Vergleicht man nun diese Reihe mit der Entwickelung (1) §. 4., so werden die zu gleichen Potenzen von x gehörigen Coeff. sich wieder gleich gesetzt werden können, so dass erhalten wird:

log. nat. $(1+a) = a - \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} - \frac{a^4}{4} \ldots$ und y für a gesetzt: I. log. nat. $(1+y) = y - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{4}y^4 \ldots$

Alles kömmt jetzt darauf an, diese Reihe für die wirkliche Berechnung bequem zu machen. Zu dem Ende setze man $-y$ an die Stelle von y, wodurch entsteht:

$$\text{log. nat. } (1-y) = -y - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{4}y^4 - \ldots$$

und wenn man diese Gleichung von der vorigen abzieht und dabei berücksichtigt, dass nach §. 2. log. $(1+y)$ — log. $(1-y)$ = log. $\frac{1+y}{1-y}$ ist, so kommt

$$\text{log. nat. } \left(\frac{1+y}{1-y}\right) = 2\left(y + \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{5}y^5 + \frac{1}{7}y^7 \ldots\right)$$

Soll nun diese Reihe convergent sein, d. h. so schnell abnehmen, dass man durch Berechnung einer geringen Anzahl von Gliedern eine hinreichende Genauigkeit erhält, so muss sie nach den Potenzen eines echten Bruches fortschreiten. Deshalb setze man

$$y = \frac{1}{2x+1}; \text{ also } \frac{1+y}{1-y} = \frac{x+1}{x}$$

und wenn dieses substituirt wird, folgt

$$\text{log.nat.}\left(\frac{1+x}{x}\right) = 2\left[\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{3(2x+1)^3} + \frac{1}{5(2x+1)^5} \ldots\right]$$