F. Anderweite Kurven (Ellipse, Parabel).

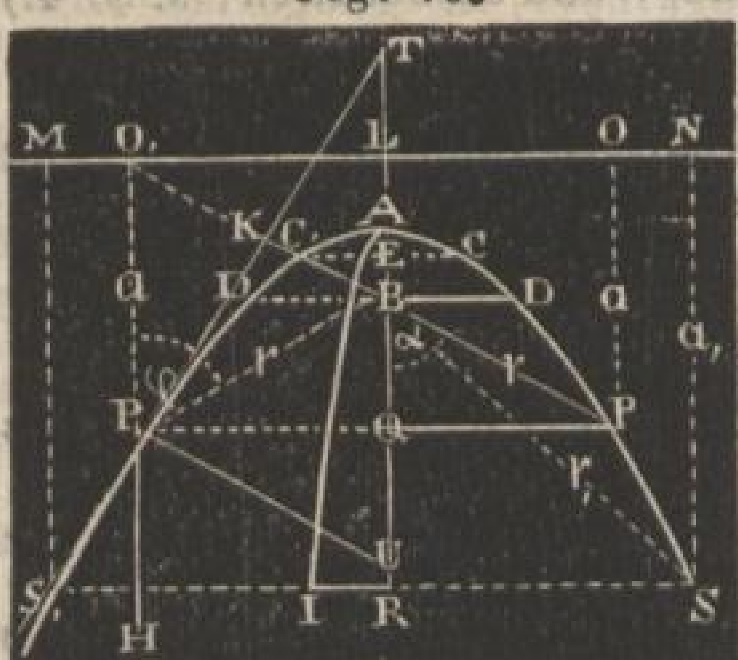
10. Ellipsen-Umfang U. Wenn $u =$ Kreisumfang zum mittl. Durchm. $\frac{d+\delta}{2}$ od. $= \pi(a+b)$, und c den Bruch $\frac{d-\delta}{d+\delta}$ od. $\frac{a-b}{a+b}$ bedeutet, so ist
$U = u\,(1 + \tfrac{1}{4}c^2 + \tfrac{1}{64}c^4 + \tfrac{1}{256}c^6 + \ldots)$, und demgemäs bei

$c =$	0,0;	0,1;	0,2;	0,3;	0,4;	0,5;	0,6;	0,7;	0,8;	0,9;	1,0.
$U = u \times$	1,000;	1,003;	1,010;	1,023;	1,040;	1,063;	1,092;	1,127;	1,167;	1,216;	1,273.

11. Construction. Mittels eines in B u. $B_,$ befestigt. Fadens FPB' von der Länge d. — Oder mittels Zirkels, indem man aus B u. B' Kreuzbogen m u. n mit den Radien r u. $d-r$ beschreibt. — Oder, indem man alle Ordinaten des um- oder eingeschriebenen Kreises nach dem Verhältnisse beider Achsen verkürzt, resp. verlängert.

§. 20. Die Parabel.

Fig. 70.



Abscissen auf d. Achse AR u. aus d. Scheitel A; $= AQ = x$. Ordinate $QP = y$, im Brennpunkte $B = BD = p$. Radiusvector $PB = r$. Abstand v. der Directrix (Leitlinie MN) $= PO = a$.

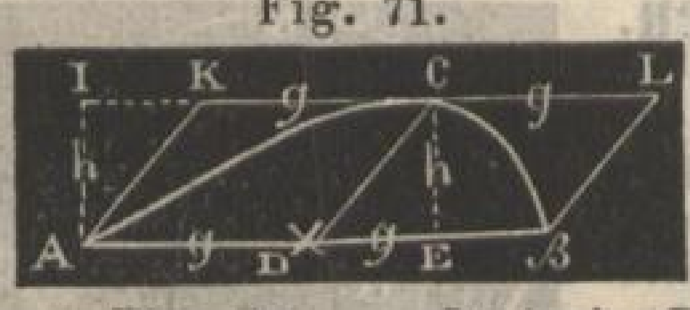
1. Krümmungsgesetz: $r = a$; $r_, = a_,$ etc.
2. $BL = p$; $AL = AB = \tfrac{1}{2}p$; Parameter $DD_, = 2p$.
3. Scheitelgleichung $y^2 = 2px$.
4. Polargleichung. Für $BQ = x_,$ ist $r = p + x_, = p : 2\sin.\tfrac{1}{2}\alpha$.
5. Krümmungshalbm. $\varrho = \sqrt{\frac{(2x+p)^3}{p}}$.
6. Construction bei gegebenem Parameter $DD_, = 2p$. Ziehe $LR \perp MN$; mache $LA = AB = \tfrac{1}{2}p = \tfrac{1}{4}DD_,$ u. durchschneide v. B aus jede zu MN Parallele (Achsensehne) $CC_,$, $PP_,$, $SS_,$ mit ihrem Abstande EL, QL u. RL.
7. Die Tangente $P_,T$ halbirt den von r u. a gebildeten Winkel φ und ist $= 2\sqrt{rx}$. Subtang. $QT = 2x$. Normale $P_,U = \sqrt{2pr}$. Subnorm. $QU = p$.
8. Der Durchmesser $P_,H$ des Tangirungspunktes u. der Radiusvector $BP_,$ desselben bilden mit der Tangente (also auch mit der Kurve) den gleichen Winkel. — Der Durchm. halbirt alle der Tang. parallelen Sehnen. — Die Quadrate der Ordinaten wachsen wie die einfachen Absciss. — Die Proportionirung (z. B. Viertelung) der Ordinaten gibt eine Parabel (wie AI) von anderer Brennweite.
9. Länge eines Astes oder Bogenstückes

$$ADP = l = \frac{p}{2}\left[\sqrt{\frac{2x}{p}\left(1+\frac{2x}{p}\right)} + \text{lgnat.}\left(\sqrt{\frac{2x}{p}} + \sqrt{1+\frac{2x}{p}}\right)\right].$$

Wenn der Bruch $\frac{x}{y}$ (bei Kettenbrüchen $=$ Bogenhöhe divid. durch halbe Spannweite) klein, so ist annähernd $l = y\left[1 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \tfrac{2}{5}\left(\frac{x}{y}\right)^4\right]$.

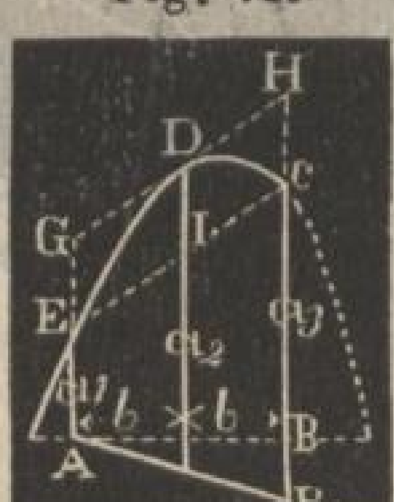
10. Auch für Bogen anderer Kurven, deren Höhe h klein gegen ihre Spannung oder Chorde c, folgt aus 9. deren Länge annähernd $\left[1 + \tfrac{8}{3}\left(\frac{h}{c}\right)^2\right]c$. Wenn also $C_1C = 100$, $AE = 5$, folgt $C_1AC = [1 + \tfrac{8}{3} \cdot (\tfrac{1}{20})^2]\,100 = 100{,}67$.

Fig. 71.



11. Parabel-Segment u. -Dreieck. Ist KL die der Sehne AB parallele Tangente, C ihr Berührungspunkt, D die Sehnenmitte, $AD = DB = g$, und $CE = AI =$ Höhe des Segments wie auch der innern und äussern Dreiecke $= h$, so ist Segment $ACB \ldots = \tfrac{2}{3}$ umschrieb. Parallelogr. $AL = \tfrac{2}{3}\,AB \,.\, CE$; und sowohl Dreieck ACD wie Dreieck $DCB = \tfrac{2}{3}\,gh$. Dagegen jedes der konkaven oder äusseren Dreiecke AKC od. $BCL = \tfrac{1}{3}\,gh$. Beim sogenannten Achsensegmente (wo C der Scheitel und CD die Achse der Parabel) werden diese Dreiecke rechtwinklig und symmetrisch.

Fig. 72.



12. Parabeltrapez (Fig. 72) mit den (zur Achse parallelen) Grundlinien a_1 u. a_3, der Mittellinie a_2 u. der halben Breite b.
$ABCDEA = (a_1 + 4\,a_2 + a_3)\,\frac{b}{3}$. (Simpson's Lehrsatz.)

§. 21. Flächeninhalt beliebig ein- und ausgebauchter Figuren.

α. Kurven-Segmente (ähnlich EDC, Fig. 72) **und einseitige Kurven-Dreiecke** (wie EDI u. EGD, Fig. 72), wenn deren Kurve genau genug irgend einem Parabelstück entspricht: Nach 11. des vorigen §.

β. Zweiseitige Kurven-Dreiecke und Curven-Trapeze, wenn die betreffenden Seiten als parabolisch ein- od. ausgebaucht, oder ausgleichungsweise auch als gerade zu betrachten, wie Fig. 73—77 (in Dreiecke übergehend, sobald die obere Grundl. $= 0$): Gemeinsam durch $F = (a_1 + 4\,a_2 + a_3)\,\frac{b}{3}$, wo b die Breite