bedienen, welche aus der ersten unmittelbar erhalten wird, wofern man für $\triangle$ seinen Werth $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ einsetzt.

Nach Fig. I ist $\triangle AMc \sim AM'c'$, daher $M'c' : Mc = Ac' : Ac$ oder, wenn man die in §. 1 Zusatz II für Ac und Ac' gefundenen Werthe substituirt $\varrho' : \varrho = p : p-a$, mithin

$$\left.\begin{aligned} \varrho' &= \varrho \cdot \frac{p}{p-a} \\ \text{ebenso} \quad \varrho'' &= \varrho \cdot \frac{p}{p-b} \\ \varrho''' &= \varrho \cdot \frac{p}{p-c} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Diese Formeln dienen zur Berechnung der Radien der Außenkreise aus dem des Innenkreises; ist letzterer noch nicht berechnet, so gebraucht man die Formeln

$$\left.\begin{aligned} \varrho' &= \frac{\triangle}{p-a} \text{ oder auch } = \sqrt{\frac{p(p-b)(p-c)}{p-a}} \\ \varrho'' &= \frac{\triangle}{p-b} \text{ oder auch } = \sqrt{\frac{p(p-a)(p-c)}{p-b}} \\ \varrho''' &= \frac{\triangle}{b-c} \text{ oder auch } = \sqrt{\frac{p(p-a)(p-b)}{p-c}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

welche aus jenen durch Vertauschung von ϱ mit seinen in (1) und (3) angegebenen Werthen hervorgehen, übrigens aber auch, gerade wie der Werth von ϱ, direkt gefunden werden können.

Wären endlich der Umfang des Dreiecks und die Winkel gegeben, so würde man die Formeln benutzen

$$\left.\begin{aligned} \varrho' &= p\,\mathrm{tg}\frac{A}{2} \\ \varrho'' &= p\,\mathrm{tg}\frac{B}{2} \\ \varrho''' &= p\,\mathrm{tg}\frac{C}{2} \\ \varrho &= p\,\mathrm{tg}\frac{A}{2}\,\mathrm{tg}\frac{B}{2}\,\mathrm{tg}\frac{C}{2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

von denen die letzte aus (1) und (2) folgt, während sich die anderen aus der Betrachtung der rechtwinkligen Dreiecke $AM'c'$, $BM''a''$, $CM'''b'''$ ergeben.

§. 13.

Zwischen diesen Halbmessern, den Umfangsstücken des Dreiecks und dessen Flächeninhalt bestehen mehrere einfache Beziehungen.

Multiplizirt man zunächst die für $\varrho\ \varrho'\ \varrho''\ \varrho'''$ in (1) und (5) aufgestellten Werthe, so findet man $\varrho\varrho'\varrho''\varrho''' = \frac{\triangle^4}{\triangle^2} = \triangle^2 = p(p-a)(p-b)(p-c) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$

d. h. das Produkt aus den 4 Radien der einbeschriebenen Kreise ist gleich dem Quadrat des Flächeninhalts des Dreiecks — oder auch gleich dem Produkte aus dem halben Perimeter in die 3 Differenzen zwischen diesem und je einer Seite.