

Einseitige Flächen

Modell 503/58 a zeigt als Beispiel einer einseitigen Fläche das sogenannte **Möbius'sche Band**. Diese Fläche erhält man aus einem langgestreckten rechteckigen Streifen, wenn man die eine kurze Rechteckseite um 180° gegen die andere verdreht und in dieser Lage diese beiden Seiten zusammenheftet.

0,055 kg Rechteckiger Streifen: 5×66 cm

Die **Modelle 504/58 b, 505/58 c, 506/58 d** zeigen eine **einseitige Regelfläche**, die durch Bewegung einer Geraden erzeugt wird. Im **Modell 504/58 b** sind ein Kreis k und eine zur Achse von k parallele Strecke \overline{AB} , deren Mittelpunkt M auf k liegt, gegeben (Ausgangslage). Wird nun die durch die Kreisachse und die Gerade \overline{AB} bestimmte Ebene um die Kreisachse und gleichzeitig die Strecke \overline{AB} in dieser Ebene um M so gedreht, daß der Winkel der ersten Drehung gleich dem Doppelten des Winkels der zweiten Drehung ist, so hat die Ebene, wenn M den Kreis k einmal durchlaufen hat, ihre Ausgangslage wieder erreicht, während die Endpunkte A, B der Strecke \overline{AB} in B bzw. A übergegangen sind.

Die **Modelle 505/58 c und 506/58 d** zeigen die einseitige Regelfläche, die sich aus dem Modell 504/58 b ergibt, wenn die Strecke \overline{AB} durch die Gerade AB ersetzt wird. Im **Modell 505/58 c** sind die Erzeugenden bis zur Selbstdurchdringungskurve der Fläche sichtbar, während im **Modell 506/58 d** diese einseitige Regelfläche durch einen zur Kreisachse coaxialen Rotationszylinder und die Ebenen seiner beiden Grundkreise begrenzt ist.

Die so erzeugte einseitige Regelfläche hat die folgenden Parametergleichungen. Wird der Drehwinkel der Strecke \overline{AB} gleich φ , der Radius von k gleich r und der Abstand eines beliebigen Punktes P auf AB gleich λ gesetzt, so haben die Koordinaten von P in einem gewissen kartesischen Koordinatensystem mit dem Mittelpunkt M von k als Ursprung und der Achse von k als z -Achse die Werte

$$x = (r - \lambda \sin \varphi) \cos 2 \varphi$$

$$y = (r - \lambda \sin \varphi) \sin 2 \varphi$$

$$z = \lambda \cos \varphi$$

Literatur: G. Scheffers, Lehrbuch der darstellenden Geometrie, 1927, 2. Bd., Nr. 499

G. Scheffers, Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie, 2. Auflage 1913, 2. Bd., S. 40 ff.

Modell 504/58 b: 0,250 kg $27 \times 30 \times 10,5$ cm

Modell 505/58 c: 0,570 kg $93 \times 8,5 \times 13,5$ cm

Modell 506/58 d: 0,830 kg $23 \times 23 \times 65$ cm