Winkeltheilung, speciell Trisection.*)

§. 1. Princip der Winkeltheilung.

Die vorliegende Abhandlung über die Theilung eines gegebenen Winkels in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile stützt sich auf folgenden Satz:

1.) Wenn in einem Dreieck die Winkel an der Grundlinie oder deren Nebenwinkel sich wie $1 : (n-1)$ verhalten, so wird der Winkel an der Spitze durch die Transversale, deren Neigung gegen die Grundlinie $\frac{2}{n}$ R beträgt, gleichfalls in dem Verhältniß von $1 : (n-1)$ getheilt.

Beweis: I. Fall. (Fig. I.) Es sei im Dreieck ABC $\sphericalangle \gamma = (n-1)\beta$, dann erhält man die Gleichungen:

$$(1) \quad \beta + x = \frac{2}{n} R \quad \text{und} \quad (2) \quad (n-1)\beta + y = 2\,\frac{(n-1)}{n} R,$$

da der Außenwinkel eines Dreiecks gleich der Summe der beiden ihm gegenüberliegenden innern Winkel ist. Multiplicirt man die erste Gleichung mit $(n-1)$, so ergiebt sich: $(n-1)\beta + (n-1)x = \frac{2(n-1)}{n} R$; mithin $(n-1)x = y$ oder $x = \frac{\alpha}{n}$.

II. Fall. (Fig. II.) Der Nebenwinkel von β beträgt $(2R-\beta)$, folglich ist der Nebenwinkel von $\gamma = (n-1)(2R-\beta)$. Es ergeben sich dann in analoger Weise die Gleichungen

$$(1) \quad x + \frac{2}{n} R = 2R - \beta \quad \text{und} \quad (2) \quad y + \frac{2(n-1)R}{n} = (n-1)(2R-\beta).$$

Durch Multiplication der ersten Gleichung mit $(n-1)$ erhält man: $(n-1)x + \frac{2(n-1)R}{n} = (n-1)(2R-\beta)$. Hieraus folgt ebenfalls

$$y = (n-1)x \quad \text{oder} \quad x = \frac{\alpha}{n}.$$

*) **Anmerkung:** Die Geschichte der Trisection ist in der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht von J. C. V. Hoffmann (Leipzig b. Teubner) mehrfach Gegenstand eingehender Besprechung gewesen. Man vergleiche neben Klügel (mathematisches Wörterbuch, Bd. V. pag. 340 u. f.) 3. Jahrgang (1872) pag. 215—40 (Hippauf-Lösung des Problems der Trisection mittelst der Conchoide auf circularer Basis), pag. 537 (Albrich); 4. Jahrgang pag. 176 (Urtheile von Garde u. Minding); 5. Jahrgang pag. 64 (Sidler), pag. 226—27 (Kurtze); 7. Jahrgang pag. 107—13 (Emsmann).