Potenzen; Wurzeln; Niedere Gleichungen; Proportionen.

§. 5. Potenzen.

α. **Binomische Reihe** (Newton's binomischer Lehrsatz).

$$(a \pm b)^n = a^n \pm \frac{n}{1} a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{1.2} a^{n-2} b^2 \pm \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} a^{n-3} b^3 + \ldots$$

$$+ \ldots + \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-u+1)}{1.2.3\ldots u} a^{n-u} b^u.$$

Speciell für $(a \pm b)^2 = a^2 \pm ab + b^2$; $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3ab^2 + 3ab^2 \pm b^3$;

für $n = 4$ ist die Reihe der Binomial-Coefficienten $1 \pm 4 + 6 \pm 4 + 1$

„ $n = 5$ . . . . $1 \pm 5 + 10 \pm 10 + 5 \pm 1$

„ $n = 6$ . . . . $1 \pm 6 + 15 \pm 20 + 15 \pm 6 + 1$

„ $n = 7$ . . . . $1 \pm 7 + 21 \pm 35 + 35 \pm 21 + 7 \pm 1$.

β. **Alle Potenzen** aller Zahlen (d. i. z^n) leicht mittels der Log. des Knt.; bei Finanzrechnungen mittels der 7stelligen Log. des Randes. Z B. 103^{20}? Da Log. 1,03 = 0,0128372 u. dessen 20faches = 0,256744, so zeigt d. Taf. hierzu $z = 1{,}806$.

γ. **Die Quadrate und Würfel** aller Zahlen bis zur 3. u. 4. Ziffer genau unmittelbar aus Knt's r. Wand, durch Aufsuchen in der Qw.- resp. Cw.-Spalte u. Ablesen in der Z. Spalte. Vergl. S. 3.

§. 6. Wurzeln.

α. **Alle Wurzeln** aller Zahlen (d. i. $\sqrt[n]{z}$) leicht durch d. Logarithmentaf. Z. B. $\sqrt[8]{12{,}63}$? Log. 12,63 = 1,10141; : 8 = 0,13768. Zu dieser Mantisse die Zahl gesucht und (wegen 0 Kennziffer) 1 Ganzestelle abgeschnitten gibt 1,373.

β. **Die Quadrat- und Cubicwurzeln** aller Z. bis z. 3. u. 4. Ziff. genau gibt des Knt's r. Wand durch Aufsuchung des (abgetheilten) Radicanden in der Z.-Spalte u. Ablesung in der Qw.- resp. Cw.-Spalte. Vergl. S. 2 u. 3.

γ. **Näherungsformeln.** 1) $\sqrt{a^2 \pm b} = a \pm \frac{b}{2a}$; 2) $\sqrt[3]{a^3 \pm b} = a \pm \frac{b}{3a^2}$; um so richtiger, je grösser a im Vergleich zu b ist. 3) $\sqrt{a^2 + b^2}$ (wo $a > b$) $= 0{,}9604\,a + 0{,}3978\,b$ (bis auf 4% genau).

§. 7. Niedere Gleichungen.

α. Aus $x \pm a = b$ folgt $x = b \mp a$; aus $ax = b \ldots x = \frac{b}{a}$; aus $\frac{x}{a} = b \ldots x = ab$.

β. Wenn $x + y = s$ und $x - y = d$, so ist $x = \frac{1}{2}(s + d)$ und $y = \frac{1}{2}(s - d)$.

γ. Wenn $\alpha x + \beta y = \gamma$ u. $ax + by = c$, so ist $x = \frac{\gamma b - \beta c}{\alpha b - \beta a}$; $y = \frac{\gamma a - \alpha c}{\beta a - \alpha b}$.

δ. Für die einfach unbestimmte Gl. $ax + by = c$ ist die relative Unbek. 1) $x = \frac{c - by}{a}$; für die dopp. unbest. $ax + by + cz = d$ d. relat. U. 2) $x = \frac{d - by - cz}{a}$; und man hat in (1) y und in (2) y u. z als absolute Unbekannte zwar willkührlich, jedoch dem Geiste der Aufgabe gemäs anzunehmen.

§. 8. Verhältnissgleichungen oder Proportionen.

I. Grundgesetze. α. Bezeichnet man die Differenzbeziehung $a \div b$ (soviel als $a - b$) als „arithm. Verhältniss", so unterscheidet man das eigentl. Verhältniss $a : b$ (soviel als a verglichen und gemessen mit b u. daher $= \frac{a}{b}$) als „geometrisches"; und, wenn $a - b = c - d$, diese Gleichung als eine „arithmetische"; und $a : b = c : d$ oder $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ als eine „geometr. Proportion". β. Für erstere gilt $a + d = b + c$, für letztere $ad = bc$. γ. Aus der stetigen arithm. Proportion $a - m' = m' - b$ folgt für das sogenannte arithm. Mittel v. a u. b .. $m' = \frac{a + b}{2}$. δ. Aus d. stetig. geom. Proport. $a : m = m : b$ folgt für das sogenannte geom. Mittel von a u. b .. $m = \sqrt{ab}$. I. II. I. II.

II. Verwandlungen. Eine richtige Proport. $a : b = c : d$ (wo also $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ od. $ad = bc$) gibt wieder eine richtige, wenn man α. beide Verhältnisse umkehrt ($b : a = d : c$); β. die Innen- od. Aussenglieder vertauscht (z. B. $a : c = b : d$); γ. die I[n] od. auch die II[n] Glieder od. das eine od. auch beide Verhältnisse durch eine beliebige Zahl multipl. od. divid. (z. B. $am : b = cm : d$); δ. sämmtl. Gl. in gleicher Weise potenzirt od. radicirt (z. B. $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{c} : \sqrt{d}$); ε. statt der I[n] u. II[n] Gl. die Summe od. Diff. der Gl. des angehör. Verhältn. setzt [so dass sogar $(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$]. — **III. Verbindungen:**

α. Wenn $\left.\begin{array}{l} a : b = c : d \\ \text{und } e : f = g : h \end{array}\right\}$ so ist auch $ae : bf = cg : dh$.

β. Wenn $\left.\begin{array}{l} a : b = c : d \\ \text{und } e : b = f : d \end{array}\right\}$ so ist auch $a : e = c : f$.

γ. Wenn $a : b = c : d$ und $a : e = f : d$ so ist auch $b : e = f : c$. od. $b : a = d : c$, $e : a = d : f$,

δ. Wenn $\left.\begin{array}{l} a : b = c : d \\ \text{und } a : b = e : f \\ \text{und } a : b = g : h \end{array}\right\}$ so ist auch $a : b = (c + e + g) : (d + f + h)$.