Polygonometrische Aufnahmen.

die Hülfswinkel:

$\alpha = 180 - A \quad = 69{,}7^0$
$\beta = B - \alpha \quad = 36\,1$
$\gamma = 90 - \beta \quad = 53{,}9$
$\delta = \gamma + 90 - C = 12{,}3$
$\varepsilon = 90 - \delta \quad = 77{,}4$
$\varphi = D - \delta \quad = 27{,}4$
$\chi = 90 - \varphi \quad = 62{,}6$
$\eta = E - \chi - 180 = 52{,}8$
(auch
$\eta = 90 - F = 52{,}8$)

mit den zugehörigen Seiten:

$AB = a = 35{,}3$
$BC = b = 72{,}8$
$CD = c = 98{,}4$
$DE = d = 59{,}6$
$EF = e = 46{,}4$
$FA = f = 125{,}4$

Daraus zunächst für die Ordinaten laut Sinustafel des Knechts

berechnete Glieder:	vbess.	Ganze
$+B1 = a\,.\,sn\,\alpha = 35{,}3\,sn\,69{,}7 = 35{,}3\,.\,0{,}938 = +33{,}1$	$+33{,}2$	$B1 = 33{,}2$
$+CR = b\,.\,sn\,\beta = 72{,}8\,sn\,36{,}1 = 72{,}8\,.\,0{,}589 = +42{,}9$	$+43{,}0$	$C2 = 76{,}2$
$-QD = c\,.\,sn\,\delta = 98{,}4\,sn\,12{,}3 = 98{,}4\,.\,0{,}214 = -21{,}1$	$-20{,}9$	$D3 = 55{,}3$
$-RE = d\,.\,sn\,\varphi = 59{,}6\,sn\,24{,}7 = 59{,}6\,.\,0\;460 = -27{,}4$	$-27{,}9$	$E4 = 28{,}0$
$-E4 = e\,.\,sn\,F = 46{,}4\,sn\,37{,}2 = 46{,}4\;\;0{,}605 = -28{,}1$	$-28{,}0$	$F = 0{,}0$
*) Sa. $-0{,}6$	$= 0{,}0$	

*) Da die $(n-1)$te oder letzte Ordinate $= 0$ sein muss, so wird wegen $-0{,}6$ eine Verbesserung jedes Gliedes um $+0{,}6 : 5 = +0{,}12$ nöthig. Das successive Addiren der verbesserten Glieder giebt dann die Ordinaten (Ganze).

Und ähnlicher Weise für die Abscissen laut Cosinustaf. d. Knts.

berechnete Glieder:	vbess.	Ganze
$-A1 = a\,.\,cs\,\alpha = 35{,}3\,cs\,69{,}7 = 35{,}3\,.\,0{,}347 = -12{,}3$	$-12{,}5$	$A1 = 12{,}5$
$+BP = b\,.\,cs\,\beta = 72{,}8\,cs\,36{,}1 = 72{,}8\,.\,0{,}808 = +58{,}8$	$+58{,}5$	$A2 = 46{,}0$
$+CQ = c\,.\,cs\,\delta = 98{,}4\,cs\,12{,}3 = 98{,}4\,.\,0{,}977 = +96{,}1$	$+95{,}9$	$A3 = 141{,}9$
$-DQ = d\,.\,cs\,\varphi = 59{,}6\,cs\,27{,}4 = 59{,}6\,.\,0{,}888 = -52{,}9$	$-53{,}2$	$A4 = 88{,}7$
$+4F = e\,.\,cs\,F = 46{,}4\,cs\,37{,}2 = 46{,}4\,.\,0{,}796 = +36{,}9$	$+36{,}7$	$A5 = 125{,}4$
*) Sa. $126{,}6$	$125{,}4$	

*) Da diese $(n-1)$te oder letzte Abscisse = der Basis (125,4) sein muss, so wird wegen $126{,}6 - 125{,}4 = 1{,}2$ eine Correction jedes Gliedes um $-1{,}2 : 5 = -0{,}24$ nöthig. Die successive Addit. der verbess. Glieder gibt alsdann die Abscissen. Die Berechnung kann auch wie vorhin durch die Sinustafel mittels der Complementwinkel γ, ε etc. bewirkt werden.

Die Kartirung erfolgt nunmehr mittels Auftragung der Coordinaten und die Flächenberechnung auch ohne vorherige Zeichnung nach bekannter Trapezialmethode aus den rechnungsmässigen Coordinaten. — Die bei Berechnung der Coordinaten nöthigen Multiplicationen können durch die Logarithmentafel sehr erleichtert werden.

Zweite Auflösung. Nach eigentlich polygonometrischer Methode; streng tabellarisch nach den Formeln:

1) Ordinate $= a\,.\,sin\,A - b\,.\,sin\,(A + B) + c\,.\,sin\,(A + B + C) - \ldots$
2) Abscisse $= a\,.\,cos\,A - b\,.\,cos\,(A + B) + c\,.\,cos\,(A + B + C) - \ldots$

von denen m Glieder stets die $m$te Ordinate und Abscisse geben, während beim nEck $n-1$ Glieder von d. Forml. (1) Null u. d. Forml. (2) die Basis geben müssen.

1	2	3	4		5	6		7		8		9	
Seiten.	Corrig. Winkel.	Winkelsumm.	Vorz. Sn	Cs	Grd.-Wkl.	(Aus d. Knt.) Sinus.	Cos	Ber. Glieder der Ordin.	Abscis.	Corrig. Glied. d. Ordin.	Abscis.	Wirkl. o. Ganz. Ord.	Absc.
+35,3	110,3°	110,3	+	−	69,7	0,938	0,347	+33,1	−12,3	+33,2	−12,5	33,2	−12,5
−72,8	105,8	216.1	−	−	36,1	0,589	0,808	+42,9	+58,8	+43,0	+58,5	76.2	+46,0
+98,4	131,6	347,7	−	+	12,3	0,214	0,977	−21,1	+96,1	−20,9	+95,9	55,3	+141,9
−59,6	39,7	27,4	+	+	27,4	0,460	0,888	−27,4	−52,9	−27,3	−53,2	28,0	88,7
+46,4	295,4	322,9	−	+	37,2	0,605	0,796	−28,1	+36,9	−28,0	+36,7	0,0	125,4
(−125,4)	37,2	00,0						− 0,6	126,6	0,0	125,4		
	720,0												

Die obigen Bemerkungen gelten auch hier. Ausserdem zu 1: Die wechselnden Vorzeichen der Seiten sind der Formeln (1) und (2) wegen gesetzt. Zu 3: Beim allmäligen Addiren wird der Vollkreis 360, sobald er erscheint, weggelassen. Zu 4: In den rechten Quadranten sind die Cosinusse, in den untern die Sinusse negativ. Zu 5: Bezeichnen α_2, α_3, α_4 Winkel in dem 2., 3., 4. Quadranten, so findet man deren (auf den 1. Quadranten reducirte) Grundwinkel nach der Regel: $180 - \alpha_2$; $\alpha_3 - 180$; $360 - \alpha_4$. Die Spalte 6 ist aus dem Knecht gelesen; die Spalte 7 durch Multiplication der Spalten 1 . 5 . 6 erzeugt. Das Uebrige gestaltet sich ganz ähnlich wie bei der ersten Auflösung. — Wäre das zu berechnende Vieleck $ACF\ldots$ nur eine Section des umzog. Netzes $ACFKNA$ und die gewählte Coordinatenbasis AF eine Diagonale desselben, deren Länge u. Anwinkel unbekannt: so hat man der obigen Berechnung erst die des Winkels $A\,(= \llcorner BAF = 110{,}3^0)$ vorauszuschicken, indem man ganz so tabellarisch wie vorstehend die Formel $tg\,A = \dfrac{b\,.\,sin\,B - c\,.\,sin\,(B + C) + d\,.\,sin\,(B + C + D) - \ldots}{a - b\,.\,cos\,B + c\,.\,cos\,(B + C) - d\,.\,cos\,(B + C + D) + \ldots}$ ausführt, deren Zähler bei einem n-Ecke nach $n-2$ Gliedern v. selbst abbricht.

Prüfung, Justirung, Modification und Bezugsquellen.

Abgesehen von seinen absoluten Dimensionen kann der Messknecht in seiner mit Sorgfalt erstrebten ursprünglichen Correctheit wohl nur dadurch etwas benachtheiligt werden, dass in Folge des Druckens u. Aufziehens die Richtlinien und Mittelpunkte beider Kreise nicht mehr ganz genau zu deren Gradtheilung stimmen. Nach den bisherigen Er-