nischen Skala erniedrigt werden, so hat man $\frac{Q^4}{4}$ mit $\frac{4}{Q^3}$ zu vertauschen, oder den Ton, der in diesem Falle durch die relative Schwingungszahl $\frac{Q^4}{4}$ bezeichnet ist, mit $\frac{16}{Q^7}$ zu multiplicieren; wäre umgekehrt ein Ton, der mit $\frac{4}{Q^3}$ bezeichnet ist, zu erhöhen gewesen, so hätte man diese relative Schwingungszahl mit $\frac{Q^7}{16}$ multiplicieren müßen. Da aber überall, wie vorhin bemerkt, zwei beliebige Intervalle, die gleichviele und der Art nach dieselben Töne umfaßen, einander gleich sind, man mag in der diatonischen Skala welchen Ton man will als Grundton annehmen, so wird jeder beliebige Ton einmal erhöht oder erniedrigt, wenn man ihn resp. mit $\frac{Q^7}{16}$ oder dessen reciprokem Werthe multipliciert. Wird also C als Grundton mit 1 bezeichnet, so ist die relative Schwingungszahl von $C\# = \frac{Q^7}{16}$, $D^b = \frac{Q^2}{2} \cdot \frac{16}{Q^7} = \frac{8}{Q^5}$, $D\# = \frac{Q^2}{2} \cdot \frac{Q^7}{16} = \frac{Q^9}{32}$, $E^b = \frac{Q^4}{4} \cdot \frac{16}{Q^7} = \frac{4}{Q^3}$ ꝛc. und damit also auch die chromatische Tonleiter nach diesem System vollständig bestimmt. Hiebei ist, wie man sich sofort aus dem Obigen überzeugt, das Verhältnis zweier auf einander folgenden erhöheten oder erniedrigten Töne immer noch dasselbe wie das zugehörige der entsprechenden Töne in der diatonischen Skala. Wie derselbe Weg weiter verfolgt werden kann, wenn Töne doppelt erhöhet oder erniedrigt werden sollen, liegt auf der Hand und braucht hier nicht weiter ausgeführt zu werden. In Bezug auf die Berechnung der Intervalle dieses Systems nach der Euler'schen Formel und das Verhältnis desselben zum neueren System verweise ich auf den zweiten Abschnitt.

Andere Untersuchungen wie z. B. die über die Tongeschlechter der alten Griechen können hier nicht weiter verfolgt werden; wir wenden uns jetzt zur Betrachtung des jetzt üblichen Tonsystems.

§. 3.

Die diatonische Skala der neueren Musik unterscheidet sich einmal schon durch die Reihenfolge der Töne, wie im vorigen Paragraph angegeben; ein noch bedeutenterer Unterschied, wenigstens in der Theorie, tritt dadurch hervor, daß der dritte ganze und dritte Halbton (die große und kleine Terz) eine neue Bestimmung erhält (wahrscheinlich im XVI s. durch den Venetianer Zarlino, cf. Allgem. Monatsschrift, Juni 1853), indem man jetzt nämlich das Verhältnis des Grundtons zur großen Terz $= 4:5$, des Grundtons zur kleinen Terz $= 5:6$ annimmt und beide als Consonanzen betrachtet. Durch diese Aenderung werden dann auch andere Töne in der Skala modificiert und es bleiben nur die relativen Schwingungszahlen der Oktave, Quinte, Quarte und Sekunde mit den im vorigen Paragraph angegebenen in Uebereinstimmung. Die jetzige diatonische Skala hat bekanntlich folgende Gestalt:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
C & & D & & E & & F & & G & & A & & H & & c \\
& 9/8 & & 10/9 & & 16/15 & & 9/8 & & 10/9 & & 9/8 & & 16/15 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc}
C & D & E & F & G & A & H & c \\
1 & 9/8 & 5/4 & 4/3 & 3/2 & 5/3 & 15/8 & 2.
\end{array}$$

Bezeichnen wir allgemein die relative Schwingungszahl der großen Terz mit T', die der kleinen mit T'', so ist nach diesem Tonsystem $T' \cdot T'' = Q$, also $T'' = \frac{Q}{T'}$. Danach nimmt die vorhin angegebene Skala im Allgemeinen diese Form an:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
C & & D & & E & & F & & G & & A & & H & & c \\
& \frac{Q^2}{2} & & \frac{2 \cdot T'}{Q^2} & & \frac{2}{QT'^2} & & \frac{Q^2}{2} & & \frac{2 \cdot T'}{Q^2} & & \frac{Q^2}{2} & & \frac{2}{T'^2 Q}, &
\end{array}$$

also sind die relativen Schwingungszahlen in Bezug auf den Grundton allgemein:

$$\begin{array}{cccccccc}
C & D & E & F & G & A & H & c \\
1 & \frac{Q^2}{2} & T' & \frac{2}{Q} & Q & \frac{2T'}{Q} & QT' & 2.
\end{array}$$

Die erhöheten und erniedrigten Töne werden ebenso wie im §. 2. abgeleitet: die ersteren, indem man den ursprünglichen Ton mit $\frac{T'}{T''}$; die anderen, indem man denselben mit $\frac{T''}{T'}$ multipliciert, wie folgende Tabelle zeigt: