Man setze deshalb zunächst in die erste der vorstehenden Gleichungen $1 + a$ für k, so dass man nach dem binomischen Lehrsatze erhält:

$$(1+a)^x = 1 + xa + \frac{x(x-1)}{1.\ 2}.\ a^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{1.\ 2.\ 3}\ a^3$$
$$+ x\ \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{1.\ 2.\ 3.\ 4}\ a^4 \text{ etc.}$$

und wenn die Multiplication in den Binomialcoeff. verrichtet und alles nach den Potenzen von x geordnet wird, ergiebt sich:

$$1)\ (1+a)^x = 1 + a \left\{ \begin{array}{l} x + \frac{1}{2}a^2 \\ -\frac{1}{2}a^2 \\ +\frac{1}{3}a^3 \\ -\frac{1}{4}a^4 \\ \text{etc.} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x^2 + \frac{1}{6}a^3 \\ -\frac{1}{2}a^3 \\ +\frac{11}{24}a^4 \\ \text{etc.} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x^3 \\ -\frac{1}{4}a^4 \\ \text{etc.} \end{array} \right\} \text{etc.}$$

Hier die mit den verschiedenen Potenzen von x multiplicirten Grössen, nach der Reihe mit A, B, C, D bezeichnet, giebt:

$$2)\ (1+a)^x = 1 + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 \text{ etc.}$$

Um nun die aufeinander folgenden Coefficienten dieser Reihe durch den ersten A derselben näher ausgedrückt zu erhalten, setze man zunächst: 2x für x, wodurch erhalten wird:

$$(1+a)^{2x} = 1 + 2Ax + 4Bx^2 + 8Cx^3 + 16Dx^4 \text{ etc.},$$

wofür aber auch zu setzen ist

$$[(1+a)^x]^2 = (1 + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + Ex^5 \text{ etc.})^2,$$

so dass man erhält:

$$1 + 2Ax + 4Bx^2 + 8Cx^3 \text{ etc.} = (1 + Ax + Bx^2 + Cx^3 \text{ etc.})^2,$$

Da hier x jeden Werth also auch 0 annehmen kann, so lässt sich zeigen, dass die zu gleichen Potenzen von x

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn338221166/16 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG