IV. $e^{A} = 1 + A + \frac{A^2}{1.2} + \frac{A^3}{1.2.3.} \ldots$, woraus in Bezug auf II. folgt

$$\frac{k = e^{A} \text{ und}}{A = \overset{k}{\log}.\ k.}$$

Diejenigen Logarithmen aber, deren Basis $e = 2{,}71828$ ist, nennt man natürliche, oder nach ihrem Erfinder (John Napier, geb. zu Marchiston in Schottland 1550, gest. 1618) Nepers'che, und manchmal auch, aus einem geometrischen Grunde, hyperbolische Logarithmen, und es wird ein solcher durch log. nat. (logarithmus naturalis), log. nep. (log. Neperianus), log. hyp. (log. hyperbolicus) bezeichnet.

Man hat also

$A = \log.\ \text{nat.}\ k$, und demnach, wenn dieser Werth in I. gesetzt wird

$$\text{V.}\ k^x = 1 + x(\log.\text{nat}.k) + \frac{x^2(\log.\text{nat}.k)^2}{1.\ 2} + \frac{x^3(\log.\text{nat}.k)^3}{1.\ 2.\ 3} \ldots$$

eine Gleichung, welche dazu dient, um aus einem gegebenen Logarithmen die zugehörige Zahl zu berechnen.

§. 5.

Um aber auch einen Ausdruck zur Berechnung des einer Zahl entsprechenden Logarithmen zu erhalten, denke man sich die beliebige Zahl $1 + a$ als m^{te} Potenz der Basis e, also $(1 + a) = e^m$, und was nach I. §. 4. giebt

$$(1 + a)^x = e^{mx} = 1 + mx + \frac{m^2 x^2}{1.\ 2} + \frac{m^3 x^3}{1.\ 2.\ 3} \ldots,$$ da

aber $m = \log.\ \text{nat.}\ (1 + a)$ ist, so erhält man:

$$(1 + a)^x = 1 + x.\ \log.\ \text{nat.}\ (1 + a) + x^2\ \log.\ \text{nat.}\ (1 + a)^2 \ldots$$