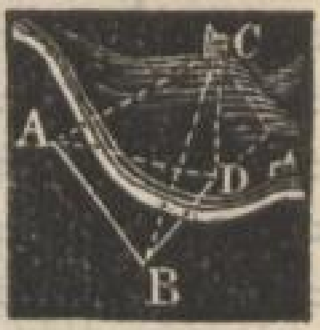
Kleine geodätische Arbeiten.

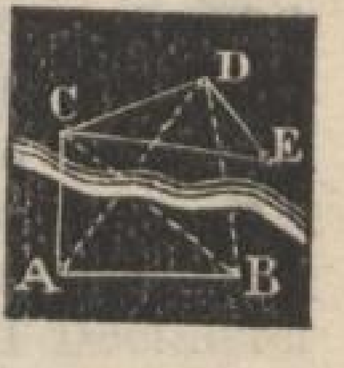
B. Höhenmessung bei seitlich liegender horizontaler Basis. (Zur Vervollständigung der auf S. 10 u. S. 12 abgehandelten Fälle.) *C* Heinrichseck (in Tharand), *AB* (im Badethale) = 327 sächs. Fuss. In Station *A* zeigte der Knt. den Horizontalwinkel $DAB = 98{,}2^*$ und die Elevation $CAD = 23{,}7$; in *B* den Horizontalwinkel $ABD = 65{,}8^0$, die Elevation $CBD = 22{,}1^0$ (also auch $\angle ADB = 16{,}0^-$). Daraus folgt (weil $AB : AD = \sin D : \sin B$) ... $AD = 327 \sin 65{,}8 : \sin 16{.}0^-$ (laut Knt.) $= 327 \,.\, 0{,}913 : 0{,}275 = 1085$, und daraus $DC = AD\, tg\, 23{,}7^0 = 1085 \,.\, 0{,}440 = 486$ Fuss; hierzu Stativhöhe gibt 490 sächs. Fuss. (Eine genaue Theodolitenmessung gab 479.7′.) — Berechnung aus der Elevation in *B* zur Controle. $AB : CD = \sin D : \sin A$; also $BD = 327 \sin 98{,}2 : \sin 16{,}0^- = 327 \sin 81{,}8 : \sin 16{,}0^- = 327 \,.\, 0{,}99 : 0{,}275 = 1175$; also $CD = BD\, tg\, 22{,}1^0 = 1175 \,.\, 0{,}408 = 479'$; dazu 4′ Stativhöhe macht 483, und als Mittel beider Resultate 486′.

Fig. 39.



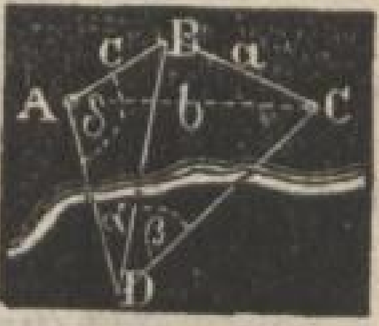
C. Trigonom. Vorwärtseinschneiden. Von der Standlinie *AB* aus die Entfernungen und Grössen umliegender Punkte und Figuren zu bestimmen. Z. B. hinsichts der Punkte *C* und *D*. Wenn $AB = 120$ Ruth. u. mit dem Horizontalkreis des Knt. beobachtet ist $\angle CAD = 35{,}7$; $\angle CAB = 57{,}2^-$; $\angle DBC = 24{,}3$; $\angle DBA = 78{,}2$ (also $\angle DAB = 21{,}5$; $\angle CBA = 53{,}9$; $\angle ACB = 68{,}9$; $\angle ADB = 80{,}3$), so folgt nach dem bekannten Satze: „die Seiten der Dreiecke verhalten sich wie die Sinusse ihrer Gegenwinkel", $AC = 103{,}8$; $AD = 119{,}1$ etc.; sowie aus *AC*, *AD* und ihrem Zwischenwinkel nach dem Cotes'schen Satze $CD = 69{,}85$. U. s. w.

Fig. 40.



D. Trigonom. Rückwärtseinschneiden. Durch Beobachtung der nach ihren Entfernungen (also auch ihren Winkeln) gegebenen drei Terrainpunkte *A*, *B* und *C* die Lage *D* einer beliebigen Station zu finden. Sind *A*, *B* und *C* die Winkel des gegebenen Dreiecks, *a*, *b* und *c* ihre Gegenseiten; werden bei *D* die Winkel α und β gemessen und $360 - (\alpha + \beta + B) = \gamma$ und $\angle BAD = \delta$ gesetzt; [so hat man daraus $\angle BCD = 360 - \alpha - \beta - B - \delta = \gamma - \delta$; und aus den beiden Dreiecken *ABD* und *BCD* nach dem Sinussatze $BD = \frac{c \sin \delta}{\sin \alpha}$, auch $BD = \frac{a \sin(\gamma - \delta)}{\sin \beta} = \frac{a \sin\gamma \cos\delta - a \sin\delta \cos\gamma}{\sin \beta}$ und durch Gleichstellung beider Werthe $c \sin \delta \sin \beta = (a \sin\gamma \cos\delta - a \sin\delta \cos\gamma) \sin\alpha$; durch Transp.: $\sin\delta\,(c \sin\beta + a \sin\alpha \cos\gamma) = a \sin\alpha \sin\gamma \cos\delta$; und endlich durch Division mit $\cos\delta$]

Fig. 41.



1) $tg\, \delta = (a \sin\alpha \sin\gamma) : (c \sin\beta + a \sin\alpha \cos\gamma)$.

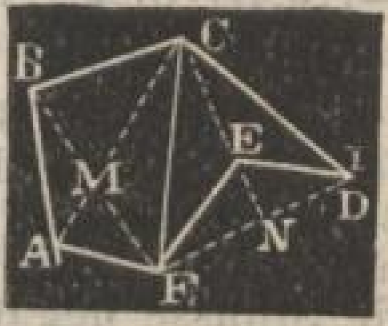
Und weil nun durch δ alle andern Winkel bekannt werden, findet sich leicht

2) $AD = c \sin(\alpha + \delta) : \sin\alpha$; $BD = c \sin\delta : \sin\alpha$; $CD = a \sin(\beta + \gamma - \delta) : \sin\beta$.

E. Trigonom. Flächenmessungen. 1) Dreieck *ABC* aus dem bei *B* beobachteten Winkel und dessen Nebenseiten: Inhalt $= \frac{1}{2} BA \,.\, BC \,.\, \sin B$. Z. B. Wenn $BA = 40$ und $BC = 50$ Ruth. u. Winkel $B = 84{,}5^0$ (dessen Sin. aus dem Knt. mit 0,9954 zu ersehen ist), so folgt, dass die Ecke $ABC = 40{,}50 \,.\, 0{,}9954 : 2 = 100 \,.\, 0{,}9954 = 99{,}54$ □R.

2) Unregulär. Viereck *ABCF* oder *CDEF* aus seinen Diagonalen u. deren (bei *M* od. *N* beobachteten) Durchschnittswinkel: Inhalt von $ABCF = \frac{1}{2} AC \,.\, BF \sin M$ und ebenso Inhalt von $CDEF = \frac{1}{2} CE \,.\, FD \sin N$. Z. B.: Wenn der bei *N* aufgestellte Knecht den einen der dasigen Winkel mit $63{,}4^0$ (dessen Sin. laut Knt. = 0,894), u. ausserdem $FD = 60$ u. $CE = 30$ Ruthen sich ergab, so folgt für das Stück *FCDE* Inh. $= 30 \,.\, 30 \,.\, 0{,}894 = 80{,}5$ □R.

Fig. 42.

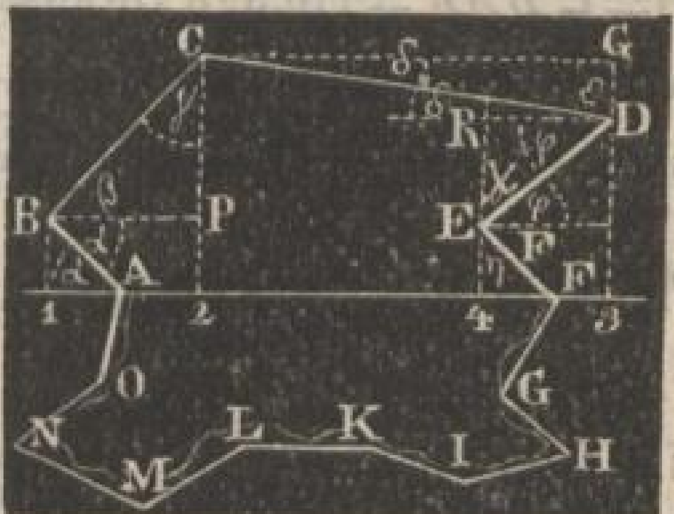


F. Trigonom. Kartirung und Quadrirung eines mit dem Knecht umzogenen Vielecks (eines Waldes oder dgl.). — Man habe, theils mittel- theils unmittelbar nach S. 18, beobachtet die wirklichen oder innern

Polygon-winkel:	Da die Sum. bei jeder aus *n* Seit. od. *n* Eck. besteh. Fig. $= (n-2) 180^0$, also für dies Sechseck $= 720^0$ sein muss, wird eine kl. Berichtigung nöthig, und man hat dann	die verbess. Winkel:	Sind nun die Seiten
A. 110.3⁰		*A.* 110,3⁰	$AB = a = 35{,}3$ R.
B. 105,9		*B.* 105,8	$BC = b = 72{,}8$ „
C. 131,6		*C.* 131,6	$CD = c = 98{,}4$ „
D. 39,8		*D.* 39,7	$DE = d = 59{,}6$ „
E. 295,4		*E.* 295.4	$EF = e = 46{,}4$ „
F. 37,3		*F.* 37,2;	$FA = f = 125{,}4$ „;
Sa. 720,3			

so entwickelt sich diese Aufgabe wie folgt:

Fig. 43.



Erste Auflösung. (Natürliche oder elementare Methode.) Nachdem mittels des Horizontalkreises oder auch der Chordentafel des Knechtes das umzogene Netz *ABCDEF* flüchtig auf- und durch alle seine Ecken Parallelen und Perpendikel zur erwählten Basis *AF* ein-gezeichnet sind, ergeben sich leicht und natürlich