Es sey a ein solcher Näherungswerth von $\sqrt[n]{N}$, dafs $\sqrt[n]{N} - a < 1$ wird. Setzt man nun $\sqrt[n]{N} = a + x$, wo $x < 1$ seyn mufs, so wird näherungsweise

$$N = (a + x)^n = a^n + n\,a^{n-1}\,x;\ \text{mithin}\ x = \frac{N - a^n}{n\,a^{n-1}},\ \text{folglich}$$

$$\sqrt[n]{N} = a + \frac{N - a^n}{n\,a^{n-1}} = \frac{N + (n-1)\,a^n}{n\,a^{n-1}} = \frac{1}{n}\left(\frac{N}{a^{n-1}} + (n-1)\,a\right)$$

gesetzt werden können, welcher Ausdruck den Werth von $\sqrt[n]{N}$ um so genauer gibt, je kleiner x ist, oder je näher a bey $\sqrt[n]{N}$ genommen wird. Hieraus erhält man

$$\text{für } n = 2,\ \sqrt{N} = \frac{1}{2}\left(\frac{N}{a} + a\right),\ \text{und}$$

$$n = 3,\ \sqrt[3]{N} = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{a^2} + 2a\right).$$

Es läfst sich leicht beweisen, dafs, wenn a den Werth von $\sqrt[n]{N}$ mit m Dezimalziffern genau bezeichnet, und der Quotient $\frac{N}{a^{n-1}}$ mit $2m$ Dezimalen richtig entwickelt wird, die obige Formel auch den Werth von $\sqrt[n]{N}$ in $2m$ Dezimalen richtig angibt.

Soll demnach die Quadratwurzel aus einer gegebenen Zahl mit $2m > 7$ Dezimalstellen angegeben werden, so nehme man aus der Tafel $\sqrt{N}$ mit m Dezimalen, dividire damit die Zahl N, und nehme dann zwischen diesem mit $2m$ Dezimalziffern entwickelten Quotienten und dem gewählten Näherungswerthe a das arithmetische Mittel; so erhält man $\sqrt{N}$ mit $2m$ Dezimalziffern genau. — Zur Erläuterung diene folgendes

Beyspiel. Man bestimme $\sqrt{124}$ mit 12 Dezimalziffern.

Die Tafel gibt $\sqrt{124} = 11{\cdot}1355287$, demnach ist unserer Regel gemäfs mittelst abgekürzter Division

124·.... : 11·1·3·5·5·2·9	$= 11{\cdot}13552845132\text{o} = \frac{N}{a}$
12644710	$11{\cdot}135529 = a$
15091810	also
39562810	$22{\cdot}27105745132\text{o} = \frac{N}{a} + a$, folglich
61562230	$11{\cdot}13552872566\text{o} = \sqrt{N}.$
58845850	
31682050	
9410992	
502569	
57148	
1470	
356	
22	