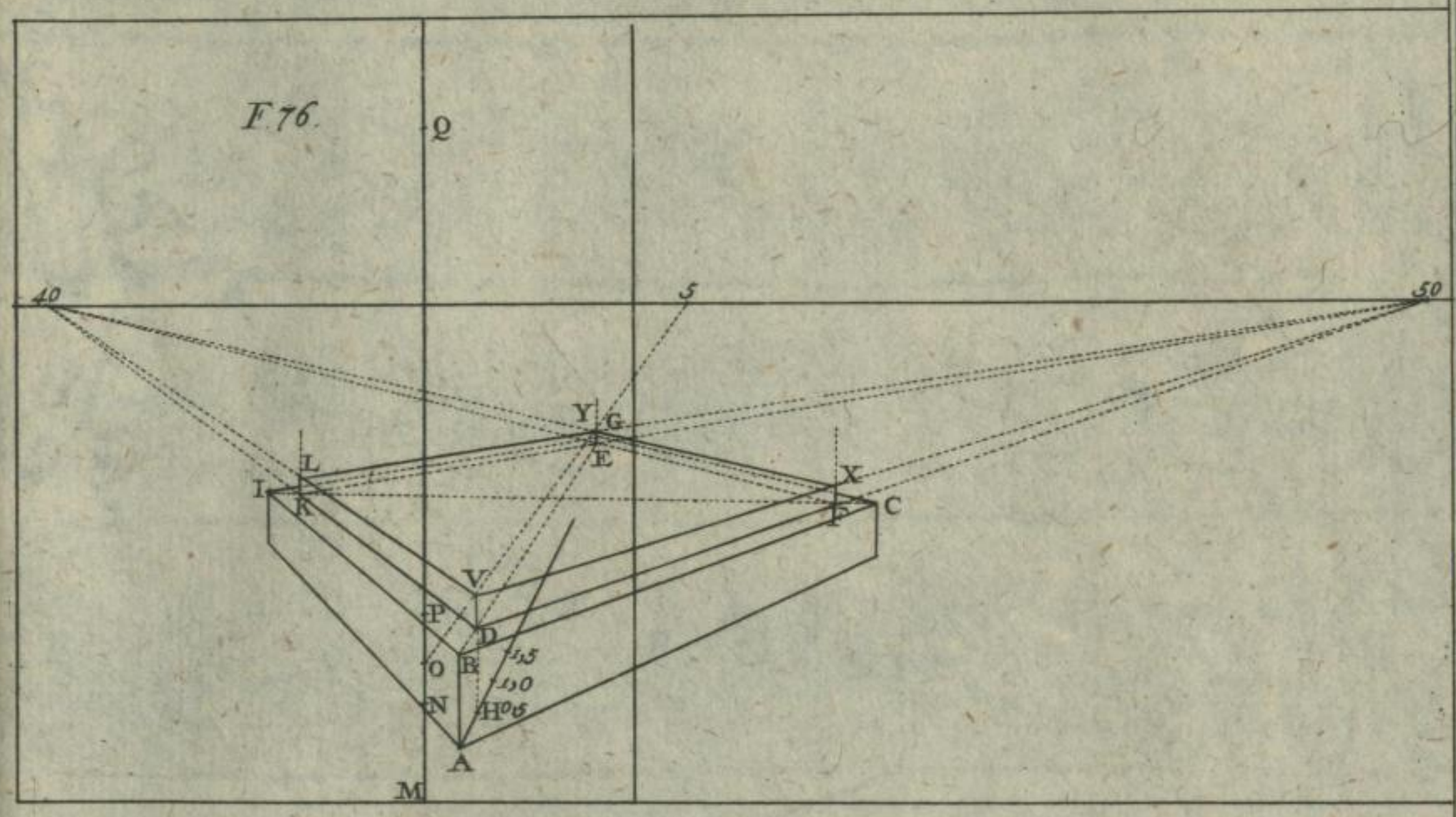


Tab. IX.

F. 75.

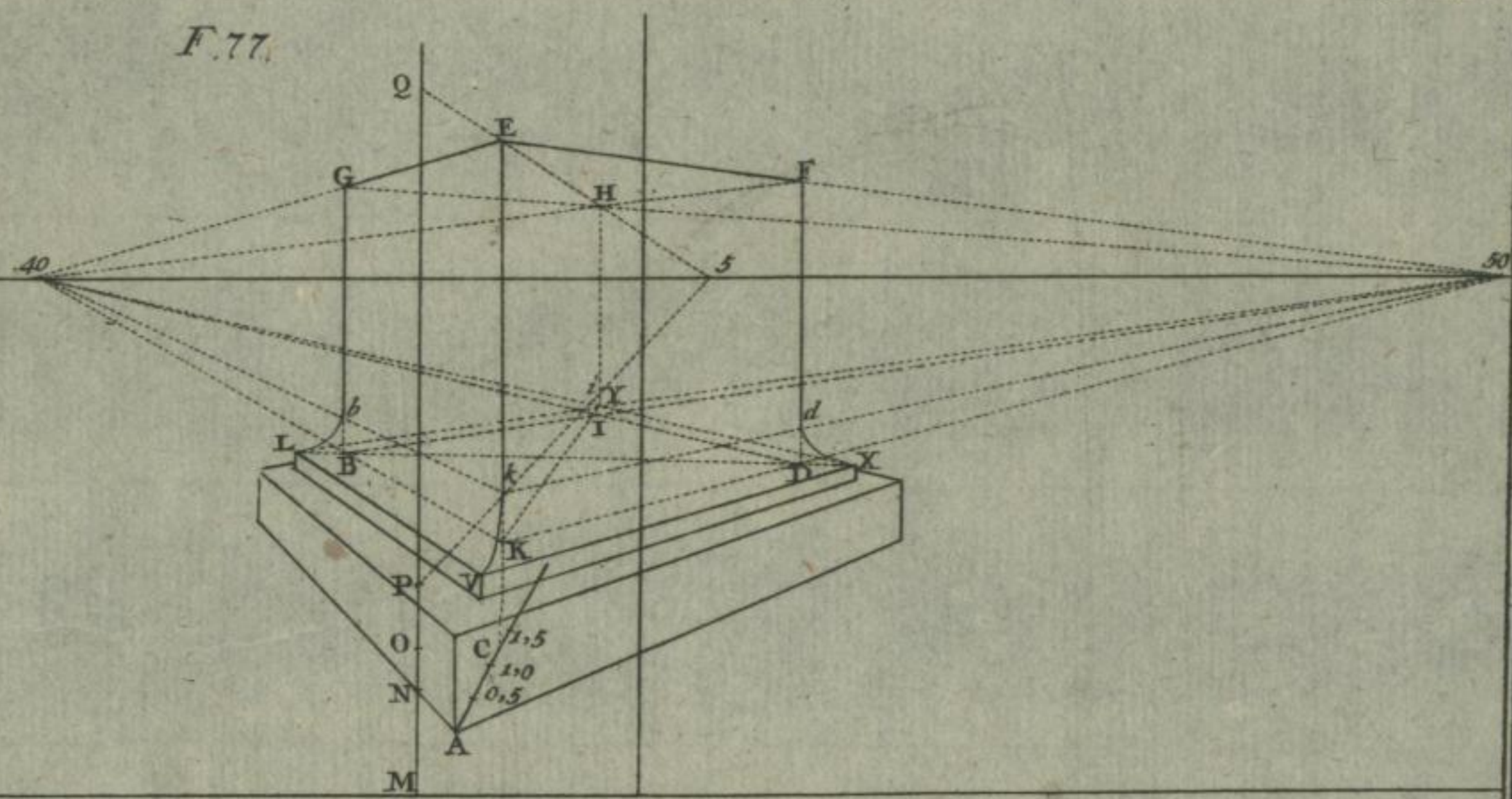


F. 76.

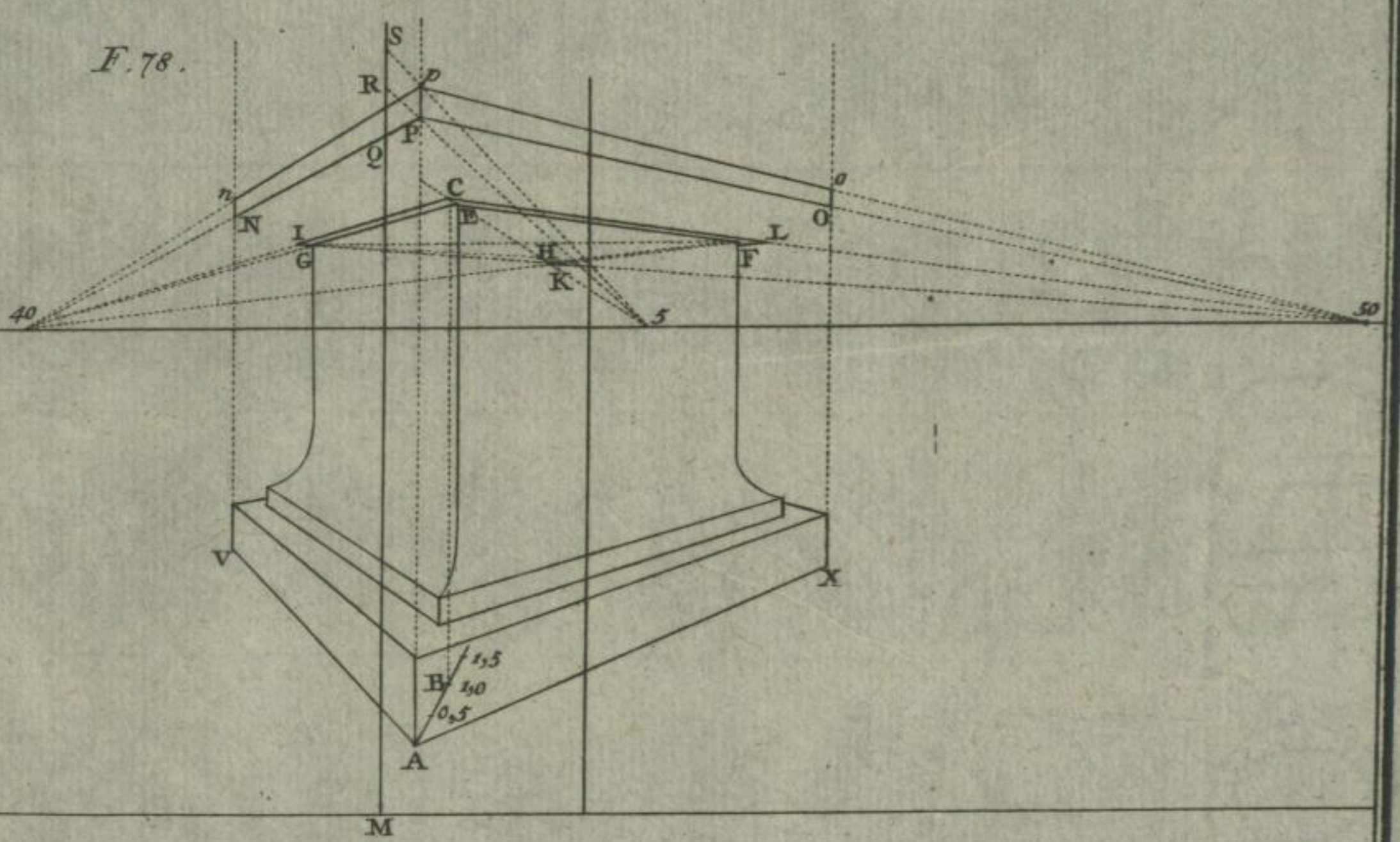


Tab. X.

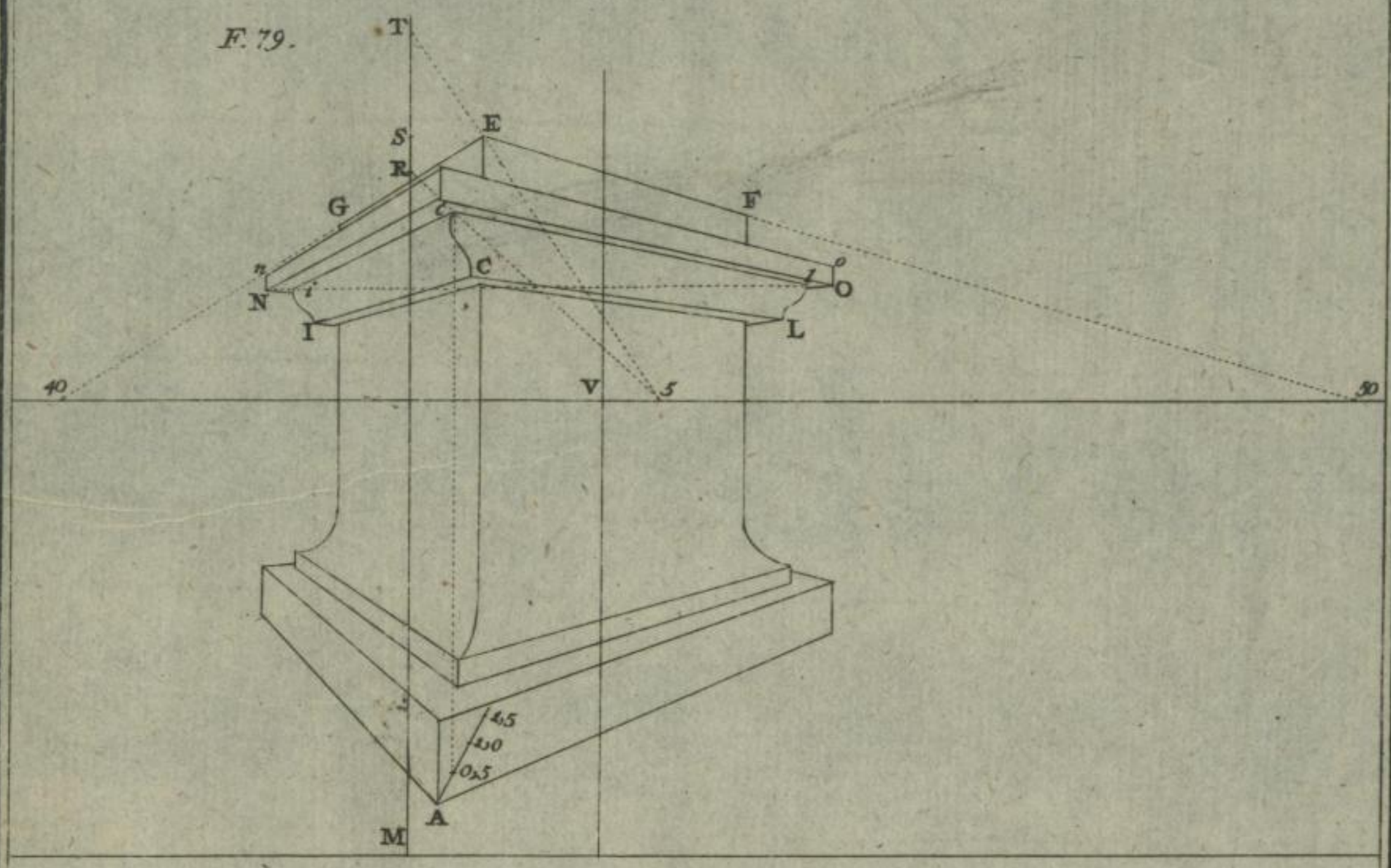
F. 77.



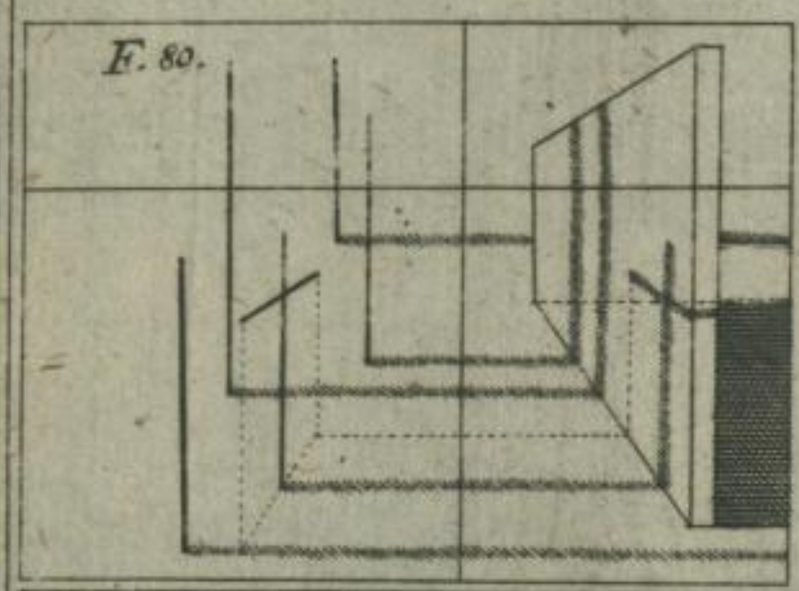
F. 78.



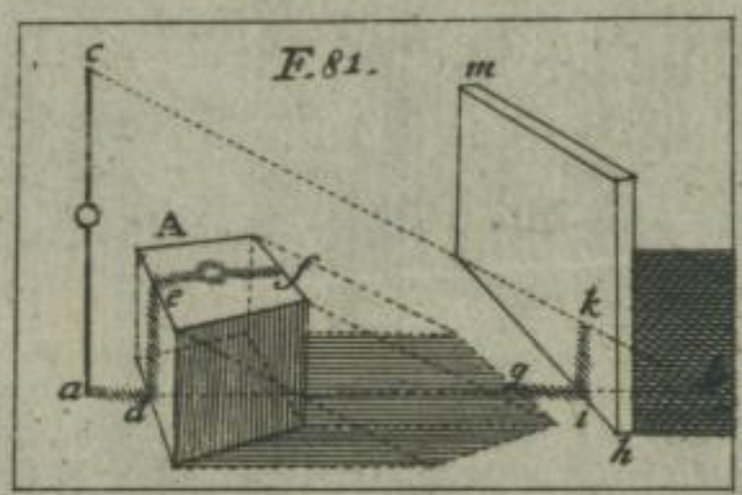
F. 79.



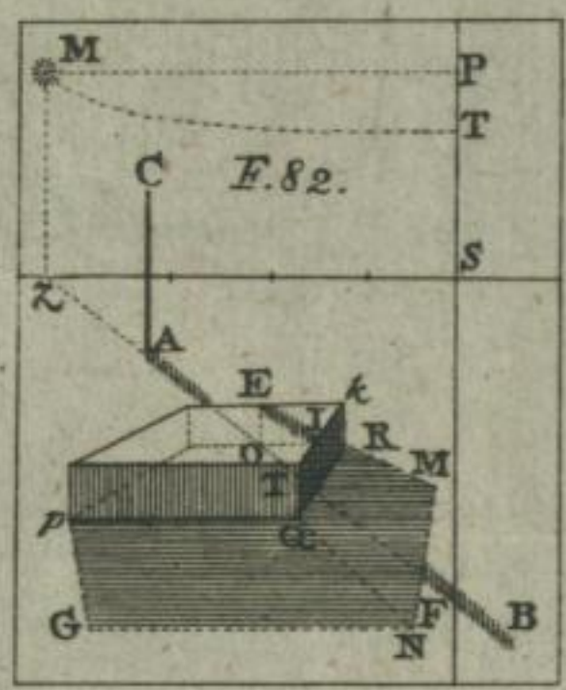
F. 80.



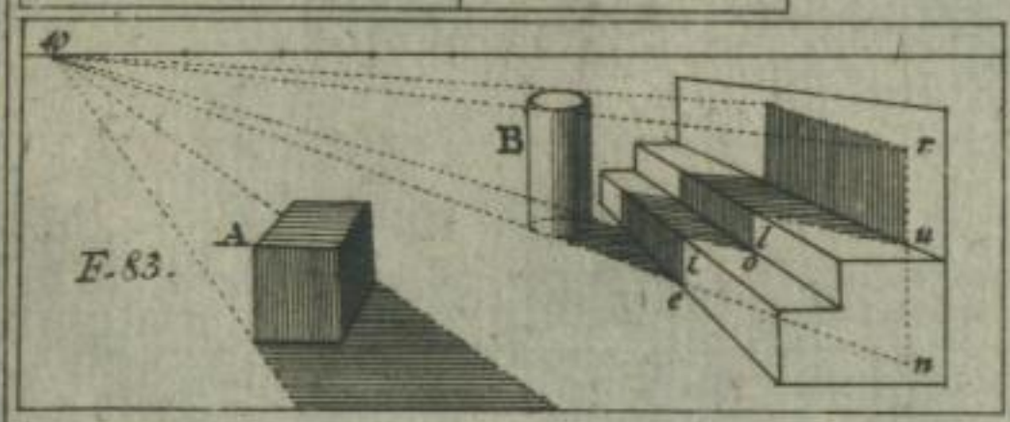
F. 81.



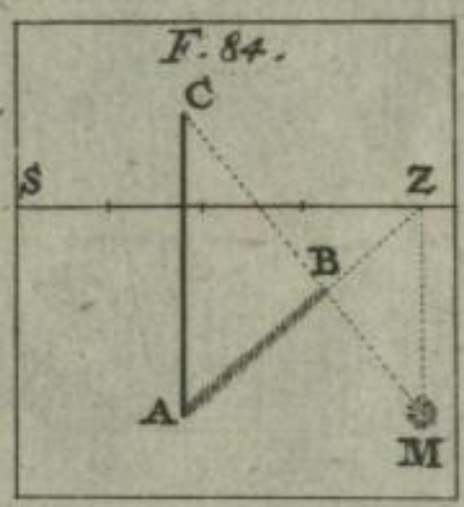
F. 82.

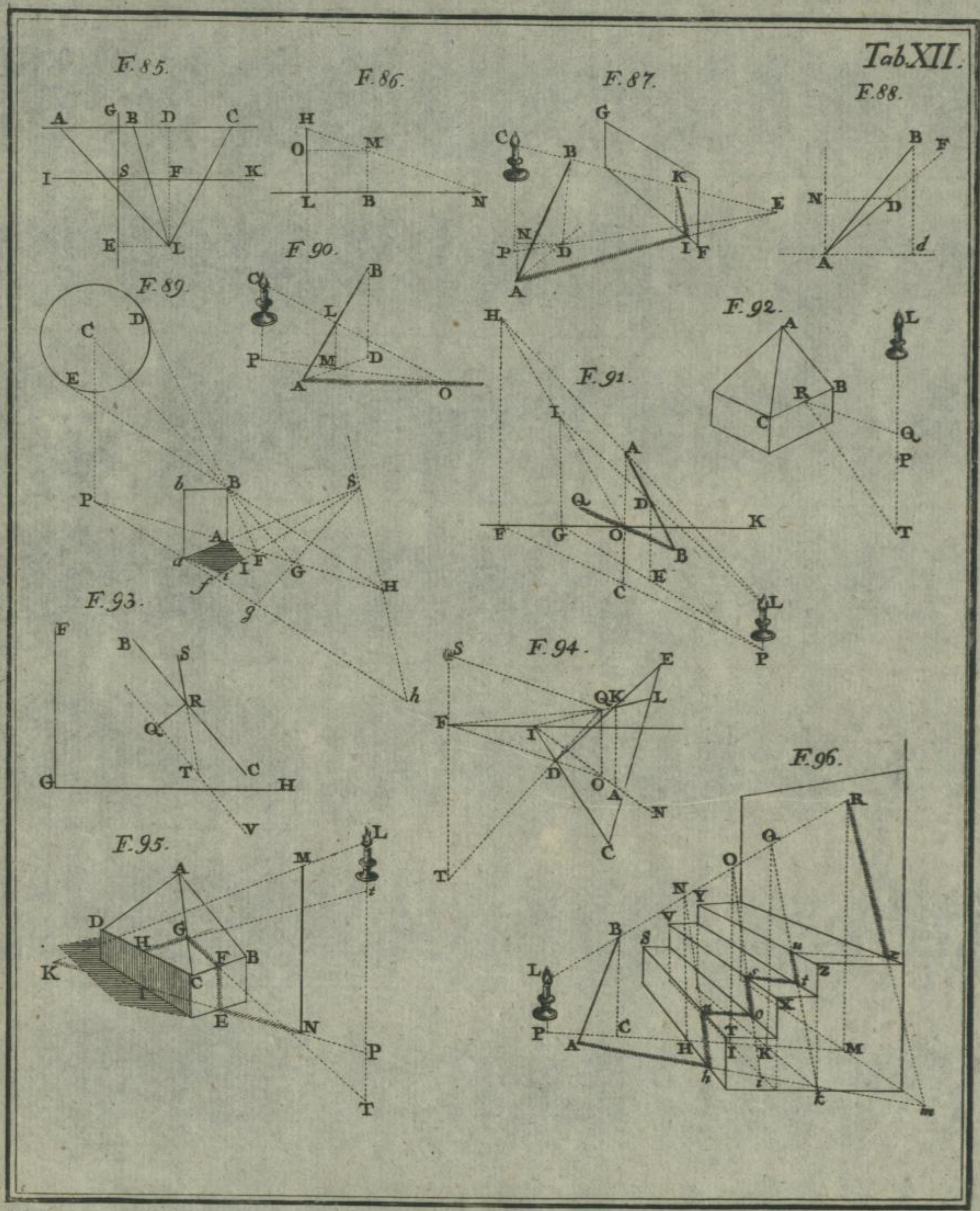


F. 83.



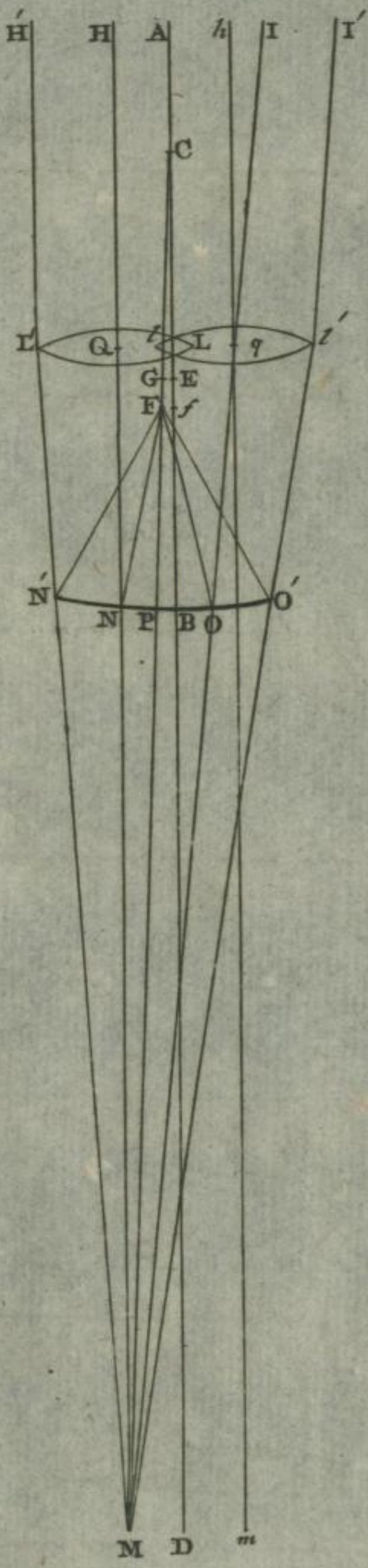
F. 84.



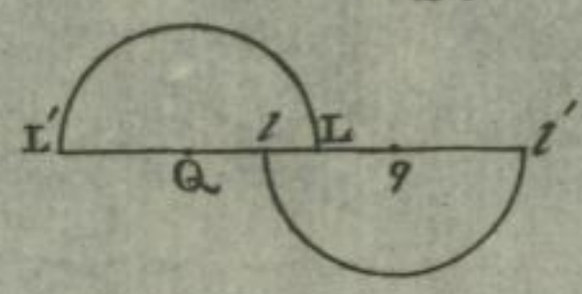


Tab XIII.

F. 1.



F. 2.



(1) Physica.

Angeb. 1: (1) Phys.