

Es ist dann $\sin \frac{w_2}{2} = \frac{c}{2(r-r_1)}$, woraus weiter folgt:

$$w_1 = 90^\circ - \frac{w_2}{2} - \beta,$$

$$w_3 = 90^\circ - \frac{w_2}{2} - (\alpha - \beta) = 90^\circ - \left(\frac{w_2}{2} + \alpha - \beta\right).$$

Der Winkel w_4 ist zunächst beliebig anzunehmen.

Für die Schwerpunktsentfernungen x_1, x_2, x_3 usw. von den Mittelpunkten der aufeinander folgenden Bogen ergibt sich:

$$x_1 = \frac{2 r_1 \sin \frac{w_1}{2}}{w_1}, \quad x_2 = \frac{2 r_2 \sin \frac{w_2}{2}}{w_2},$$

$$x_3 = \frac{2 r_3 \sin \frac{w_3}{2}}{w_3} \text{ usw.,}$$

worin für $w_1, w_2 \dots$ die Bogenwerte dieser Winkel für den Radius = 1 einzusetzen sind.

In den Figuren sind, um eine Anhäufung von Linien zu vermeiden, die Koordinaten der aufeinander folgenden Bogenschwerpunkte nicht eingezeichnet. Denkt man sich dieselben gezogen und der Reihe nach mit $x_1, x_2, x_3 \dots y_1, y_2, y_3 \dots$ bezeichnet, so ergeben sich nach den unter I und II allgemein entwickelten Formeln für Fig. 1 die weiter unten abgedruckten Werte.

Bei der Durchführung der Rechnung ergibt sich eine Probe für die Richtigkeit, da die ersten fünf Glieder von x_5 sowohl als die ersten vier Glieder von y_4 gleich Null sein müssen, weil der Mittelpunkt des letzten Bogens mit dem Nullpunkt des Koordinatensystems zusammenfällt.

Es ist also:

$$x_5 = x_5 \cos \left(w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + \frac{w_5}{2} \right)$$

und

$$y_5 = x_5 \sin \left(w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + \frac{w_5}{2} \right).$$

Nachdem die Koordinaten ermittelt sind, lassen sich die Schwerpunktsmomente der aufeinander folgenden Bogen bestimmen, und man hat gemäß den Bedingungen für die Phillips'schen Kurven die Schlußgleichungen;

$$\text{III. } x_1 r_1 w_1 + x_2 r_2 w_2 + x_3 r_3 w_3 + x_4 r_4 w_4 + x_5 r_5 w_5 = 0.$$

$$\text{IV. } y_1 r_1 w_1 + y_2 r_2 w_2 + y_3 r_3 w_3 + y_4 r_4 w_4 + y_5 r_5 w_5 = r^2;$$

worin für $w_1, w_2 \dots$ die Bogenwerte für den Radius = 1 zu setzen sind.

Die Lage des Punktes P muß so lange verändert werden, bis obige Gleichungen erfüllt sind. Mitunter läßt sich auch schon durch Kürzung oder Verlängerung des Schlußbogens, dem der Winkel w_5 entspricht, der gewünschte Erfolg erzielen.

$$x_1 = (r - r_1) + x_1 \cos \frac{w_1}{2},$$

$$x_2 = (r - r_1) + (r_1 - r_2) \cos w_1 + x_2 \cos \left(w_1 + \frac{w_2}{2} \right),$$

$$x_3 = (r - r_1) + (r_1 - r_2) \cos w_1 + (r_2 - r_3) \cos (w_1 + w_2) + x_3 \cos \left(w_1 + w_2 + \frac{w_3}{2} \right),$$

$$x_4 = r(r - r_1) + (r_1 - r_2) \cos w_1 + (r_2 - r_3) \cos (w_1 + w_2) + (r_3 - r_4) \cos (w_1 + w_2 + w_3) + x_4 \cos \left(w_1 + w_2 + w_3 + \frac{w_4}{2} \right),$$

$$x_5 = (r - r_1) + (r_1 - r_2) \cos w_1 + (r_2 - r_3) \cos (w_1 + w_2) + (r_3 - r_4) \cos (w_1 + w_2 + w_3) + (r_4 - r_5) \cos (w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + x_5 \cos \left(w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + \frac{w_5}{2} \right).$$

$$y_1 = x_1 \sin \frac{w_1}{2},$$

$$y_2 = (r_1 - r_2) \sin w_1 + x_2 \sin \left(w_1 + \frac{w_2}{2} \right),$$

$$y_3 = (r_1 - r_2) \sin w_1 + (r_2 - r_3) \sin (w_1 + w_2)$$

$$+ x_3 \sin \left(w_1 + w_2 + \frac{w_3}{2} \right),$$

$$y_4 = (r_1 - r_2) \sin w_1 + (r_2 - r_3) \sin (w_1 + w_2)$$

$$+ (r_3 - r_4) \sin (w_1 + w_2 + w_3) + x_4 \sin \left(w_1 + w_2 + w_3 + \frac{w_4}{2} \right),$$

$$y_5 = (r_1 - r_2) \sin w_1 + (r_2 - r_3) \sin (w_1 + w_2)$$

$$+ (r_3 - r_4) \sin (w_1 + w_2 + w_3) + (r_4 - r_5) \sin (w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + x_5 \sin \left(w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + \frac{w_5}{2} \right).$$

Um sich die Rechnungsarbeit zu erleichtern, kann man bei den ersten Versuchskurven das bekannte Verfahren von Phillips anwenden, um zunächst zu einem angenäherten Wert zu gelangen. Bei der darauffolgenden Versuchsrechnung genügt es, die Winkel $w_1, w_2 \dots$ durch den Transporteur zu ermitteln. Nach genügender Annäherung empfiehlt es sich erst, diese Winkel durch die angegebenen Formeln zu bestimmen.

Für die flache Spirale erfahren die Gleichungen III und IV eine kleine Veränderung. Nach den Entwicklungen des Herrn Jul. Großmann, Locle, sind die Momente für die äußere Kurve $-2ra$ und $r^2 - 1,5a^2$, worin r den äußeren Spiralaradius für den Anschlußpunkt der Kurve bezeichnet und a gleich dem Abstände der Spiralgänge, dividiert durch $2 \cdot 3,1416$ ist.

Gleichung III müßte also für die äußere Kurve $-2ra$ und Gleichung IV $r^2 - 1,5a^2$ ergeben.

Für die innere Kurve sind die Momente $2ra$ und $-r^2 + 1,5a^2$, worin r den inneren Radius der Spirale für den Punkt bezeichnet, in dem sich die innere Kurve anschließt.

Es würde also dann Gleichung III: $2ra$ und Gleichung IV: $-r^2 + 1,5a^2$ ergeben.

Nach der in dieser Abhandlung dargelegten Methode habe ich eine größere Zahl von Kurven, sowohl für cylindrische, als für flache Spiralen konstruiert und berechnet und damit sehr gute Gangresultate erzielt. Die nach dieser Methode hergestellten Spiralkurven ließen sich leicht ausführen und bequem auf ihre Richtigkeit prüfen.

Diese Abhandlung enthält einen Teil des Ergebnisses meiner Untersuchungen über Spirale und Unruh, die ich für die von Herrn Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Foerster gegründete Vereinigung für Chronometrie ausgeführt habe.

