E. Kreis. F. Anderweite Kurven (Ellipse).

$\frac{1}{\pi}=0,818310$; $\frac{1}{\pi^2}=0,101321$; $\frac{\sqrt{2}}{\pi}=0,450158$; $\sqrt{\frac{1}{\pi}}=0,564190$; $\sqrt{\frac{2}{\pi}}=0,707885$.
Vergl. hierzu die Winkel- und Kreisfunktionen S. 53 und 54.

Mittelpunktsgleichung (der Drchm. d als Basis, sein Centrum als Coordinatenanfang) $y^2=r^2-x^2$ oder $y=\pm\sqrt{r^2-x^2}=\pm\sqrt{(r+x)(r-x)}$.

Scheitelgleichung. (d als Basis; sein Endpunkt als Coordinatenanfang.) $y^2=x(2r-x)$; oder $y=\pm\sqrt{x(2r-x)}$ und $r=(x^2+y^2):2x$.

Beispiel. Ein Stück Kreiskurve AB (Fig. 50, S. 55) von 150^m Radius durch Ordinaten auf AM, zu den von A aus gerechneten Abscissen 5^m, 10^m und 20^m abzustecken. 1. Ord. $=\sqrt{5(300-5)}=\sqrt{1475}$; 2. Ord. $=\sqrt{10(300-10)}=\sqrt{2900}$; 3. Ord. $=\sqrt{5600}$; wozu des Knechtes Qw.-Tafel (S. 3) 38,4; 53,8 u. 74,8 anzeigt.

§. 17. Vollkreis. (Alle Rechng. durch Knt's linke Wand entbehrlich; s. S. 4.)

1. Umfang $u=\pi d=2\pi r$; $d=\frac{u}{\pi}$.
2. Umfang constructiv: Des Quadranten Chorde um ihr Neuntel vergrössert gibt den Quadrantbogen um nur $0,00055\,r$ zu gross.
3. Inhalt $k=\frac{\pi}{4}d^2=0,78540\,.\,d^2$ (nahe $^{11}/_{14}\,d^2$) $=\pi r^2=\frac{u^2}{4\pi}=0,0796\,u^2$. (S. Knt's Dec.-$D$- u. K-Spalte.)
4. Wenn der Durchmesser in Duodezzollen und der Inhalt k in Quadratfussen: $k=0,005454\ldots d^2$ (sehr nahe $=\frac{6}{1100}d^2$) $=0,02180\,r^2=0,00055\,u^2$. (S. Knt's Duod.-$D$-, U- und K-Spalte.)
5. Inhalt constructiv: Der Durchm., um sein Viertel vergrössert, gibt die Diag. eines Quadrats, dess. Fläche um $0,0041\,d^2$ (ca. ½ %) kleiner als die des Kreises ist.

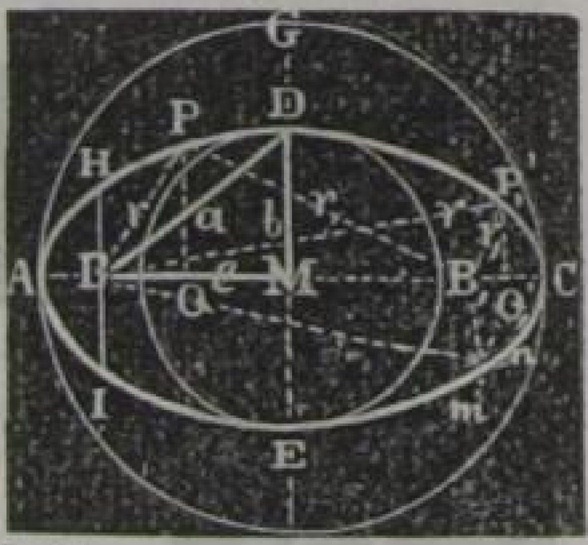
§. 18. Kreis-Aus- u. Abschnitt. (Alle Formelrechnung durch Knecht's link. Rand u. link. Ecke entbehrlich.)

Bogengradmas α; Bogenlänge $=$ arc. $\alpha=b$; Chorde $=c$; Bogenhöhe $=h$; Kreisfläche $=k$; Sektorfl. $=S$; Segmentfl. $=s$.

1. $b=\frac{\alpha u}{360}=\frac{\pi\alpha d}{360}=\frac{\pi\alpha r}{180}=0,017453\,\alpha r$. (S. BOG.-Tafel des Knechts.)
2. $r=\frac{c^2+4h^2}{8h}=\frac{c^2}{8h}+\tfrac{1}{2}h$; $c=2\sqrt{h(2r-h)}=2r\sin.\frac{\alpha}{2}$. (S. Ch.-Tafel des Knechts.)
$h=r\pm\sqrt{r^2-\left(\frac{c}{2}\right)^2}=r\left(1-\cos.\frac{\alpha}{2}\right)$. (S. Bh.-Tafel des Knechts.)
3. $S=\frac{br}{2}=\frac{\pi\alpha r^2}{360}=\frac{\alpha}{360}k=0,002778\,\alpha k$. (Mittels BOG.- oder Kreis-Tafel.)
Näherungsweise, als Parabelsegment ... $S={}^2/_3\,c\,.\,h$.
4. $s=\frac{br-c(r-h)}{2}=\frac{br-2(r-h)\sqrt{h(2r-h)}}{2}=\frac{c^2(b-c)+4h^2(b+c)}{16h}=$
$=\left(\frac{\pi}{360}\alpha-\frac{\sin.\alpha}{2}\right)r^2=\left(\frac{\text{arc.}\,\alpha-\sin.\alpha}{2}\right)r^2=$ Knechts SEGMziffer $\times r^2$.

F. Anderweite Kurven.

Fig. 69.



§. 19. Die Ellipse.

Grosse Achse $AC=d$; kleine Achse $DE=\delta$; ihre Hälften $MA=a$; $MD=b$; Excentricität der Brennpunkte $MB=MB_,=e$; Ordinate der Brennpunkte $BH=$ halber Parameter $=p$; erster Radiusvector $BP=r$, zweiter $B_,P=r_,$; Abscisse aus der Mitte $MQ=\xi$, aus dem Scheitel $AQ=x$; kr.d, umf.d der dem Durchm. d entsprechende Kreisinhalt, resp. Umfang.

1. Krümmungsgesetz: $r+r_,=2a=d$.
2. Excentricität $e^2=a^2-b^2$. 3. Parameter $2p=\frac{2b^2}{a}$.
4. Radiusvector $r=a\pm\frac{e\xi}{a}$; $r_,=a\mp\frac{e\xi}{a}$.
5. Mittelpunktsgleichung $y^2=\frac{b^2}{a^2}(a^2-\xi^2)$.
6. Scheitelgleichung $y^2=\frac{b^2}{a^2}(2ax-x^2)=2px\left(1-\frac{x}{d}\right)$.
7. Krümmungshalbmesser eines Punktes ... $=\varrho=\frac{\sqrt{(r\,r_,)^3}}{ab}$; demnach $\varrho=\frac{b^2}{a}$ für A u. $\frac{a^2}{b}$ für D.
8. Fläche $F=\pi ab=\frac{\pi}{4}d\delta=$ dem nach Verhältniss der beiden Achsen proportionirten kr. d oder kr. δ; und auch $=$ kr. $\left(\frac{d+\delta}{2}\right)-$ kr. $\left(\frac{d-\delta}{2}\right)$.
9. Ellipsen-Trapez $MDPQ=\tfrac{1}{2}\left(\xi y+ab\,\text{arc.}\sin.\frac{\xi}{a}\right)$.