Wird die Rechnung wie vorhin an $(d - 6 + 10x)^2 + (e - 5 + 8x)^2 + (g - x)^2 + (a - 6 + 9x)^2 + (h - 5 + 7x)^2$ ausgeführt, so ergiebt sich $x = \log\left(\frac{2^{215} \cdot 3^{23}}{5^{34}}\right) : 295 \log 2 = 0{,}5847861$, ein Werth von q, der von dem vom Prof. Drobisch gefundenen erst in der fünften Decimale um zwei Einheiten abweicht. Der sechste Näherungsbruch dieses q ist $= {}^{69}/_{118}$, derselbe, nach welchem Drobisch dieses System ausgeführt hat; diesem geht voraus ${}^{31}/_{53}$ und folgt ${}^{100}/_{171}$. In zweistelligen Zahlen giebt es also keinen Bruch, der dem q dieses Systems näher käme als ${}^{31}/_{53}$.

Die Frage, ob es nicht noch andere Systeme gebe, die bei derselben enharmonischen Tonfolge sich dem üblichen System und der mittleren Temperatur noch mehr nähern, erledigt Prof. Drobisch p. 87 und 88, indem er auf einfache Weise zeigt, daß bei merklicher Zunahme der Reinheit des Systems die Unterscheidbarkeit der erhöhten Töne von den erniedrigten in stärkerem Maße sich vermindert. Ist nämlich $C\sharp - D^{\flat} = 12q - 7$ gleich dem nten Theil des Intervalls der großen Sekunde, also $= \frac{2q - 1}{n}$, so folgt $q = {}^1/_2 \cdot \left(\frac{7n - 1}{6n - 1}\right)$. Wird in dieser Gleichung n successive durch 4, 5, 6 — 15 ausgedrückt, so ergiebt sich, daß das System $q = {}^{69}/_{118}$ (für $n = 10$) für $12q - 7$ ${}^1/_{10}$ ganzen Ton giebt, dagegen für $n = 9$, $q = {}^{31}/_{53}$ noch ${}^1/_9$ ganzen Ton: ein Intervall, das kaum zu überschreiten sein dürfte, wenn der Unterschied zwischen $C\sharp$ und $D^{\flat}$ dem gewöhnlichen Ohr noch entschieden bemerkbar bleiben soll. Denn nach den Untersuchungen von Delezenne, die der Prof. Drobisch p. 34 in der Anmerkung anführt, vermag das feinste musikalische Ohr 2 Töne, welche wechselsweise gehört werden, noch zu unterscheiden, wenn ihre Differenz $c \cdot {}^1/_{34}$ ganzen Ton beträgt, während dem ungeübten Ohr ihr Unterschied erst bei der Differenz ${}^1/_{17}$ g. T. bemerklich wird; der Unterschied zweier gleichzeitig gehörten Töne wird dagegen erst bemerkbar, wenn er ${}^1/_{11}$ g. T. beträgt. Man sieht hieraus, daß man bei den obigen Substitutionen für n wenigstens nicht über 10 hinausgehen darf. Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich ferner, daß man bei der Forderung $C\sharp$ soll höher sein als $D^{\flat}$ &c. in der Aufstellung von Temperaturen auf einen engen Raum beschränkt ist, indem man bei der Bestimmung des q nicht unter ${}^{69}/_{118}$ herabsteigen darf; zugleich ist es aber auch nicht erlaubt, bei der Werthbestimmung von q über das Intervall der reinen Quinte hinauszugehen, weil man sonst übermäßig hohe Terzen bekommen würde, wie sie nicht gestattet sein dürften. Alle diese möglichen Temperaturen innerhalb der gesteckten Grenzen sind aber unbedeutend verschieden von $q = 0{,}58496$ oder dem sehr genau damit übereinstimmenden Werthe von $q = {}^{31}/_{53}$.

III. Abschnitt.

Vergleichung des älteren und neueren Tonsystems.

§. 6.

Die im §. 1 angegebene diatonische Skala der alten Griechen hat nach der jetzigen Reihenfolge der Töne folgende Form:

C	D	E	F	G	A	H	c
1	$\frac{Q^2}{2}$	$\frac{Q^4}{4}$	$\frac{2}{Q}$	Q	$\frac{Q^3}{2}$	$\frac{Q^5}{4}$	2

wo Q die relative Schwingungszahl der Quinte darstellt. Diese Skala hat, wie schon bemerkt, die Eigenschaft, daß jedes Intervall zwischen zwei beliebigen Tönen dem entsprechenden Intervall, vom Grundton aus genommen gleich ist. Will man die chromatische Skala hieraus ableiten, so braucht man nur die relative Schwingungszahl der kleinen Terz $= \frac{4}{Q^3}$ aus D — F oder A — c zu bestimmen. Bezeichnet man die relative Schwingungszahl der großen Terz mit T′, die der kleinen mit T″, so ergiebt sich, wie §. 1 gezeigt, die einfache Erhöhung eines Tons, indem man die zugehörige relative Schwingungszahl mit $\frac{T'}{T''} = \frac{Q^7}{2^4}$; die einfache Erniedrigung, indem man mit $\frac{T''}{T'} = \frac{2^4}{Q^7}$ multipliciert. Durch Wiederholung desselben Verfahrens gelangt man von den einfach erhöhten und erniedrigten Tönen zu den doppelt erhöhten und doppelt erniedrigten u. s. w. Dabei bleibt das Verhältnis