Vernunftmäßige und allgemeine
Rechenkunst.

Ein System
nach Reesischer Manier
auf die
geometrische Proportion gegründet,
auch
für Nichtstudirende
faßlich und anschaulich dargestellet

von
Johann Christian Fidejust Silberschlag.

Leipzig, 1794.
bey Johann Samuel Heinsius.

Vorbericht.

Den Liebhabern einer vernünftigen Arithmetik überreiche ich hiemit eine allgemeine Rechenkunst, welche sich von andern bisherigen Rechenbüchern vornämlich dadurch unterscheidet, daß sie weder eine Regel Detri, noch irgend eine andere Regel, dergleichen Regula inversa, quinque, Ketten-, Wechsel-, Banco-, Tara-, Stich-, Pari-, Fusti-, Juden-, Factorey-, und Gott weiß, was für andere Namen noch seyn mögen, anerkennet, noch irgend etwas davon wissen will, noch etwas davon zu wissen nöthig hat. Es gilt ihr gleich viel, ob eine Rechenaufgabe zur Regel Detri, oder zu einer andern Rechnungsart gehöret, sie heiße, wie sie wolle. Es ist ihr einerley, ob ein Satz Brüche, oder keine Brüche mit sich führe, und ihre Probe ist so sicher und bequem, daß sie keines besondern Satzes bedarf. Und was soll ich von dem großen Vortheil sagen, daß sie große Summen weiß, in geringe und oft einfache Zahlen herabzusetzen, und dadurch des beschwerlichen und unsichern Multiplicirens sich zu entledigen? Ein Vortheil, der nicht genug zu schätzen ist! Diese Rechnungsart löset alle schwere und verworrene Aufgaben in ihre zween Sätze, und jeden Satz in Subject und Prädicat, auf eine leichte Art, auf, und ergänzet mangelhafte Sätze durch Ausgleichungen, wie es die Natur der Sachen erfordert. Sie übergiebt nicht eine einige Regel dem unsichern Gedächtniß, sondern leget alles der Einsicht des Verstandes und der Beurtheilungskraft an den vorgemahlten Eigenschaften der Proportion anschauend vor Augen, und zeigt, daß ein jeder Rechensatz nichts anders als eine Proportion sey. Daher kommt es, daß ein jeder Rechensatz, wie eine Proportion, immer auf einerley Art und Weise gestellet und behandelt wird. Es gilt hier immer einerley Regel, einerley Satz, einerley Verfahren. Und eben darum verabschiedet sie die alte ewige Leyer der Regel Detri und aller andern abgeschmackten Regeln, als eiserne Fesseln des Selbstdenkens, als eine unerträgliche Last des Gedächtnisses, als beschwerliche und oft allzuunsichere Vorschriften. Sie setzet nichts, als die 4 Species der Rechenkunst und einen gesunden Menschenverstand zum Grunde. So wenig sie voraussetzet, so viel Anleitung giebt sie, nicht nur im Rechnen, sondern auch überhaupt im gemeinen Leben und in der Schreibart, nach logikalischen Grundsätzen, richtig zu denken, und Gedanken gehörig zu ordnen und zu beurtheilen, indem man lernet, Subject vom Prädicat, und Hauptbegriffe von Nebenbegriffen, auch außerhalb der Rechensätze, gehörig zu unterscheiden. Dies wäre es ohngefähr, womit sie sich einem Liebhaber der Rechenkunst empfehlen kann.

Vorbericht.

Man kann schon aus dieser kurzen Beschreibung urtheilen, daß sie mit Recht einen Anspruch auf den Titel einer allgemeinen Rechenkunst machen kann. Diesen Namen verdienet sie aber auch in einer andern Absicht, und aus dem Grunde, weil sie nämlich von allen, die sie erlernen wollen, und einen gesunden Menschenverstand besitzen, von Gelehrten und Nichtstudirenden *) leicht kann begriffen werden. Um auch diesen letztern verständlich zu seyn, so habe ich mich nicht nur im Vortrag so vieler Versinnlichungen und Beyspiele bedienet, um die Lehren daran anschauend zu machen, sondern ich habe mich auch aller technologischen Kunstwörter mit aller Behutsamkeit enthalten

*) „Der Allgemeinheit dieser Rechnungsmethode stehet ganz „und gar nicht entgegen, daß dieser gegenwärtige Unterricht für Erwachsene den Seelenkräften der zarten Jugend „nicht angemessen sey. Ich gebe zwar gerne zu, daß diese „gegenwärtige Anleitung für Erwachsene von reifern Alter „geschrieben ist; allein ich behaupte gleichwohl, daß die auf „die Proportion gegründete Rechenkunst bey weitem nicht „so abstrakt sey, daß sie den Fähigkeiten der Schulkinder „in den Städten und auf dem Lande nicht angepasset werden könne. Sollte diese Schrift den Beyfall der Kenner „sich erwerben, so bin ich, zum Beweiß dieser Behauptung, „bereit, einen leicht faßlichen Unterricht in der Proportionsrechnung für Kinder in Stadt- und „Landschulen, zum Gebrauch im bürgerlichen „Leben, in der Oekonomie, im Handel und Wandel 2c. zu liefern. Vielleicht sind so manche mit mir der „Meynung, daß es auch die Schuljugend bedürfe, von der „altväterischen Last der Regel detri, inversa und andern „dergleichen sinnlosen Regeln befreyet, und zu einem vernünftigen Rechnen angeführt zu werden.“

so viel als nur immer möglich war. Ob aber wohl die Behauptung, daß auch Nichtstudirende und Jünglinge, die den Wissenschaften nicht oblagen, diese Arithmetik völlig fassen können, gegründet seyn mag? darüber lasse ich einige urtheilen, andere aber den Versuch machen. Dürfte ich aber hier aus Erfahrung reden, so würde ich in Wahrheit versichern können, daß ein 14- bis 15-jähriger Jüngling in der Entfernung sich des ersten Entwurfs zu dieser Rechnung, der aus 5 bis 6 Bogen bestund, bedienete, mit Aufmerksamkeit durchlas, und ob er gleich täglich kaum eine Stunde dazu verwenden konnte, doch in wenig Wochen die ganze Methode dergestalt faßte, daß er von selbst ein guter Rechenmeister wurde.

Diese Anleitung zur Arithmetik nenne ich ein System, das auf die Proportion gegründet ist. Diese, nur sie allein, ist die Seele der Rechenkunst, ja die Rechenkunst ist die Proportion selbst. Aus der Proportion fließen alle Vorschriften und Behandlungen der Rechensätze. Wer sie einsiehet und ihre Eigenschaften kennet, weiß alsdann auch alle Rechensätze zu stellen und zu behandeln, und alles, was sich nur berechnen lässet, dadurch zu berechnen.

Sie ist ein System, weil sie alles aus den Eigenschaften und Grundsätzen einer Proportion von Schluß zu Schluß folgert. Wenn ich aber sage, daß sie nach Reesischer Manier eingerichtet sey, so bemerke

merke ich es zu dem Ende, damit mich Niemand in den Verdacht nehmen möge, als ob ich mich für den Erfinder dieser Rechnungsmanier ausgeben, und mir auf eine unbescheidene Weise eine Ehre anmaaßen wolle, die mir nicht gebühret. C. F. van Rees erwarb sich zuerst das Verdienst um die Arithmetik, sie nach den Grundsätzen der Proportion zu behandeln, ob er gleich selbst, als ein Nichtphilosoph, gar nicht wußte, was eine Proportion war, daher seine Scharfsinnigkeit um soviel mehr zu bewundern. Philosophen nahmen es wahr, und zeigten, daß seine Rechnungsmanier nichts anders, als Grundsätze der Proportion wären, und führten die Arithmetik auf die Theorie derselben zurück. Daher erwarben sich einige ein nicht geringes Verdienst gegen dieselben, unter welchen besonders zu bemerken Clausbergs demonstrative Rechenkunst: Lappenberg de ratione arithmeticae Reesianae: Stritter Exempelbuch zum nöthigsten Aufgaben der Rechenkunst: Schmalzried Anleitung zur Reesischen Rechnung: Elf Theorie und Anwendung der Reesischen Regel auf bürgerliche Rechnung: Schmids Rechenkunst und besonders Kettenrechnung. Unter allen aber leitete Niemand so frühe und fast systematisch die Reesische Manier auf die Theorie der Proportion zurück, als der Verfasser der vernünftigen Gedanken von der richtigen Proportionsstellung der Begriffe und Zahlen beym Rechnen, Gotha 1756., welcher die Schätzbarkeit und Allgemeinheit der Reesischen Regel deut-

lich

lich darthat. Ich würde zu unbescheiden seyn, wenn ich das, was an diesen Schriften noch zu wünschen, hier anführen wollte. Unterdessen muß man sich doch darüber verwundern, daß noch so manche die Reesische Manier, oder welches einerley ist, die Proportion auf die alte Regeln der Rechenkunst, auf die Regel Detri, auf die Regel Justi u. d. gl. anwenden, und die abgeschmackten Namen mehrerer Rechnungsarten beybehalten wollen, die man doch nunmehr, da man die Proportion brauchbarer gemacht hat, schlechterdings nicht weiter hören oder nennen sollte.

Was in diesem Buche geleistet worden, das werden Sachverständige am besten beurtheilen. Die Ausführung desselben würde weit über die Hälfte geringer ausgefallen seyn, wenn ich mich so vieler Exempel und Erläuterungen enthalten hätte. Sollte aber wohl ein solcher Umstand dem Buch nicht zum Verdienst, und den mehresten Lesern zum Nutzen gereichen? Dieser ist es, den ich suche, und jedem von ganzem Herzen wünsche. Ohrdruff, im Monat April 1794.

J. C. F. Silberschlag,
Archidiac.

Ein-

Einleitung
in die
allgemeine Rechenkunst.

Erstes Kapitel.
Die Proportion,
als der Grund der allgemeinen Rechnung, nach der Geometrie betrachtet.

§. 1.

Die allgemeine Rechenkunst wird nach unserer gegenwärtigen Anleitung auf die geometrische Proportion gegründet. Man muß daher vor allen Dingen wissen, was dieselbe sey, und was für eine Beschaffenheit sie habe? Um sie zu beschreiben, müssen wir sagen, daß sie nichts anders sey, als die Vergleichung eines Verhältnisses nach dem Unterschied eines andern, wie wir dieses sogleich zeigen werden.

§. 2.

Ein Verhältniß aber bestehet darinnen, wenn ich 2 Größen, oder nach der Arithmetik zu reden, 2 Zahlen, wie sie mir vorkommen, und welche man nur wählet, mit einander durch die Division vergleiche. Das heißt soviel: wenn ich zusehe, wie die eine von der andern verschieden ist, wie nämlich die eine um so viel größer, und die andere um eben so viel kleiner, oder beyde einander ganz gleich seyn. Diesen Unterschied der Zahlen sucht man, wie ich noch einmal bemerke, in der Geometrie vermittelst der Division.

Z. E. ich setzte nach eigenem Gefallen die Zahlen 3 und 6 zusammen. Solange ich nicht untersuche, um wieviel mal die eine gegen die andre Zahl größer, oder kleiner sey, solange stelle ich kein Verhältniß zwischen beyden an. Sobald ich aber vermittelst der Division (3 in 6 habe ich 2 mal) prüfe, daß die Zahl 3 zweymal in 6 enthalten, oder zweymal kleiner, hingegen 6 zweymal größer sey, als 3; so stehen nun beyde Zahlen in einem Verhältniß, darum, weil ich ihren Unterschied aufgesuchet habe, welcher hier 2 war. Wir finden also, daß jedes Verhältniß einen gewissen Unterschied der Zahlen unter einander enthalte.

So auch, wenn ich z. E. 3 Groschen und 1 Thaler, oder 24 Groschen gegeneinander halte, und ich sehe nach der Division (3 in 24 habe ich 8 mal), daß 3 achtmal kleiner, als 24; diese Zahl hingegen so viel mal größer ist, als 3, oder welches einerley ist, daß 3 nur $\frac{1}{8}$ von 24 sey; so stehen nun bey mir 3 und 24 in einem Verhältniß, und der Unterschied zwischen beyden ist hier 8.

§. 3.

Wenn ich nun ein solches Verhältniß vor mir habe, und ich forme nach dem Unterschiede desselben ein anderes Verhältniß so, daß eine gewisse Zahl auch um eben so viel mal größer oder kleiner gegen eine andere werden muß, als sich die Zahlen des ersten Verhältnisses gegen einander nach ihrem Unterschiede verhielten; so entstehen dadurch 2 gleiche Verhältnisse. Und diese Gegeneinanderstellung zweyer gleichen Verhältnisse wird eine Proportion genennet.

Anmerkung 1. Wir wollen dieses mit einem Exempel erläutern, dessen wir uns im folgenden immer bedienen wollen, um die Beschaffenheit der Proportion desto anschaulicher zu machen. Ich setze z. E. 3 und 6 zusammen. Vergleiche ich diese Zahlen gegen einander durch die Division (3 in 6 habe ich 2 mal); so finde ich, daß 3 zweymal kleiner als 6 ist, und der Unterschied zwischen beyden ist 2. Wollte ich nun mit der Zahl 4 ein anderes gleiches Verhältniß heraus bringen, so muß diejenige Zahl, welche mit 4 in einem gleichen Verhältniß stehen soll, nach eben dem Unterschied (2) 2 mal größer seyn, als die Zahl 4. Nun aber ist 2 mal 4 soviel, als 8. Daher kommen nun diese 2 gleiche Verhältnisse zum Vorschein:

$$3 : 6 = 4 : 8.$$

Und diese Gegeneinanderstellung zwey gleicher Verhältnisse ist nunmehr eine Proportion.

Anmerk. 2. In der Geometrie und Arithmetik bedeuten 2 übereinander gesetzte Puncte die Division, und 2 übereinander liegende gleiche Linien (=) die Gleichheit *). Daher wird das in Anmerk. 1.

 an-

*) Die geometrischen Zeichen in der Arithmetik überhaupt bestehen in folgenden:
1) Addiren wird bezeichnet durch (+) oder plus.
2) Multipliciren durch (.) oder (×) z. E. $5 . 3 = 15$.
3) Dividiren durch (:) z. E. $32 : 4 = 8$.
4) Subtrahiren durch (—) z. E. $8 - 3 = 5$.
5) Die Gleichheit durch (=) z. E. $3 : 6 = 4 : 8$.

6) Die

angeführte Exempel mit Worten so ausgedrücket: wie sich verhält 3 in 6, so verhält sich auch 4 in oder zu 8. Eine Anmerkung für die, welche der Sache unkundig sind.

Anmerk. 3. Mehr Exempel: 4 zu 12 verhält sich, wie 5 zu 15, denn 4 in 12 habe ich 3 mal, und 5 in 15 auch 3 mal. Ingleichen wie sich verhält 5 zu 20, so verhält sich auch 4 zu 16.

§. 4.

Eine in die Augen fallende Haupteigenschaft der Proportion ist diese, daß sie aus 4 Gliedern bestehet, weil jedes Verhältniß 2 derselben enthält. Aber sie hat auch außerdem noch gar viele andere, die man durch Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren, durch Verwandelung in Brüche, durch Verwechselung der Glieder u. s. w. herausbringen kann, wie man denn allerley Versuche damit gemacht hat, und noch immer damit machen kann. Unter allen aber sind folgende zwo die merkwürdigsten, und zu unserer Rechnungsmanier die hinreichendsten.

1) **Wenn das erste Glied einer Proportion mit dem vierten, und das zweyte mit dem dritten mul-**

6) Die Ungleichheit durch ($>$ $<$) und zwar so, daß ($>$) größer, z. E. $9 > 6$. hingegen ($<$) kleiner bedeutet, z. E. $6 < 9$.

7) Die Consequenz oder der Schluß durch eine Linie unter aufgestellten Sätzen (—) z. E.

$$\frac{4}{8} = \frac{12}{24}$$
$$\overline{\frac{4}{8} : \frac{2}{2} = \frac{12}{24}}$$
$$\overline{\frac{4}{2} : \frac{8}{2} = 12 : 24.}$$

d. i. $2 : 4 = 12 : 24.$

multipliciret wird; so kommt jedesmal, wenn die Proportion richtig ist, einerley Product zum Vorschein *), z. E.

$$3 : 6 = 4 : 8.$$

$$6 \cdot 4 = 24$$

$$3 \cdot 8 = 24$$

2) Wenn eines von diesen 4 Gliedern fehlen sollte, wie dieses der Fall in jeder Rechnungsaufgabe ist; so kommt die fehlende Zahl zum Vorschein, wenn man die durch die (nach Nro. 1. jetzt vorgezeichnete) untere Linie mit dem fehlenden Gliede verbundene Zahl nimmt, und damit in das Product der beyden andern Glieder dividiret.

Anmerk. 1. Zur Erläuterung soll an obigem Exempel bald das erste Glied, bald das 2te, und darauf das dritte und endlich das vierte Glied fehlen,

*) Die Ursach davon liegt darinnen, weil jede 4 Zahlen einer Proportion ursprünglich aus 3 andern gleichen Zahlen zusammen gesetzt sind, und daher entstanden. Denn wenn ich mit dem Unterschied eines jeglichen Verhältnisses die beyden größern Zahlen desselben zerfälle, so sehe ich alsdann, daß das erste und vierte Glied eben die Zahlen enthält, welche das zweyte und dritte Glied hat. Eine Erläuterung giebt obiges Exempel

$$3 : \cancel{6} = 4 : \cancel{8}$$

$$6 = 2 \cdot 3 \qquad 8 = 2 \cdot 4$$

$$2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$$

Der Unterschied in beyden Verhältnissen war 2. Mit dieser 2, die größere Zahl 6 zerfällt, macht 2 mal 3, und die Zahl 8 macht 2 mal 4. Also besteht das erste und 4te Glied aus 3, 2, 4, und die beyden andern auch aus 3, 2, 4, die in der Multiplication 24 machen müssen.

len, damit man sehe, welche Zahl mit dem fehlenden Gliede verbunden, und wie die fehlende Zahl durch die Division zum Vorschein komme.

1. Exempel, wo das erste Glied fehlet.

* : 6 = 4 : 8 — 24 — ~~24~~ | 3 das erste Glied.
~~8~~ |

2. Exempel, wo das zweyte Glied fehlet.

3 : * = 4 : 8 — 24 — ~~24~~ | 6 das 2te Glied.
~~4~~ |

3. Exempel, wo das dritte Glied fehlet.

3 : 6 = * : 8 — 24 — ~~24~~ | 4 das 3te Glied.
~~6~~ |

4. Exempel, wo das vierte Glied fehlet.

3 : 6 = 4 : * — 24 — ~~24~~ | 8 das 4te Glied.
~~3~~ |

Im ersten Exempel war die mit dem fehlenden Glied verbundene Zahl 8. Das Product der beyden andern war 24. Dividire ich nun mit 8 in 24, so kommt die erste fehlende Zahl 3 zum Vorschein. Und so verhält sichs auch mit den andern Exempeln.

Was in diesem §. gesaget worden, darauf kommt im Folgenden alles übrige an. Bey der Einsicht des Gesagten wird alles, und selbst das Schwerste, leicht begriffen werden können. Man muß daher bey diesem §. stille stehen, und nicht eher zum folgenden schreiten, als bis man zur Einsicht dieser zwo Eigenschaften der Proportion gelanget. Es darf gar keine Dunkelheit dabey seyn. Man muß ihn ganz verstanden haben. Zu desto mehrerer

mehrerer Einsicht und Uebung will ich noch einige Exempel hersetzen, an welchen man bald dieses, bald jenes Glied kann fehlen lassen.

4 : 12 verhält sich wie 5 : 15. Ingleichen 4 : 8 ist eben das, was 7 : 14 ist. Wie sich verhält 3 : 9, so verhält sich 7 : 21. Ingleichen 16 : 4 ist das, was 32 : 8 ist.

§. 5.

Es gilt bey der Proportion gleich viel, ob man ein Glied mit einer einzelnen und runden Zahl, oder ob man eines, oder mehrere, oder alle vier Glieder mit mehrern und zertheilten Zahlen ansetzen wollte. Es ist genug, wenn sie durch die Multiplication eine solche Zahl geben, daß das Product oder mehrere Producte am Ende mit den andern eine Proportion ausmachen.

Z. E. In obigem Proportions-Exempel kann man auch die einzelnen Zahlen in mehrern zertheilten folgendergestalt ansetzen:

$$3 : \frac{\overset{2}{3}}{6} = 4 : \frac{\overset{2}{4}}{8}$$

24

24

Hier ist im 2ten Gliede 2 mal 3 eben das, was 6 ist, und so im vierten 2 mal 4 eben soviel als 8.

Ich will noch ein Exempel setzen, wo noch mehr zertheilte Zahlen stehen sollen statt einer einigen und vollen Zahl. Folgende Proportion

$$10 : 30 = 24 : 72$$

720

720

kann auch mit zerfällten und mehrern Zahlen angestellet werden:

2		3		4		3
5	:	5	=	3	:	3
10		2		2		2
		30		24		4
			720			72
			720			

Anmerk. 1. Man lasse entweder eine von diesen summirten und runden, oder eine von deren zertheilten Zahlen fehlen; so wird doch immer die fehlende Zahl zum Vorschein kommen, wenn man die mit dem fehlenden Glied verbundene gesammte Zahl nimmt, und ins Product der beyden andern Glieder dividiret.

Anmerk. 2. Aus dieser im vorstehenden Exempel vor Augen gemahlten Vorstellung ersiehet man deutlich,

1) daß die zertheilten Zahlen eines jeglichen Gliedes erst durch die Multiplication unter eine gesammte Zahl gebracht werden müssen, z. E. im obigen 2ten Gliede machen 3, 5, 2 in der Multiplication 30.

2) Daß übrigens in allen nach den im vorhergehenden §. 4. angegebenen Behandlungen kann verfahren werden.

§. 6.

Wir haben oben §. 4. Nr. 1. die Erfahrung angestellet, daß jedesmal einerley Product zum Vorschein komme, wenn das erste mit dem vierten, und das zweyte mit dem dritten Gliede multipliciret wird. Dies geschiehet aber nur in dem Falle, wenn die Proportion richtig

tig ist. Ist sie unrichtig, so kommt auch ein verschiedenes Product hervor. Mithin bestehet in der Gleichheit dieser Producte die Probe einer Proportion.

§. 7.

Bis hieher haben wir bey der Proportion immer auf die bloßen Zahlen gesehen, ohne dabey irgend einem Gliede oder Zahl einen Namen gegeben zu haben. Man gebe aber nun diesen Zahlen solche Namen, wie sie in der Rechenkunst üblich sind; so wird man finden, daß jedesmal eine solche Proportion einen Rechensatz abgeben kann, und umgekehrt, daß jeder Rechensatz eine Proportion sey. Wir wollen uns, zur Erläuterung, des obigen Exempels bedienen, wo wir den Zahlen Namen beyfügen werden:

3 Pfund 6 Gr. = 4 Pfund 8 Gr.

das heißet: 3 Pfund kosten 6 Gr. Also kosten nun 4 Pfund 8 Gr. Die Probe davon wird richtig seyn:

3 Pfund 6 Gr. = 4 Pfund 8 Gr.
———24———
——————24——————

Oder in zusammengesetzten Zahlen:

3 Arbeiter	× Graben 2 R. lang 3 Sch. tief 6	4 Arbeiter	× Graben 2 R. lang 4 Sch. tief 8

———24———
——————24——————

das heißt: 3 Arbeiter machen einen Graben, der 2 Ruthen lang und 3 Schuh tief ist. Also machen 4 Arbeiter in eben der Zeit einen Graben, der 2 Ruthen lang und 4 Schuh tief ist.

§. 8.

Es ist nicht genug, daß man den Zahlen, welche unter sich proportional stehen, Namen giebt, sondern selbst auch die Sachen, und Namen, müssen eben sowohl, als die Zahlen, unter sich eine Gleichheit und Proportion haben, wenn sie wahr seyn sollen, d. i. sie müssen von einerley Art und Verhältniß seyn. Ein Grundsatz, der in der Folge von Wichtigkeit ist, weil er den Grund der Vergleichung ungleichartiger Sachen und Namen enthält.

Sobald die Sachen von ungleicher Art sind, sobald ist eine Proportion falsch. Z. E. ich sagte: 3 Pfund kosten 6 Gr., wieviel Rthlr. kosten nun 4 Pferde? Hier stehen weder Gedanken und Sachen, noch auch ihre Namen proportional, daher ist der Satz falsch.

§. 9.

Schließlich können wir aus dem, was wir bisher von der Proportion gesaget, den sichern Schluß machen: wenn ein jeder Rechensatz eine Proportion ist, und jegliche Proportion einen Rechensatz abgeben kann; so kann man auch eben daher einen jeden Rechensatz nach obigen Eigenschaften der Proportion behandeln, wie sie §. 4. und 5. sind vorgestellet worden. Und darinnen bestehet nun eben diese unsere Rechenkunst, die lediglich auf jene Eigenschaft der Proportion gegründet ist.

Zweytes

Zweytes Kapitel.

Die Proportion
nach logikalischen Grundsätzen betrachtet.

§. 1.

Nun sehen wir die Proportion von einer ganz andern Seite, nämlich nach den Grundsätzen der Logik an, welche eine Wissenschaft ist, die mit Berichtigung der Gedanken, Urtheile und deren Ausdrücken umgehet. Im vorigen Kapitel sagten wir, daß man den 4 Gliedern einer Proportion Namen geben könne, wie sie in der Rechenkunst üblich sind, und dann käme ein Rechensatz, oder eigentlicher zu reden, eine Rechnungsaufgabe zum Vorschein, welche allezeit zween Sätze in sich enthält. Wir wollen zur Erläuterung unser gewöhnliches Exempel beybehalten. Wir mögen es sowohl ohne Namen mit bloßen Zahlen ausdrücken, und sagen:

$$3 : 6 = 4 : 8$$

d. i. drey zu 6 verhält sich eben so, wie sich verhält 4 zu 8; oder wir mögen jedem Verhältniß gleiche Namen geben und sagen:

3 Pfund kosten 6 gr., also kosten 4 Pfund 8 gr.

so werden wir in beyden Fällen diese zween Sätze finden,

Erster Satz.	Zweyter Satz.
1) drey verhält sich zu 6 eben so,	2) wie sich verhält 4 zu 8.
1) 3 Pfund kosten 6 gr.	2) also kosten 4 Pfund 8 gr.

§. 2.

Nach der Logik enthält ein jeglicher Satz 3 wesentliche Stücke, nämlich:

1) das Subject, (Subjectum, ein Gegenstand, Vorwurf) *), als welches der Hauptgegenstand, oder die Hauptsache ist, von welcher im Satze die Rede ist, und worauf sich alle andere Theile des Satzes beziehen.

Z. E. 3 Pfund kosten 6 gr. Da sind 3 Pfund die Hauptsache, oder der Hauptgegenstand, von welchem im Satz die Rede ist, worauf sich die Kosten und 6 gr. beziehen.

2) das Prädicat, (von praedico, are, zueignen, kommt praedicatum, das zugeeignete) welches die Sache ist, die man dem Subject zueignet oder beyleget.

Z. E. 3 Pfund kosten 6 gr. Da sind 6 gr. die Sache, die man dem Subject beyleget, und also das Prädicat.

3) die Kopel (copula, Verbindung, Band) welche in Sätzen nichts anders ist, als das Verbum, oder das Verbindungswort des Subjects und Prädicats, welches anzeiget, wie und in welcher Rücksicht so verschiedene Dinge zusammen kommen, als Subject und Prädicat sind.

Anmerk. 1. Die Kopel ist in Rechensätzen entweder das verbum substantivum (seyn, es ist, es sind) oder gewöhnlich ein verbum activum. Durch das erste pfleget man das Wesen und die Beschaffenheit eines Subjects, und durch das andere

*) Man muß vor Augen haben, daß auch Nichtgelehrten Sachen und Worte erklärt werden müssen.

andere die Handlung und Wirkung desselben (ich rede von Rechensätzen) gemeiniglich anzuzeigen.

Z. E. 1) durch das verbum substantivum: 1 Centner sind 100 Pfund. 1 Rthlr. ist 24 Gr. 6 Hamburgische Ellen sind 5 Brabantische. 7 Weimarische Scheffel sind 3 Rudelstädtische. Oder 2) durch ein verbum activum: 10 Arbeiter machen einen Graben. 2 Armeen marschiren täglich 8 Meilen gegeneinander. 4 Gänge mahlen 48 Scheffel Mehl in 6 Stunden.

Anmerk. 2. Was Handlungen, und also auch Prädicate von Menschen und zum Theil auch von Thieren sind, ist leicht ausfindig zu machen, weil man weiß, was Menschen und Thiere thun, z. E. essen, trinken, verzehren, arbeiten, marschiren u. s. w., wovon unten mancherley Exempel vorkommen. Was aber Sachen sind, z. E. Ellen, Pfunde, Capitale, Brod, Maaße, Malter u. d. gl., diese haben gewöhnlich ihren Werth, Kosten, Gewinn und Verhältnisse zum Prädicat. Z. E. 7 Arbeiter machen einen Zaun, 300 Soldaten verzehren einen Proviant, 5 Bediente trinken in einer gewissen Zeit 1 Eymer Bier. Ingleichen 4 Pfund Brod kosten 5 Gr., 1 Capital trägt jährlich 4 Procent, 5 Rthlr. Einlage gewinnen 200 Rthlr.

Anmerk. 3. So einfältig diese Bemerkung zu seyn scheinet, so kann sie doch in der Folge zu Entwickelung eines in verworrenen Rechensätzen versteckten Prädicats die beste Handleitung geben.

Anmerk. 4. In Rechensätzen pfleget man im gemeinen Leben beydes, sowohl das verbum substantivum als auch ein verbum activum durch das Wort: **es thut, es machet:** auszudrücken, und

es

es ist auch zu rathen, zumal in dunkeln Rechensätzen, sich dessen zu bedienen, um ein verstecktes Prädicat dadurch ausfindig zu machen. Z. E. 3 Ellen thun 6 Rthlr. 7 Weimarische Scheffel thun 3 Rudelstädtische. 1 Brod thut 1 Gr. 1 Centner thut 100 Pfund. $\frac{2}{3}$ Erbschaft thun 1600 Rthlr. 6 Hamburger Ellen machen 5 Brabanter. Zwey Jahre machen 104 Wochen.

§. 3.

Diese 3 Stücke eines Satzes, Subject, Prädicat und Kopel, werden Hauptbegriffe genennet, weil ein Satz sie wesentlich erfordert, indem ohne denselben kein Satz möglich ist.

Außer diesen aber können noch Nebenbegriffe in einem Satze vorkommen, welche solche Umstände sind, die einen von den 3 Hauptbegriffen mehr erläutern, oder genauer bestimmen.

Z. E. 1000 Arbeiter verfertigen in 4 Wochen einen Canal, der 500 Schuh lang, 16 Schuh breit, und 12 Schuh tief ist.

Nach vorhergehendem §. sind 1000 Arbeiter das Subject, der Canal das Prädicat, verfertigen oder machen die Kopel. Außer dem steht noch ein Nebenbegriff von 4 Wochen da. Da nun damit nicht, weder die Arbeiter, als ob sie 4 Wochen alt wären, noch der Canal, als ob er auch ein Alter von 4 Wochen hätte, näher beschrieben; sondern nur damit angezeiget wird, wie lange gearbeitet werden, oder in welcher Zeit die Verfertigung geschehen soll; so finde ich, daß 4 Wochen die Kopel, oder das Verfertigen näher bestimme. Eben so finde ich, daß die andern Umstände 500 Schuh lang, 16 Schuh breit,

breit, und 12 Schuh tief weder die Länge, Breite und Tiefe der Arbeiter, noch des Verfertigens, sondern allein des Grabens oder des Prädicats näher erläutern. Alle diese Umstände sind, weil sie die Hauptbegriffe näher beschreiben, Nebenbegriffe.

Ingleichen 2 Pferde fressen in 6 Tagen 3 Maaß Hafer. Da beschreiben 6 Tage das Fressen, oder die Kopel, nämlich wie lange die Pferde fressen.

§. 4.

Ja, es kommen Exempel vor, wo sogar ein Nebenbegriff noch mehr Nebenumstände hat. Und zuweilen hat ein Nebenumstand eines Nebenbegriffes wohl gar noch einen andern.

Z. E. dient obiger Satz: 1000 Arbeiter machen in 4 Wochen, die Woche zu 6 Tagen, den Tag zu 14 Stunden gerechnet, einen Canal, der 1200 Ruthen lang, 3 Ruthen breit, und ½ Ruthe tief ist.

Hier werden die Wochen mit dem Nebenumstand erläutert, daß die Woche aus 6 Tagen bestehe. Dieser Nebenumstand eines Nebenbegriffes hat sogar noch einen andern, nämlich daß der Tag zu 14 Stunden berechnet werden soll.

§. 5.

Da die Kopel die Beschaffenheit, und Wesen, oder auch die Handlungen des Subjects anzeiget; so muß auch die Kopel mit allen ihren Nebenbegriffen und Nebenumständen dem Subject zugeschrieben werden *).

Und

*) Und dieses um so viel gewisser, weil die Kopel zuweilen die Stelle des Subjects vertreten kann, ohne dem Hauptgedanken Eintrag zu thun. Z. E. Statt: eine Zahl Arbeiter machen in 3 Tagen eine Schanze: kann ich gar wohl sagen: 3 Tage, (ein Nebenbegriff der Kopel) geben eine Schanze; wieviel solcher Schanzen geben 16 Tage.

Und weil sie ohne Zahl gedacht wird; so hat man auch nicht nöthig, sie in Rechensätzen ausdrücklich zu bemerken. Wie obiges Exempel ausweiset; so können wohl ihre Nebenumstände Zahlen mit sich führen, die man genau berechnen muß.

§. 6.

Was Nebenbegriffe mit ihren Nebenumständen betrifft; so müssen diese insgesammt zu denjenigen Hauptbegriffen hingeschrieben werden, zu welchen sie (nach §. 3. und 4.) gehören.

Um ein Schema vorzustellen, wie Subject, Kopel und Prädicat sammt ihren Nebenbegriffen und Nebenumständen geordnet werden müssen; so soll obiges Exempel (§. 4.) dazu gewählet werden.

I. Subject.

a) das Subject selbst 1000 Mann.

b) Die Kopel (§. 5.) Machen: welches ohne Zahl gedacht wird. Aber doch hat diese Kopel zur nähern Erklärung noch bey sich

1) den Nebenbegriff: 4 Wochen,

2) dieser Nebenbegriff den Nebenumstand: 6 Tage,

3) dieser Nebenumstand noch einen andern, nämlich 14 Stunden.

II. Prädicat.

a) das Prädicat selbst einen Canal.

b) Dessen Nebenbegriffe, nämlich

1) 1200 Ruthen lang,

2) 3 Ruthen breit,

3) ½ Ruthe tief.

Anmerk.

Anmerk. Es muß uns nunmehr sogleich in die Augen leuchten, daß das, was hier in logikalischen Sätzen Subject und Prädicat genennet wird, in der Proportion die 2 Glieder eines Verhältnisses sind; und was in der Proportion (nach Kap. 1. §. 5.) die zertheilten Zahlen waren, hier nichts anders, als die Nebenbegriffe und Nebenumstände sind. Wie es nun einer Proportion gleichviel gilt, ob die Zahlen entweder zertheilt, oder im Ganzen mit einer runden Zahl angegeben wurden; so kann auch ein logikalischer, mithin auch ein Rechensatz, immer in einer Proportion stehen, er mag Nebenbegriffe und Nebenumstände bey sich haben, oder nicht. In den bisher üblichen Rechenbüchern hat ein solcher Umstand so vielerley, und so abentheuerliche Regeln und Rechnungsarten verursachet, daß es mir zu beschwerlich fällt, ihre Namen von der Regel Detri an, bis zur Fustiregel hieher zu setzen.

§. 7.

Sehr oft wird Subject und Prädicat durch einen freyen Gebrauch der Redekunst verwechselt, oder wohl gar versteckt. Daher muß man in Rechnungsaufgaben immer Acht haben, was Subject und Prädicat sey.

Z. E. ich kann sagen: 6 Gr. verschaffen mir 3 Pfund Waare, oder mit 6 Gr. kann ich 3 Pfund Waare einkaufen. Da scheinet das Prädicat ein Subject zu seyn. Es ist aber nichts, als eine Verwechselung der Hauptbegriffe, denn im Grunde heißt es doch immer soviel, als: 3 Pfund Waare kosten 6 Gr.

Anmerk. Eigentlich würde es am Ende nicht viel verschlagen, wenn man auch das Subject mit dem Prädicat verwechseln würde. Denn wenn der

Satz in gleicher Proportion umgekehrt gestellet wird, so kommt doch am Ende die gesuchte Zahl zum Vorschein. Z. E. es würde einerley seyn, ob der Satz so stünde:

```
3 : 6 = 4 : 8
|   |_24_|   |
|_____24_____|
```

oder ob er so gestellet würde umgekehrt:

```
6 : 3 = 8 : 4
|   |_24_|   |
|_____24_____|
```

Unterdessen aber ist es doch nöthig, in der Arithmetik richtig zu denken, und um anderer Umstände willen *) die genaueste Pünctlichkeit zu beobachten.

§. 8.

Die Verwechselung und Versteckung des Subjects und Prädicats geschiehet vornämlich dann, wenn man die Rechensätze in historische Erzählungen so einkleidet, daß man noch allerley Subjecte und Personen, oder andere Umstände anführet, die man doch eigentlich nicht berechnen kann, noch darf, noch will.

Z. E. Zwey Weiber kauften vor 4 Tagen 5 Pfund Waare in der Stadt, wofür sie 12 Rthlr. zahlen mußten. Ingleichen 3 Brüder kauften vor 5 Monathen liegende Gründe an 600 Aeckern und 60 Wiesen für 8000 Fl. Ingleichen ein Landmesser verfertigte mit 1000 Arbeitern in 4 Wochen einen Canal, der

*) Besonders darum, daß man nicht die Kopel mit ihren Nebenbegriffen unter ein falsches vermeyntes Subject bringe.

der 500 Schuh lang, 16 Schuh breit und 10 Schuh tief ist. In diesen und dergleichen andern Fällen heißet, wenn man alle historische Umstände wegwirft, dieses alles nur soviel: 5 Pfund Waare kosten 12 Rthlr. Gewisse Ländereyen kosten 8000 Fl. 1000 Arbeiter machen einen Canal, der so und so lang, breit und tief ist.

Wo nun dergleichen historische Umstände, Personen, und Zeiten u. d. gl. vorkommen, welche man nicht berechnen will, da darf man nur dieselben wegwerfen, und dann wird das eigentliche Subject und Prädicat bloß übrig bleiben.

Drittes Kapitel.

Die Proportion
nach arithmetischen Grundsätzen behandelt.

§. 1.

Wir haben oben (Kap. 1. §. 9.) gezeigt, daß ein jeder Rechensatz eine geometrische Proportion sey, und als eine solche behandelt werden könne. Wir haben uns, um dieses anschauend zu machen, immer einerley und zwar eines leicht begreiflichen Exempels bedienet. Vorjetzt stellen wir zum letztenmal dasselbe in folgender Figur vor:

3 Pfund 6 Gr. = 4 Pfund 8 Gr.

24

24

und zwar in der Absicht zum letztenmal, damit man daran erkennen lerne, wie gar unbequem diese Figur seyn würde, wenn man denen Hauptbegriffen noch Nebenbegriffe und Nebenumstände (nach Kap. 2. §. 3. und 6.) beyfügen müßte.

Um nun es auf eine weit bequemere Weise zu bewerkstelligen, daß man das erste Glied mit dem vierten, und das zweyte mit dem dritten multipliciren könne; so darf man nur obigen Rechensatz auf diese Weise stellen:

Pfund	3	6	Gr.
Gr.	8	4	Pfund.
	24	24	

Wie

Wie man siehet, so ist das erste mit dem vierten Gliede, und das zweyte mit dem dritten, oder nach logikalischen Grundsätzen zu reden, so ist das Subject des ersten Satzes, mit dem Prädicat des zweyten, und das Prädicat des ersten Satzes mit dem Subject des zweyten, auf eine so bequeme Weise unter einander gesetzt und mit einander verbunden, daß sie gar gut in einander multipliciret werden können.

§. 2.

Da nun die Proportion sowohl eine solche Verbindung der Glieder, als auch die Multiplication derselben erfordert; so wird, um in Rechensätzen beydes auf eine bequeme Weise zu bewerkstelligen, die erste Regel diese seyn:

> Setze das Subject und Prädicat des einen Satzes so gegen einander, daß das Prädicat des andern Satzes unter das Subject des ersten, und das Subject des andern unter das Prädicat des ersten zu stehen komme.

Damit aber auch alle Zahlen fein untereinander zu stehen kommen; so setze man die Namen auf beyde Seiten außerhalb der Zahlen. Nach dieser Vorschrift stehet also der Satz auf diese Art:

Pf.	3	6	gr.
gr.	8	4	Pf.

§. 3.

Wie aber ein jeder Rechensatz eine noch fehlende Zahl ausfraget, die man gemeiniglich mit der Frage, wieviel? auszudrücken pfleget; so deutet man diese Frage mit einem selbstbeliebigen Zeichen an. Man könnte leicht das Fragezeichen (?) dazu gebrauchen, wo es nicht, wenigstens im Schreiben, oft der Zahl 2 gleich käme. Einige bedienen sich entweder eines lateinischen X. X. oder eines leeren Raumes, wie z. E. Schmalzried gethan *). Da aber Hr. van Rees, als der Erfinder dieser Rechnung, sich eines Sternchens (*) bedienete; so mag es auch dabey sein Bewenden haben. Z. E.

Pf.	3	6	gr.
gr.	*	4	Pf.

Anmerk. Ein Zeichen der Frage ist auf alle Fälle nothwendig zu setzen, weil man, wie weiter unten wird gezeigt werden, allezeit vor der Division gar genau nach der Seite sehen muß, wo die Frage gestanden. In unserer Rechnungsmanier wird die Frage nicht immer auf einerley Seite, sondern bald hie, bald da angetroffen. Und es ist das Hauptwerk, nach vollendeter Multiplication sogleich nach der Frage zu sehen.

§. 4.

Werden Nebenbegriffe in einem Satze angetroffen; so müssen sie mit allen ihren Nebenumständen zu denjenigen Hauptbegriffen hingeschrieben werden, zu welchen sie gehören. (Kap. 2. §. 6.)

Z. E. Zu einem Dache, das 36 Schuhe lang und 50 Schuh breit ist, hat man 2000 Ziegeln nöthig gehabt auf beyden Seiten, wovon jeder 16 Zoll lang und 7 Zoll breit war. Wieviel wird man zu einem Dach, das 81 Schuh lang, und 40 Schuh breit ist, Dach-

*) Schmids Rechenkunst in 2 Th. Leipz. 1774. bedient sich des Zeichens (T) statt der Frage.

Dachziegeln haben müssen, die 14 Zoll lang und 6 Zoll breit sind? Der Satz steht also:

Dach ×	2000 Ziegeln
Schuh lang 50	16 Zoll lang
breit 36	7 Zoll breit
Ziegeln *	× Dach
Zoll lang 14	81 Schuh lang
Zoll breit 6	40 Schuh breit.

§. 5.

Zu selbsteigener Erleichterung thut man wohl, wenn man erst den Vordersatz mit Subject und Prädicat sammt den Nebenbegriffen in gehöriger Ordnung hinsetzet, und dann, um nicht zu irren, die bloßen Namen des andern Satzes, wiewohl in verkehrter Ordnung, ohne alle Zahlen, nachträget. Man kann alsdann die Zahlen leicht nachholen, und das Fragezeichen bemerken.

Z. E. Auf 7 Centner Waaren giebt ein Kaufmann 5 Thlr. Fracht, 8 Meilen weit zu fahren. Wieviel Centner kann man mit 35 Thlr. 28 Meilen weit bringen?

Centner 7	5 Thlr. Fracht
Meilen 8	
Fracht. Thlr.	Centner
	Meilen

Anmerk. In dieser Rechnungsart gilt es gleichviel, ob man den Fragesatz voraus setzet, wie es einigen lieber gefället *), oder ob man ihn zum Nachsatz gebrauchen will.

*) Z. E. Schmids Rechenk.

§. 6.

Nur sehe man vor allen Dingen zu, daß, wie es die Proportion (Kap. 1. §. 8.) erfordert, zu beyden Seiten gleiche Namen und Sachen stehen, und zwar eben so viel, nicht mehr und nicht weniger. (Kap. 1. §. 8.)

Z. E. im letztern §. stünde auf der einen Seite Centner, Meilen, Thaler, Fracht, und auf der andern Seite auch Centner, Meilen, Thaler, Fracht.

Anmerk. Dieses muß das Kennzeichen einer richtigen Stellung der Rechensätze abgeben.

§. 7.

Sollten aber ungleiche Namen vorhanden seyn; so müssen sie (nach Kap. 1. §. 8.) durch die Vergleichung erst unter einerley Namen gebracht werden, daß auf jeder Seite eben diese, nicht mehr und nicht weniger Namen zum Vorschein kommen.

Z. E. 20 Pfund Waare kosten 16 Thaler. Wie viel Thaler kosten nun 3 Centner? Hier stünde der Satz also:

Pf. 20	16 Thlr.
Th. *	3 Centn.

Wie man siehet, so stehet auf der einen Seite Pfund und Thaler, da hingegen auf der andern Thaler und Centner angetroffen wird. Mithin ist dieser Rechensatz unrichtig, oder vielmehr unvollständig. Daher muß man nicht nur die noch fehlenden Nämen auf jeder Seite nachtragen, sondern auch sie mit einander vergleichen.

Die Vergleichung ungleichartiger Dinge kann aber vornämlich auf dreyerley Weise angestellet werden. Nämlich

1) wenn

1) wenn man den Inhalt oder die Bestandtheile, die zwey ungleichnamige Sorten miteinander gemein haben, einander entgegen setzet.

Z. E. Thaler und Gulden bestehen aus Groschen, große und kleine Centner aus Pfunden u. s. w. Daher lassen sie sich leichte mit einander vergleichen. Ein Beyspiel sey folgendes: Ein kleiner Centner von 100 Pfund kostet 4 Thaler. Wieviel Mßn. fl. kosten 6 große Centner? Wenn ich nun den Satz gehörig stellen sollte; so müßte er also stehen:

kl. Centn. 1	4 Thlr.
Mfl. *	6 große Centn.

Wie man siehet, so ist der Satz unvollständig. Denn auf jeder Seite ist kein Name, wie der andere. Aber doch lassen sie sich leichte miteinander in Vergleichung setzen durch Gegeneinanderstellung ihrer Bestandtheile auf folgende Art, wo die Namen so einander entgegen stehen müssen, daß sie nicht auf einer Seite 2 mal vorkommen. Daher sie leichte zu setzen sind *):

kl. Centn. 1	4 Thlr.	
Mfl. *	6 große Centn.	
gr. Cntr. 1	110 Pf.	Vergleichung der Centner.
Pf. 100	1 kl. Cntr.	
Thlr. 1	24 gr.	Vergleichung der Thaler und Mfl.
gr. 21	1 Mfl.	

2) wenn man überhaupt bemerket, wieviel Ganze eine Anzahl von der andern Art ausmachen.

*) Es ist darum leicht, weil man die Namen dahin schreibet, wo sie fehlen. Daher kann man nie irren.

Z. E. obigen Fall Nr. 1.

kl. Cntr. 1 4 Thlr.
Mfl.* 6 gr. Cntr.
gr. Cntr. 100 110 kl. Cntr. (Vergl. der Centner) *).
Thlr. 7 8 Mfl. (Vergl. der Thlr. u. Mfl.)

Ein anderes Exempel kann auch folgendes seyn:

Ellen Paris. 32 72 Hamb. Ellen
Hamb. 6 5 Brabant.
Brabant. 20 21 Nürnberg.
Nürnberg. * 60 Paris.

3) wenn man an kleineren Sorten durch einen Bruch noch das ergänzet, was im Vergleich mit den größern, noch daran mangelt.

Z. E. obiger Fall:

kl. Cntr. 1 4 Thlr.
Mfl. * 6 gr. Cntr.
gr. Cntr. 1 $1\frac{1}{10}$ kl. Cntr. (oder $\frac{110}{100}$)
Thlr. 1 $1\frac{1}{7}$ Mfl. (oder $\frac{3}{21}$)

Auf eine solche Art lassen sich durch den innern Werth auch die allerwidersinnigsten Dinge vergleichen.

Z. E. 3 gewisse Schweine gelten so viel, als diese Kuh von 20 Thlr. Hundert solcher Kühe, so viel als jenes Haus von 2000 Thlr.; und 30 solcher Häuser, als jenes Ritterguth von 60000 Thlr.; und 2 solcher Güther so viel, als jene Handlung u. s. w.

Um nun wieder auf unser Exempel zu kommen, das zu Anfang dieses §. zur Erläuterung angeführet wurde;

*) Man halte diese Vergleichung gegen diejenige, so Nr. 1. angeführt, so wird man finden, wie beyde endlich in Zahlen harmoniren. Diese Harmonie findet auch bey Nr. 3. Statt. s. Kap. 6. §. 96.

wurde; so müßte es nun folgendergestallt gestellet werden:

Pf.	20	16 Thlr.
Thlr.	*	3 Cntr.
Cntr.	1	100 Pf.

Anmerk. Man siehet ohne Mühe ein, daß die sogenannte Kettenrechnung in dem Gesagten ihren Grund habe.

§. 8.

Oft stehen zwar einerley Namen auf jeder Seite. Wenn man sie aber genau prüfet, so können sie doch himmelweit von einander verschieden seyn. Nämlich, es kann ein Name auf einer Seite stehen, der an und für sich selbst, rein und ohne alle Zuthat zu verstehen ist. Hingegen kann eben dieser Name wieder auf der andern Seite vorkommen, wo entweder noch ein Zuwachs darunter begriffen, oder etwas davon genommen ist. Alle diese Umstände müssen bey einem jeden Namen genau bemerkt, dadurch von andern unterschieden, und dann (nach vorigem §.) verglichen werden.

Z. E. Es kosten 200 Pfund Waare 50 Thaler im Einkauf. Wie theuer muß man davon das Pfund verkaufen, wenn man 20 an 100, oder 20 Procent, gewinnen will im Verkauf.

Hier sind zu beyden Seiten die Namen: Thaler: anzutreffen, wenn man diesen Satz also stellet:

Pf.	200	50 Thlr.
Thlr.	*	1 Pf.

Aber beyde Thaler sind sehr verschieden. Denn die 50 Thaler Einkauf sind solche Thaler, wo noch kein Procent dabey ist. Sie sind rein, ohne allen Zuwachs. Hingegen sollen die Verkaufthaler noch 20 Procent bey sich führen. Daher müssen beyde Sätze so genau bestimmt werden, daß man nicht nur den Unterschied in den Namen bemerket, und ausdrücklich hinzusetzet, sondern auch die 20 Thaler Procent zu den 100 Thalern mit in die Zahl einschließet, auf diese Weise:

	Pf. 200	50 Thlr. ohne Procent (oder Einkaufthaler.)
Thlr. mit Proc. *		1 Pf.
Thlr. ohne Proc.	100	120 Thlr. mit Procent.

Nunmehr sind zu beyden Seiten die fehlenden Namen ergänzt und verglichen, und auf einer Seite stehen die Namen, wie auf der andern.

Eben so verhält sichs auch mit Waaren. Wenn sie alleine, rein und ohne allen Umschlag genommen sind, so heißen sie Netto, oder reine Waare. Die Waaren, mit ihrem Umschlag an Fässern, Tuch, Papier, Gefäßen, Gläsern, Verschlägen und andern Packwerk (Emballage), werden genennet Brutto, unreine, eingepackte Waare. Die Umschläge an Gefäßen, Tüchern, Papier u. s. w., heißen, wenn sie allein gewogen worden, Tara oder Packwerk. Alle diese besondern Umstände der Waaren müssen besonders und ausdrücklich bemerket werden.

Z. E. 200 Pfund Waare Brutto kosten 50 Thlr. im Einkauf. Die Tara daran macht 20 Pfund. Wie viel kostet nun an Groschen 1 Pfund Netto, wenn man 10 Procent daran gewinnen will? Hier stehet der Satz also:

Brutto Pf. 200	50 Thlr. Eink. ohne Proc.
gr. mit Proc. *	1 Pf. Netto

Hier ist nicht ein Name, wie der andere. Daher müssen 1) die Thaler mit Groschen, 2) Brutto Pfund mit Netto, 3) Thaler ohne Procent mit Thaler mit Pro-

Procent verglichen werden. Mithin stehet nun dieser Satz also:

Brutto Pf. 200	50 Thlr. Eink. ohne Proc.
gr. mit 10 Proc.*	1 Pfund Netto
Thlr. ohne Proc. 1	24 gr.
Pf. Netto nach 180 abgezogener zu 20 Pf. angesetzter Tara	200 Pf. Brutto
Thlr. ohne Proc. 100	110 Thlr. mit 10 Proc.

Ein gleiches Verhältniß hat es auch mit dem Gelde, nämlich Courant gegen Banco, oder auch Steuer- oder Cassen-Geld, Thaler gegen Rheinische und Meißnische, Pohlnische und andere Gülden, Ducaten, Louisdore, Caroline, Souverains u. d. gl. gegen Thaler, Fl. und Groschen. Desgleichen auch mit allerley Gemäßen und Gewichten, als große gegen kleinere Centner, größere Ellen gegen kleinere, größere Ruthen gegen kleinere, größere Gemäße von Maltern, Scheffeln, Metzen, Kannen, Eymern u. d. gl. gegen kleinere.

In diesen und in allen Fällen geschiehet die Vergleichung nach der Weise, wie sie im vorhergehenden §. 7. beschrieben wurde. Wir wollen zur Uebung noch ein Exempel setzen: 100 Pfund Amsterdammer Gewicht kosten 5 Pfund Sterling. Wie hoch muß man das Pfund in Hannover verkaufen, um 20 an 100 zu gewinnen? Gesetzt, daß 98 Pfund Amsterdammer Gewicht in Hannover 100 Pfund machen; die Tara auf 100 Pfund beträgt 16. Die Fracht mit dem Packlohn 1 Thlr. Hannöverisch, die Provision 1 Thlr. Hannöverisch, und der Licent oder Accise beträgt 4 Thlr. Hannöverisch. Ferner 1 Pfund Sterl. macht $33\frac{2}{3}$ fl. Flämisch. 8 fl. Fläm. thut 1 Thlr. Hamburg. Banco, 110 Thlr. Hamb. Banco thut 115 Thlr. Hamb. Courant, 100 Thlr.

Hamb.

Hamb. Courant thut 116 Thlr. Hannöv. Courant, 1 Thlr. Hannöv. thut 36 Mariengroschen, und auf Fracht, Emballage, Provision und Licent soll kein Vortheil gerechnet werden. Thut $14\frac{14707}{1000000}$ Mgr. in Hannover 1 Pfund Verkauf. Dieser Satz stehet also:

Hannöv. Netto Pfund 100	98 Pfund Amsterd. Netto
Amsterd. Netto Pf. 84	100 Pf. Amsterd. Brutto
Amsterd. Brutto Pf. 100	5 Pf. Sterl. ohne Proc.
Pf. Sterl. ohne Proc. 1	$33\frac{2}{3}$ fl. Flämisch
fl. Fläm. 8	1 Hamb. Banco
Hamb. Banco Thlr. 100	115 Thlr. Hamb. Cour.
Hamb. Cour. Thlr. 100	116 Thlr. Hannöv. Cour.
Hannöv. Cour. Thlr. 100	120 Thlr. Hannöv. Cour. mit Proc.
Hannöv. Thlr. 1	36 Mgr.
Mgr. Hannöv. Cour. *	1 Pf. Hannöv. Netto.

§. 9.

Eigentlich hat jeder Rechensatz nur ein Subject und ein Prädicat. Wie siehet es aber aus, wenn einer oder beyde der Hauptbegriffe neben sich noch kleinere Sorten mit sich führen, wo es scheinet, als ob mehrere Hauptbegriffe vorhanden wären?

Z. E. 2 Centner 40 Pfund kosten 24 Thaler, 18 gr. 6 pf. Was kosten nun 6 Centner 50 Pfund? Hier haben die großen Sorten noch kleinere bey sich.

Wie bringet man diese und alle andere größere und kleinere Sorten unter einen Namen? Dieses könnte auf vielerley Weise geschehen; ich will aber, da einige Arten gerne große Brüche und Zahlen mit sich führen, nur 3 der kürzesten und bequemsten angeben.

1. Erste Art der Zusammenziehung.

Man hänge die kleinere Sorte Bruchweise an die größere, auf solche Art, daß man die Zahl der kleinern Sorte zu einem Zähler, und den Inhalt der größern zu einem Nenner machet, und sodann als einen Bruch an die größere Sorte anhänget.

Z. E. 1 Thlr. 8 Gr. Hier ist 8 die Zahl der kleinern Sorte, und giebt den Zähler ab. Der Inhalt vom Thaler ist 24, welche Zahl den Nenner ausmachet. Daher stehet nun 1 Thlr. 8 gr. bruchweise also $1\frac{8}{24}$ Thlr.

Anmerk. Es verstehet sich, daß man die Zahlen des Bruches verkleinern kann, z. E. aus $1\frac{8}{24}$ Thlr. wird nun $1\frac{1}{3}$ Thlr. oder $\frac{4}{3}$ Thlr.

Man ist also mit dieser Art der Zusammenziehung sehr geschwind fertig.

2. Zweyte Art der Zusammenziehung.

Sind aber mehr kleine Sorten vorhanden, so setzt man erst die beyden geringsten auf obige Art in einen Bruch, und dann fragt man in einem Rechensatz, was er für ein Theil der größern Sorte sey? So ist man auch fertig *).

Z. E. 3 Thlr. 8 gr. 4 pf. wieviel sind beyde kleine Sorten an Thalern? Setze ich die 2 kleinesten Sorten

8 gr.

*) Es kann auch diese Art der Zusammenziehung auf eine solche Weise geschehen, daß man, wo zu viele kleine Sorten vorhanden sind, sie in 2 besondere Rechenaufgaben theilet. Davon Exempel Kap. 6, §. 27. und §. 105. folgen sollen.

8 gr. 4 pf. Bruchweise $8\frac{4}{12}$ gr. oder verkleinert $8\frac{1}{3}$; so frage ich nun in einem Rechensatz:

Gr. $8\frac{1}{3}$	* Thlr.	thut $\frac{25}{72}$ Thlr.
Thlr. 1	24 Gr.	

Wird nun dieser Bruch an die ganze größere Zahl 3 Thlr. gesetzet; so sind diese beyden Sorten mit einem Namen: $3\frac{25}{72}$ Thlr.

3. Dritte Art der Zusammenziehung.

Gesetzt, daß man an der zweyten Art keinen Gefallen finden sollte; so kann man die Reduction beybehalten, wie sie bey der Regel Detri angewendet wird, wo man vermittelst der Multiplication die größern Sorten in ihre Bestandtheile auflöset, mit jedesmaliger Addirung der kleinern Sorten, so dabey vorkommen.

Z. E. 3 Thlr. 8 gr. 4 pf.
24
72
8 Addir.
80 gr.
12
960
4 Add.
964 pf.

Demnach sind 3 Thlr. 8 gr. 4 pf. zusammen 964 pf. Und dann heißet der Satz z. E. 2 Pfund kosten 964 pf. wieviel Thlr. kosten nun 50 Pfund.

Pfund 2	964 pf.	
Thlr. *	50 Pfund	
gr. 24	1 Thlr.	thut $83\frac{103}{144}$ Thlr.
pf. 12	1 gr.	

§. 10.

§. 10.

Wenn in einem Satze Brüche vorkommen; so thut man weiter nichts, als daß man die Nenner der einen Seite auslöschet und träget sie auf die andere Seite; die Zähler aber lässet man stehen *).

Z. E. ½ Pfund kostet ¾ Thaler; wieviel Thaler kosten nun ⅚ Pfund?

$$\begin{array}{rr}
\text{Pf.}\ \frac{1}{\cancel{2}} & \frac{3}{\cancel{4}}\ \text{Thlr.} \\[4pt]
\text{Thlr.}\ \frac{*}{6} & \frac{5}{\cancel{6}}\ \text{Pf.} \\[4pt]
4 & 2
\end{array}
\quad \text{thut } 1\tfrac{1}{4}\ \text{Thlr.}$$

Anmerk. 1. Der Grund dieses Verfahrens lieget darinnen, weil sich die Zähler zu den Nennern verhalten, wie Subject zum Prädicat, welche letztere einander entgegen gesetzt werden. (§. 2.) z. E. ich hätte die Proportion:

Pfund 3 : 6 gr. = Pfund 4 : 8 gr.

Da sind in jedem dieser beyden Verhältnisse oder Sätze ein Subject und Prädicat. Mache ich nun aus jedem Subject einen Zähler und aus dem Prädicat einen Nenner, auf diese Weise:

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

so finde ich, daß Zähler zu den Nennern ein solches gleiches Verhältniß haben, wie Subject zum Prädicat. Beyde Brüche sind einerley, nämlich ½.

Anmerk.

*) Wenn van Rees sonst keine Verdienste um die Arithmetik hätte, als diese, daß er zeigte, wie man mit Brüchen so bequem verfahren kann; so wäre schon sein Verdienst unschätzbar.

Anmerk. 2. Dieses ist nun alles, was man von Brüchen zu wissen nöthig hat, es müßte denn seyn, daß man noch das Einige, was eine bekannte Sache ist, bemerke. Nämlich, wenn ganze Namen mit Brüchen vorkommen; so hat man erst beydes zusammen in einen einzelnen Bruch zu verwandeln. Um dies zu bewerkstelligen, so darf man nur den Nenner mit dem Ganzen multipliciren, und den Zähler dazu addiren. Der Nenner bleibt Nenner, und die neue Zahl ist der Zähler:

Z. E. $2\frac{3}{4}$ gr. Da sind sowohl ganze Groschen da, nämlich 2, als auch Theile eines Groschens, nämlich $\frac{3}{4}$ Gr. Wenn ich nun mit des Bruches Nenner (4) in das Ganze (2) multiplicire, und den Zähler (3) dazu addire, so macht dieses 11, welches der neue Zähler ist. Daher machen $2\frac{3}{4}$ gr. soviel als $\frac{11}{4}$ gr.

Ein vollständiges Exempel ist dieses: $2\frac{3}{4}$ Pfund kosten $3\frac{1}{2}$ Thlr. wieviel Thlr. kosten $6\frac{2}{3}$ Pfund? Da ist $2\frac{3}{4}$ Pfund soviel als $\frac{11}{4}$ Pfund, $3\frac{1}{2}$ Thlr. soviel als $\frac{7}{2}$ Thlr., und dann $6\frac{2}{3}$ Pfund soviel, als $\frac{20}{3}$. Daher stehet der Satz:

Pf. $\frac{11}{\cancel{4}}$ $\frac{7}{\cancel{2}}$ Thlr.

Thlr. $\frac{*}{2}$ $\frac{20}{\cancel{3}}$ Pf. thut $8\frac{16}{33}$ Thlr.

3 4

Ein ander Exempel: $4\frac{2}{3}$ Centn. kosten $6\frac{1}{2}$ Carolin; wieviele Carolinen kosten $3\frac{1}{2}$ Centner.

§. 11.

Alles, was bisher gesagt und genauer bestimmet worden ist, betrifft die erste Eigenschaft einer Proportion, (Kap.

(Kap. 1. §. 4. 1.) daß nämlich das erste Glied derselben, d. i. das Subject des ersten Satzes, mit dem vierten Gliede, d. i. mit dem Prädicat des andern Satzes, und so auch das zweyte Glied mit dem dritten soll in eine Verbindung gebracht werden. Hiebey wurde die Anmerkung gemacht, daß diese verbundene Glieder, wenn sie einerley Product geben sollten, müßten in einander multipliciret werden. Daher rühret nun die andere Hauptregel einer Proportion, und folglich eines Rechensatzes:

Nun, wenn die Glieder des Rechensätzes gehörig gestellet und verbunden worden, multiplicire man alle Zahlen jeglicher Seite in einander, und setze das Product gehörig darunter *).

Z. E. wenn 5 Pfund 6 Thaler kosten, wieviel Thlr. kosten daher 7 Pf.? Hier muß der Satz also stehen:

Pf.	5	6	Thlr.	thut $8\frac{2}{5}$ Thlr.
Thlr.	*	7	Pf.	
	5	42		

Ein anderes Exempel: 70 Arbeiter machen in 50 Tagen, den Tag zu 6 Stunden, eine Schanze. Wenn diese aber in 21 Tagen hätte fertig seyn sollen, wo die Leute täglich 10 Stunden arbeiten müßten; wieviel Arbeiter hätte man dazu nöthig gehabt?

Arbeiter 70	
Tage 50	× Schanze
Stunden 6	
	* Arbeiter
Schanze ×	21 Tage
	10 Stunden.
21000	210

thut 100 Arbeiter.

C 2 §. 12.

*) Wie man aber des vielen Multiplicirens kann überhoben seyn, wird das vierte Kapitel lehren.

§. 12.

Wie nach der Eigenschaft einer Proportion (Kap. 1. §. 4. Nr. 2.) die gesuchte Zahl zum Vorschein kam, wenn man mit der Zahl, zu welcher das Sternchen gehörete, in das Product der beyden andern Glieder dividirte; so heißt nun die dritte und letzte Regel unserer Rechnung also:

Endlich dividire mit der Zahl, wo das Sternchen stehet, in das Product der andern Seite; so kommt die gesuchte Zahl des Fragesatzes zum Vorschein.

Zu dieser hervorgebrachten Zahl wird nun der Name gesetzt, der das Sternchen bey sich führte.

Zur Erläuterung diene das letztere Exempel im vorhergehenden §. Da stand zur linken Hand die Zahl 21000. Zur rechten aber, wo das Sternchen angetroffen wurde, 210. Durch die Division kommt heraus:

$$\begin{array}{r|c|l} \cancel{2}\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0} & 0 & \\ \cancel{2}\cancel{1}\cancel{1}\cancel{1} & 0 & 100 \text{ Arbeiter.} \\ \cancel{2}\cancel{2} & & \end{array}$$

§. 13.

Die Seite, wo das Sternchen stehet, oder wo noch die Zahl fehlet, die durch das Sternchen, als das Fragezeichen, angedeutet werden soll, hat gewöhnlich eine kleinere Zahl, mit welcher man gar leicht in das Product der andern Seite dividiren kann. Was ist aber zu thun, wenn die Zahl, wo das Sternchen, oder die Frage, stehet, größer wäre, als die Summe der andern Seite, daß man daher nicht in diese kleinere dividiren kann? Hier ist, eigentlich zu sagen, nichts zu thun. Denn man ist schon fertig, indem man die Zahlen beyder Sei-

ten

ten bloß in einen Bruch zu setzen hat, so daß der Dividend, oder die Zahl, wo das Sternchen nicht stehet, zum Zähler, und die ungewöhnlich größere Zahl der Seite, wo das Sternchen stehet, zum Nenner gemacht wird.

Anmerk. Man kann hieraus leicht erkennen, wie nöthig es sey, nach vollbrachter Multiplication beyder Seiten sogleich nach der Seite zu sehen, wo das Sternchen stehet, (§. 3. Anmerk.) und besonders in Acht zu nehmen, ob die Zahl dieser Seite größer sey, als die der andern Seite. Nimmt man dies nicht in Acht, so wird man blindlings falsch rechnen.

Z. E. $8\frac{4}{12}$ oder $8\frac{1}{3}$ gr., wieviel sind diese an Thalern?

Gr.	$\frac{25}{3}$	* Thlr.	
Thlr.	1	$\frac{24}{3}$	gr.
	25	72	

Hier sollte ich mit der Zahl, wo das Sternchen stehet, nämlich mit 72 in 25 dividiren. Das ist ohnmöglich, weil 72 größer ist, als 25. Daher ist das Product $\frac{25}{72}$ Thlr.

§. 14.

Nun ist alles gesagt, was zu einer richtigen Stellung der Rechensätze gehöret, wie sie eine geometrische Proportion erfordert. Es bleibet also nichts mehr übrig, als

die Probe.

Aus dem 1. Kap. §. 6. wird noch erinnerlich seyn, daß eine Proportion, und folglich auch ein jeder Rechensatz, richtig sey, wenn die (nach §. 4. Nr. 2. desselben Kap.) mit einander verbundenen Glieder durch die Multiplitiplication einerley Product gegeben, auch in dem Fall, wenn die fehlende Zahl durch die Division gefunden, und nachher zu den andern Zahlen derselben Seite, wo das Sternchen gestanden, multipliciret worden.

Wenn ich nun in Rechensätzen eben so verfahre, und den Quotient der Division mit den Zahlen, wo das Sternchen gestanden, multiplicire; so muß der Rechensatz, wenn er richtig seyn soll, auch eben sowohl auf beyden Seiten einerley Producte geben.

Z. E. Pf.	6	5	Thlr.	~~4~~(4	
Thlr.	*	20	Pf.	~~100~~	$16\frac{4}{6}\mid\frac{2}{3}$ Thlr.
	6	100		~~66~~	

Will ich nun die Probe anstellen; so darf ich nur das Facit 16 mit der Zahl, wo das Sternchen stehet, nämlich mit 6 multipliciren, auf diese Weise:

$$\begin{array}{rl} 16 & \\ 6 & \\ \hline 96 & \\ 4 & \text{der Rest vom Dividiren dazu addirt} \\ \hline 100. & \end{array}$$

Dann finde ich, daß auf jeder Seite das Product 100 zum Vorschein gekommen, als ein Beweiß, daß die Proportion, und folglich der Rechensatz, richtig sey.

Also eine sehr bequeme Probe, als in keiner Rechnungsmanier anzutreffen ist *).

Anmerk. Eben so verhält sich die Probe selbst in den Fällen, wo die Zahl, da das Sternchen stehet,

*) Einige stellen, wiewohl auf eine solche Art, da sie sich nur mehr vergebliche Mühe machen, die Probe auf eine andre Weise an, wenn sie das Product an die Stelle der Frage, und dann die Frage an ein anderes Glied setzen u. d. gl. m.

stehet, größer seyn sollte, als diejenige auf der andern Seite, in welche gewöhnlich dividiret wird.

Zur Erläuterung diene dies Exempel:

$12\frac{3}{4}$ gr. wieviel sind sie an Thalern?

$$\begin{array}{lcl} \text{gr.} & \frac{51}{\cancel{4}} & * \ \text{Thlr.} \\ \text{Thlr.} & \frac{1}{51} & \frac{24 \ \text{gr.}}{\frac{4}{96}} \end{array}$$

Hier stehet 96 auf der Seite, wo das Sternchen stehet, und damit kann ich ohnmöglich in die Zahl der andern Seite, nämlich in 51 dividiren. Das Product ist also $\frac{51}{96}$. Will ich sehen, ob ich richtig gerechnet habe, so darf ich nur erst mit der geringern Zahl 51 in 96 dividiren, also:

$$\begin{array}{r|l} 45 & \\ \cancel{9}\cancel{6} & 1\frac{45}{51} \\ \cancel{5}\cancel{1} & \end{array}$$

Würde ich nun mit 1 in 51 multipliciren, so bliebe es zwar 51, aber da ich noch 45, nämlich den Rest vom Dividiren dazu zu addiren habe, so machen diese 51 und 45 zusammen auch 96.

§. 15.

Wenn Namen vorkommen, welche ohne Zahlen gedacht werden; so pflegt man ihnen, nach Reesischer Manier, ein sogenanntes Andreaskreuz, oder das Zeichen einer lateinischen Zehen (X, X) vorzusetzen. Da auch die Zahl 1 beym Rechnen keine Veränderung verursachet; so siehet man entweder diese Zahl an, als ob sie nicht da stünde, oder man lässet sie gar aus, oder man setzt an ihre Stelle auch das Andreaskreuz.

Z. E. A. hat dem B. 4000 fl. auf 4 Jahre ohne Interessen geliehen; wieviel muß nun B. dem A. auf 5 Jahre leihen, damit er ihm ¾ des Dienstes erweise? Thut 2400 fl.

fl. 4000
Jahr 4   X keine Interesse

ohne Interesse ¾   * fl.
5 Jahre

Oder ein anderes Exempel. Es werden gewisse Subsidiengelder für 4000 Mann Hülfstruppen auf 6 Jahre accordirt. Allein man verlangt sie nachher auf 5 Jahre, nebst der Gutthuung an Mannschaft. Wieviel ist man zu stellen schuldig?

Mann 4000
Jahr 6   X Subsidien

Subsidien X   * Mann
5 Jahr

24000   5

Thut 4800 Mann.

§. 16.

Wer nun alles das, was bisher ist gesagt worden, verstanden und eingesehen hat, verstehet die ganze Rechnungsmanier.

Wenn ich aber sage, daß man nun alles, was zur allgemeinen Rechenkunst gehöret, begriffen habe; so saget das in der That sehr viel. Denn es heißet soviel, daß man nun alles, was sich nur in der Welt berechnen läßset, nach dieser Rechnungsmanier berechnen könne, ohne nach irgend einer Rechnungsregel zu fragen, oder sich zu besinnen, zu welcher Rechnungsregel irgend ein Satz zu ziehen sey? Nach der alten Art zu rechnen muß man gewöhnlich bey jeder Rechnungsaufgabe erst eine Untersuchung anstellen, ob die vorliegende Aufgabe entweder zur Regel Detri, oder zur Regula inversa, oder Quinque, oder Wechsel-, Ketten-, Fusti-, Tara-, Juden-, Factorey- oder andern Regeln zu ziehen sey? ingleichen, ob sie Brüche enthalte, oder nicht? Und dann muß man doch noch in Sorgen stehen, ob auch die vorgeschriebene Regeln sicher und zuverläßig genug sind, oder nicht, weil sie großentheils berüchtigt sind, daß sie entweder nicht allgemein anwendbar, oder unzulänglich und unrichtig wären. Unter solchen Umständen läßt sichs freylich nicht gut rechnen. Wieviel unseliger ist der Handwerksmann daran, der zu einer jeden Arbeit sein eigenes besonderes Werkzeug haben muß, gegen denjenigen, der ein allgemeines Instrument besitzet, das zu allen vorfallenden Arbeiten, sowohl zu groben, als zu subtilen, sowohl zu schweren, als leichten, sowohl zu einigen, als zu allen möglichen Arbeiten passet. Wenn jener noch das gehörige Instrument suchet und beurtheilet, ob es das zu diesem Fall erforderliche sey, und versuchen muß, ob er auch richtig gewählet habe; so ist dieser mittlerweile nicht nur längst fertig, sondern auch seiner Sache ganz gewiß. Diesen Unterschied trift man auch zwischen dieser unserer Rechnungsmanier und der bisher üblichen Rechnungsart an, da man einen jeden Rechensatz in gewisse Regeln einschränkete, und so viele Rechnungsweisen ersonnen hat, als es nur Umstände geben kann, in welchen entweder ein Haupt- oder Nebenbegriff irgend eine Veränderung in Stellung der Rechensätze leidet, und sollte es auch nur in der Lage der Frage seyn. In unserer Rechnungsmanier hingegen ist immer einerley Art und Weise zu rechnen, immer einerley Satz, immer einerley Stellung der Glieder. Sie weiß von keiner Regel Detri, noch inversa, noch quinque, und wie alle die fürchterlichen Namen nur immer heißen mögen: sie weiß von keinem Unterschied zwischen Rechnungen mit, oder ohne Brüchen. Alles, alles hat nur immer einerley

Satz und einerley Verfahren, und alles, was nur in der Welt berechnet werden kann, wird darnach auf einerley Art berechnet.

Jedoch darf sich Niemand, indem ich dieses sage, einbilden, als ob derjenige, der alles dieses gefasset hat, nun auch alle Rechensätze in seiner Gewalt habe. Man muß auch denken können. Denn es giebt Aufgaben, die den geübtesten Rechenmeister stutzig machen. Und das sind diejenigen, wo entweder einer von den Haupt- oder auch Nebenbegriffen gar sehr verstecket ist, oder wo mathematische Voraussetzungen, oder wo Zerstückelungen der Haupt- und Nebenbegriffe, oder wo Progreßionen, oder wo Zusätze oder auch Verminderungen der Zahlen u. d. gl. angetroffen werden, welche Umstände insgesammt erst vorher müssen berichtiget werden, ehe man den Satz gehörig stellen kann.

Um es nun auch nicht an einer Anleitung fehlen zu lassen, wie man solche dunkle und verworrene Sätze sicher stellen könne; so soll ein besonderes Kapitel hiezu ausgesetzet werden, welches die Regeln geben soll, wie man solche unvollständige, zerstückelte und dunkle Rechensätze berichtigen müsse. Jedoch weil dabey weitläufige Exempel vorkommen, wo mit vielen Zahlen müßte multipliciret werden; so halte ich es um dieses Umstandes willen für nöthiger, ein Kapitel voraus zu schicken, das Anleitung giebt, wie man die Zahlen abkürzen, und sich des vielen und beschwerlichen Multiplicirens überheben könne.

Viertes Kapitel.

Anleitung

zu Abkürzung der Zahlen und des vielen beschwerlichen Multiplicirens.

§. 1.

Wo auf einer Seite ganze Zahlen stehen, welche auch auf der andern Seite angetroffen werden; so streichet man sie beyderseits gar aus. Z. E.

Pf.	24	16 Thlr.	thut $\frac{7}{16}$ Pfund.
Thlr.	$\frac{7}{24}$	* Pf.	

Wenn man hier (nach Kap. 3. §. 10.) den Nenner von $\frac{7}{24}$ auf diejenige Seite, wo hier das Sternchen stehet, übergetragen hat; so wird man die Zahl 24 zu beyden Seiten haben. Mithin kann man beyde Zahlen 24 gar ausstreichen, daß auf der einen Seiten 7, und auf der andern 16 übrig bleibet. Nun sollte man mit der Zahl 16, weil sie die Zahl ist, wo das Sternchen stehet, in die Zahl der andern Seite 7 dividiren. Dies geht unmöglich an, daher ist (nach §. 13. vorig. Kap.) das Facit $\frac{7}{16}$ Pfund.

§. 2.

Man hebe durch eine kleinere Zahl der einen Seite eine größere der andern Seite, vermittelst der Division auf, wenn diese Zahlen anders so beschaffen sind, daß alles ganz aufgehet. Dann durchstreiche man beyde, und setze den Quotient an die Stelle der größern Zahl.

Z. E.

Z. E. 4 Pfund kosten 12 gr., was kosten nun 3 Pfund? Thut 9 gr.

$$\begin{array}{lrr} \text{Pf.} & \cancel{4} & \cancel{12}\ \text{gr.} \\ \text{gr.} & * & 3\ \text{Pf.} \\ & & \overline{3} \\ & & \overline{9\ \text{gr.}} \end{array}$$

Hier lässet sich 4 in 12 dividiren, denn da habe ich 3 mal. Durchstreiche ich nun beyde, und setze die Zahl 3 auf die Seite der 12; so bleibt auf dieser Seite 3 und 3, welche in der Multiplication 9 machen.

§. 3.

Wo sich aber zwo Zahlen nicht gegen einander aufheben lassen; so wähle man eine dritte geringere und verwandte Zahl, d. i. eine solche, aus welcher beyde zusammengesetzet sind. Durch diese hebe man vermittelst der Division beyde auf, und die Quotienten setze man unter ihre Dividenten. Z. E.

$$\begin{array}{lrr} & \overset{3}{\smile} & \\ \text{Pf.} & 12 & 21\ \text{Thlr.} \\ \text{Thlr.} & * & 7\ \text{Pf.} \end{array}$$

Hier kann man mit 12 weder in 7 noch 21 dividiren. Daher nehme ich eine dritte Zahl, woraus sowohl 12 als auch 21 zusammen gesetzet ist. Dies wird die Zahl 3 seyn, denn sowohl 12 als auch 21 ist aus mehrern Dreyen zusammen gesetzet. Diese 3 bemerke ich oben in einer Klammer, und hebe mit derselben sowohl 12, als auch 21 auf: 3 in 12 habe ich 4 mal, welche 4 unter 12, die man nun ausstreichen muß, hingeschrieben wird. Ferner 3 in 21 habe ich 7 mal,

welche

welche 7 auch unter die auszustreichende 21 gesetzt wird auf diese Weise:

3
Pf. ~~21~~ ~~21~~ Thlr.
Thlr. * 7 Pf. 1
4 7 ~~49~~ | $12\frac{1}{4}$ Thlr.
49 ~~44~~

§. 4.

Gesetzt, auch dieses gienge nicht an; so versuche man es durch das Zerfällen. Zerfällen heißet aber soviel, wenn man, statt einer ganzen Zahl, zwo oder mehrere solche setzet, die im 1 mal 1 diese Zahl ausmachen.

Z. E. Statt 24 kann ich setzen 3 mal 8, oder 4 mal 6, oder 2 mal 12, oder mit mehrern Zahlen, 2, 6, 2, oder 3, 4, 2, oder mit noch mehrern 2, 2, 3, 2 u. s. w. Z. E.

Ellen 6 14 Thlr.
Thlr. * 5 Ellen.

Hier kann ich statt 6 setzen 2 mal 3, und dann mit 2 in 14 dividiren, so bleibt auf der ersten Seite 3, und auf der andern 5, und 7, die in der Multiplication 35 machen auf diese Weise:

Ellen ~~6~~ ~~14~~ Thlr.
Thlr. * 5 Ellen 2
~~2~~ 7 ~~35~~ | $11\frac{2}{3}$ Thlr.
3 35 ~~33~~

§. 5.

Soviel Nullen am Ende einer Zahl stehen, so viel Nullen am Ende einer oder mehrern Zahlen der andern Seite kann man gegen einander ausstreichen. Z. E.

$$\begin{array}{ll} \text{Pf. } 2\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} & 42\cancel{0}\cancel{0}\text{ Thlr.} \\ \text{Thlr. } * & 106\cancel{0}\text{ Pf.} \end{array}$$

Hier stehen auf jeder Seite 3 Nullen, welche gegen einander aufgehoben werden. Hingegen stehet in der übrig gebliebenen Zahl 106 eine Nulle in der Mitte der Zahl, daher darf diese, weil sie keine Nulle am Ende ist, nicht ausgestrichen werden. Daher stehet der Satz:

$$\begin{array}{lll|l} \text{Pf. } 2\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} & 42\cancel{0}\cancel{0}\text{ Thlr.} & \cancel{1} & \\ \text{Thlr. } * & 106\cancel{0}\text{ Pf.} & \cancel{4}\cancel{4}\cancel{5}\cancel{2} & 2226\text{ Thlr.} \\ \hline 2 & 4452 & \cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2} & \end{array}$$

§. 6.

Oft trägt sichs zu, daß bey der Aufhebung alle Zahlen beyder Seiten gar ausgestrichen werden, so daß auch nicht eine mehr übrig bleibet. Wenn dies geschiehet, so ist das Facit allemal 1. Z. E.

$$\begin{array}{ll} \text{Pf. } 2 & \cancel{48}\text{ Thlr.} \\ \text{Thlr. } \cancel{24} & *\text{ Pf.} \\ \hline \cancel{2} & \cancel{2} \end{array}$$

Da sage ich: 24 in 48 habe ich 2 mal. Nun stehen zu beyden Seiten 2. Diese heben sich gegen einander auch auf.

Die Ursach, warum 1 bleibet, liegt darinnen, weil ich die 2 übrigen Zahlen beyder Seiten in einander dividiren sollte, nämlich die Zahl der Fragseite 2, in die Zahl der andern Seite, die auch 2 ist. Und so kommt allemal das Product 1 zum Vorschein.

§. 7.

§. 7.

Die bisher gegebenen Regeln gelten nun freylich nur bey Zahlen, die man leicht übersehen kann, und zum Glück sind es die meisten Fälle. Aber es giebt doch auch Rechenaufgaben von großen Summen, die man nicht sogleich überschlagen kann, ob sie sich gegen einander aufheben lassen können, oder nicht. Wenn man sie nun, nach Kap. 3. §. 11. mit andern Zahlen derselben Seite multipliciren müßte, so würden so große Producte entstehen, die nicht nur viele Zeit und Mühe erfordern, sondern auch, was das meiste, gar leicht einen Irrthum befürchten lassen würden, der die ganze Rechnung vereitelte. Um nun nicht nur des beschwerlichen Multiplicirens überhoben zu seyn, sondern auch sicherer zu rechnen; so kann man sich des Vortheils bedienen, welchen man Schmids Rechenbuche von der Kettenrechnung zu verdanken hat, und welchen ich hiemit mittheilen will, wie er ihn selbst beschrieben hat.

Die Generalregel, die er giebt, große Summen gegen einander durch die Subtraction zu verkleinern, bestehet in folgenden Vorschriften:

1) Man subtrahire mit der großen Summe der Fragseite von der größern Summe der andern Seite, von welcher ein Abzug geschehen kann, und schreibe den Rest an die Stelle, oder vielmehr an die Seite der größern Summe, welche den Abzug erlitten, und welche man nun als unnütz ausstreichen kann.

2) Mit diesem Rest verfähret man, als ob es ein ordentliches Glied derselben Seite wäre, nämlich man multipliciret damit in die andern Glieder derselben Seite (nach Kap. 3. §. 11.) und dividiret alsdann mit dem Product der Fragseite ins Product der andern Seite.

3) Ist

3) Ist dies geschehen, so thut man weiter nichts, als daß man das Glied, oder die Glieder, die keinen Abzug erlitten haben, zum gefundenen Facit addiret. Und so ist man fertig.

Anmerk. 1. Die große Zahl der Fragseite, womit man subtrahirte, bleibt unverändert stehen, und mit derselben dividirt man auch in das Product der andern Seite.

Anmerk. 2. Damit man das Glied, das keinen Abzug erlitten, und zum Facit soll addiret werden, leicht erkenne; so bemerke man es mit dem Additionszeichen (+).

Zur Erläuterung soll folgendes Exempel dienen: Zu 2564 Ellen Leinewand gebraucht man 2612 Stücke Garn: Wieviel Stücke braucht man zu 43 Ellen? Thut $43\frac{2064}{2564}$ Stücke. Der Satz stehet also:

St. * 43 Ell. 43 +
Ell. 2564 2612 St. 48.

Erläuterung: Von 2612 wird 2564 abgezogen, so bleibt Rest 48. Die größere abgezogene Zahl 2612 wird als unnütz ausgestrichen, und der Rest 48 zur Seite gesetzt. Wenn ich nun beyde Zahlen 43 und 48 mit einander multiplicire; so kommt das Product 2064 zum Vorschein.

Muß ich nun mit der Zahl der Fragseite 2564 in die Zahl oder Product der andern Seite dividiren (Kap. 3. §. 13.); so gehet dies ohnmöglich an; daher giebt es den Quotient $\frac{2064}{2564}$.

Nach Nr. 3. soll ich nun das Glied, das keinen Abzug erlitten und mit (+) bezeichnet ist, dazu addiren; so habe ich das Facit $43\frac{2064}{2564}$ Stück.

Dieser

Dieser beschriebene Satz siehet daher also aus:

St. *		43 Ell.	43 +
Ell. 2564		~~2612~~ St.	48.
2564.			2064.

Fac. $43\frac{2064}{2564}$ St.

Eine in der That empfehlungswürdige Abkürzung der Zahlen.

§. 8.

Bey diesem generellen Verfahren sind aber noch besondere Anmerkungen zu machen, die besondere Fälle betreffen.

Die erste ist diese: Man hebe nur diejenigen Zahlen durch die Subtraction gegen einander auf, welche in der Größe einander am nächsten kommen. Denn auf diese Art bleibet allemal der kleinste Rest. Widrigenfalls wird man keinen Vortheil haben, indem sonst mehrentheils wieder eben so viele Zahlen nach der Subtraction übrig bleiben, als ihrer vor der Subtraction waren, welches gar kein Vortheil wäre.

Z. E.	Pf. 2312	8974 fl.
	fl. *	2326 Pf.

Wollte ich 2312 von 8974 abziehen; so wäre nicht der geringste Vortheil dabey. Denn so würden ebenfalls 4 Zahlen wieder Rest verbleiben, nämlich 6662. Ziehe ich hingegen die erste Zahl von 2326 ab; so bleibt nur 14 Rest. Ein großer Unterschied. Daher steht nun der Satz:

Pf. 2312	8974 fl.	8974 +
fl. *	~~2326~~ Pf.	14
2312		125636.

Wird nun mit 2312 in 125636 dividiret, so kommt das Facit heraus $54\frac{778}{2312}$. Hiezu obige Additionszahl 8974 addiret, thut zusammen $9028\frac{778}{2312}$ fl.

§. 9.

Eine andere Anmerkung ist diese: Sind auf beyden Seiten, außer den großen Summen, noch mehrere kleinere Glieder oder Zahlen; so kann man sich gar leichte in dem Fall helfen, wenn, besonders auf der Frageseite, die Summe so geringe ist, daß man durch die Subtraction noch immer einen großen Rest behält.

Wo dieser Fall ist, da darf man nur 2 oder mehrere Zahlen auf der einen Seite zusammen multipliciren, von welchen man glaubet, daß dadurch ein solches Product zum Vorschein kommen müsse, welches der andern großen Zahl am nächsten kommet. Z. E.

Wieviel Thaler Zins bringen 1476 Thaler Capital in 5 Monaten; wenn 110 Thaler Capital in 13 Monaten 7 Thaler Zins bringen? thut $36\frac{18}{143}$ Thaler Zins.

Thlr. Z. *	~~1476~~ Cap.	— 46
	5 Mon.	
Cap. 110	7 Thlr. Z.	35 +
Mon. 13		
1430.		1610.

Erläuterung. Wenn man sogleich mit 110 von 1476 subtrahiren wollte: so hätte man keinen Vortheil, weil da ebenfalls 4 Zahlen übrig blieben, nämlich 1366. Da bliebe eben die Mühe und Weitläufigkeit, als ob man gar nicht subtrahiret hätte. Multiplicire ich aber die 2 Zahlen auf der Frageseite, nämlich 110 mit 13; so ist das Product 1430,

welche

welche Zahl der gegenseitigen Summe 1476 so nahe kommt, daß nur 46 Rest in der Subtraction verbleibet. Mithin habe ich nur noch mit 5 mal 7 zu multipliciren, welches 35 ausmachet, und die Zahl ist, welche keinen Abzug erlitten, und mit dem Additionszeichen zu bemerken ist. Diese beyden Zahlen 46 und 35 thun in der Multiplication 1610. Diese Summe mit der Zahl der Fragseite 1430 dividirt, giebt den Quotient $1\frac{18}{143}$. Zu dieser muß nun allezeit die Additionszahl addirt werden. Daher ist das Facit $36\frac{18}{143}$ Thaler Zins.

§. 10.

Eine sehr nützliche Anmerkung ist diese: **Wenn das Glied der Frageseite größer wäre, als die große Summe der andern Seite, daß man daher nicht subtrahiren kann; so darf man nur die zu große Zahl der Frageseite durch 2, 3, oder 4, dividiren.** Man wählt nämlich eine unter diesen drey Zahlen zum Divisor, von welchem man glaubet, daß er einen Quotienten gebe, welcher der größern Zahl der andern Seite am nächsten kommt. Und dann kann man mit diesem Quotient subtrahiren. In diesem Fall aber muß auch das Glied der andern Seite, das keinen Abzug erlitten, mit eben derselben Zahl, nämlich mit 2, 3, oder 4, dividiret werden, und nur der Quotient wird zum gefundenen Facit addiret. Es muß aber der Divisor in beyden Gliedern aufgehen; denn die Bearbeitung eines überbliebenen Bruches würde den Vortheil wieder vernichten.

Zum Ex.

	2		
Thlr. *		~~4889~~ Ell.	11
	~~9756~~	654 Thlr.	327 +
	4878.		3597.

Erläuterung. Mit der Zahl der Fragseite 9756 kann man nicht von der Summe 4889 subtrahiren, weil sie zu groß ist. Daher kann man die erste Zahl mit 2 dividiren, mithin habe ich nun die Zahl 4878. Mit dieser kann ich nun von 4889 subtrahiren, daher bleibt Rest 11. Nunmehr muß ich aber auch die andre Zahl 654 mit eben dieser 2 dividiren, thut 327, welches die Additionszahl war und bleibet. Nunmehr multipliciret man die beyden neuen Zahlen, wie gewöhnlich, mit einander, thut 3597.

Wollte ich nun mit der durch 2 dividirten Zahl 4878 in 3597 dividiren, so kann ich dies nicht, weil die erste Zahl größer ist; daher habe ich das Facit: $\frac{3597}{4878}$. Setze ich nun die Additionszahl 327, wie gewöhnlich hinzu, so habe ich ohne Mühe das Facit $327\frac{3597}{4878}$ Thaler.

Ein anderes Exempel:

2		
fl. *	12 Cntr.	6 +
Cntr. 28	~~17~~ fl.	3
14.		18.

4
~~18~~ | 1 $\frac{4}{14}$ | $\frac{2}{7}$
~~14~~ |
$1\frac{2}{7}$ Quot.
6 + Add. Zahl
$7\frac{2}{7}$

Anmerk. Man thut wohl, um nicht zu irren, wenn man den beliebten Divisor oben über jedes Exempel bemerket und einschließet, wie in beyden Aufgaben dieses §. geschehen.

§. 11.

Die vierte Anmerkung bestehet darinnen: Ist aber im Gegentheil das Glied, oder die Glieder der Frageseite zu klein, als daß man damit auf eine vor-

vortheilhafte Art von der großen Summe der andern Seite subtrahiren könne; so könnte man sich in dem Fall, wenn mehrere Glieder auf der Frageseite vorhanden sind, auf die Art behelfen, wie im vorhergehenden §. 9. Anweisung gegeben worden. Allein theils haben nicht alle Exempel mehrere Glieder, theils reicht auch jene Anweisung nicht auf alle Fälle zu. Daher verfahre man im angezeigten Falle mit der Multiplication eben so, wie man im vorigen §. mit der Division verfuhr. Nämlich man multiplicire das Glied der Frageseite mit einer beliebigen Zahl, als 2, 3, oder 4, von welcher man glaubet, daß sie ein Product gebe, welches der Zahl der andern Seite nahe kommt, und dann subtrahire man. Hingegen muß die Zahl der andern Seite, welche keine Subtraction erlitten und die Additionszahl ist, auch mit eben derselben Zahl multipliciret werden. Uebrigens bleibet das Verfahren immer einerley. Z. E.

Man giebt für 3256 Bogen Papier abzuschreiben 317 Thaler. Wieviel Thaler kosten 9778 Bogen abzuschreiben? Thut $951\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{7}{5}\frac{0}{6}$ Thaler.

	$\underbrace{}_{}$ 3		
Thlr. *		$\cancel{977}8$ Bog.	— 10
Bog.	3256	317 Thlr.	— 951 +
	9768.		9510.

Facit: $951\frac{0}{9}\frac{5}{7}\frac{4}{6}\frac{0}{8}$ Thlr.

§. 12.

Noch einige Exempel zur Uebung, und zwar das erste zu §. 9.

Man will 50 Pfund Thee, das Pfund zu 2 Thaler von 36 Mgl. gegen Weitzen, den Scheffel zu

30 Mgl. verkaufen; wieviel Scheffel erhält man für den Thee? Thut 120 Scheffel.

Sch. *	50 Pf. Thee		
Mgl. 30	2 Thlr.	100 +	
Thlr. 1	~~36~~ Mgl.	— 6	
30.		600.	

~~60~~ 0 | 20 hiezu 100 + thut 120.
~~33~~ 0 |

Ein anderes:

Thlr. *	174 Pf.	— 174 +	
Pf. 7892	~~7801~~ Thlr.	— 9	
7892.		1566.	

Thut $174\frac{1566}{7892}$ Thaler.

Ein anderes zu §. 11.

Stück Feld X	33 Thlr. Arbeitlohn
Ruth. lang 5	
Ruth. breit 1	X Stück Feld
Woche 1	17 Ruth. lang
	3 Ruth. breit
Thlr. *	4 Wochen

d. i. ein Stück Feld, das 5 Ruthen lang, und 1 Ruthe breit ist, machte in einer Woche 33 Thaler Arbeitlohn. Wenn nun daran noch ein Stück Feld soll bearbeitet werden, das 17 Ruthen lang und 3 Ruthen breit ist, und in 4 Wochen fertig werden soll. Wieviel Arbeitlohn kann veraccordiret werden? Thut $1346\frac{2}{5}$ Thaler.

Erläuterung. Wollte man 5 von einem Gliede der andern Seite subtrahiren; so würde kein Vortheil dabey seyn. Um nun die Subtraction mit Vortheil anzuwenden; so könnte man entweder 1) nach §. 11. die

die Zahl 5 mit 2 multipliciren, und das Product 10 von 3 mal 4, d. i. von 12 abziehen; oder 2) man könnte 5 durch 3 multipliciren, und mit dem daher entstandenen Product 15 von 17 subtrahiren; oder 3) man könnte 5 durch 10 multipliciren, und mit diesem Product 50 die gegenseitige Zahlen 3 mal 17, d. i. 51 subtrahiren. Wir wollen den letzten Fall wählen. Aber nun multiplicire man auch das Product der Factoren 33 und 4, ebenfalls durch 10. Das Product wird 1320 seyn. Und diese Zahl ist die unveränderliche, welche zum Facit addiret werden muß. Daher hat der Satz diese Gestalt:

		$\underbrace{10}$	
Stück Feld	X	33 Thlr.	
Ruth. lang	5		
Ruth. breit	1	X St. F.	
Woche	1	17 R. l.	51 — 510
		3 R. b.	
Thlr.	*	4 Woch. mit obigen	
	50.	33 Thlr. multipliciret	132 +
			67320.

Wird nun, wie gewöhnlich ist, 50 in 67320 dividirt; so ist das Facit: $1346\frac{2}{5}$ Thaler.

Noch ein Exempel. Wieviel Thaler an Golde sind 3753 Thaler Steuer- oder Cassengeld, wenn 15 Thlr. Gold 14 Thlr. Steuergeld geben? Thut $4021\frac{1}{14}$ Thlr. an Gold.

Thlr. Gold	*	3753 Thlr. St. Geld	3753 +
St. Geld	14	~~15~~ Thlr. Gold —	1
	14.		3753.

Beyde Seiten in einander dividirt, thut $268\frac{1}{14}$, hiezu die Additionszahl 3753, macht das Facit $4021\frac{1}{14}$ Thl. Gold.

 §. 13.

§. 13.

Es scheinet fast überflüßig zu seyn, noch zu bemerken, daß man, wenn man will und kann, entweder vor oder nach der Subtraction die Zahlen gegen einander aufheben und also noch mehr verkleinern könne.

Fünftes Kapitel.

Anleitung,

wie verworrene, unbestimmte und zerstückelte Haupt- und Nebenbegriffe der Rechnungsaufgaben genau zu bestimmen, und die Sätze gehörig zu stellen sind.

§. 1.

Das Dunkele eines Rechensatzes rühret gemeiniglich daher, wenn die Haupt- und Nebenbegriffe desselben durch den wörtlichen Vortrag und besonders durch eine historische Erzählung, so unordentlich untereinander geworfen worden, daß man Mühe hat, das Subject vom Prädicat, und Nebenbegriffe von Hauptbegriffen zu unterscheiden. Sind diese wesentlichen Theile eines Satzes schwer aufzusuchen; so ist leichte zu erachten, daß ganz allein die logikalischen Grundsätze einer jeglichen Proportion, so wie sie im zweyten Kapitel beschrieben worden sind, die beste Anleitung geben müssen, die Haupt- und Nebenbegriffe einer Rechnungsaufgabe gehörig zu entwickeln. Wie dieses geschehen solle, das wird in einem eigenen Abschnitt dieses Kapitels gezeiget werden.

§. 2.

§. 2.

Es giebt aber noch andere Ursachen, welche einen Rechensatz verwirren und verdunkeln. Denn man findet Aufgaben, wo zwar Haupt- und Nebenbegriffe leicht zu unterscheiden, die aber so stückweise angegeben sind, daß sie entweder zusammengezählt, oder ein Theil davon von andern muß abgezogen, oder mit den zerstückelten Nebenbegriffen in eine generelle Zahl gebracht werden müssen. Wenn in einem Satz der Arithmetik nur ein Subject und Prädicat verstattet wird; so kann man leicht gedenken, daß die in mehrern Theilen angegebene Stücke erst in einen generellen Namen und Anzahl zusammen gebracht werden müssen, damit nur ein Subject und ein Prädicat zum Vorschein komme. Und das müssen allein die 4 Specien der Rechenkunst ins Werk stellen; denn diese zählen entweder mehrere Zahlen und Theile zusammen, oder sondern eine Zahl von der andern ab, oder bringen mehrere Stücke durch die Multiplication in ein Verhältniß und gemeinschaftliche Zahl. In welchen Fällen, und wie dieses geschehe, dazu sollen 4 besondere Abschnitte Anleitung geben.

§. 3.

Es giebt aber auch unbestimmte Sätze, wo gewisse Voraussetzungen von Progreßionen, Geometrie, Mathematik und dergl. zum Grunde liegen, und nach welchen die Sätze genauer bestimmt werden müssen. Was nun da zu thun sey, das werden die übrigen Abschnitte dieses Kapitels weiter ausführen.

Erster Abschnitt.

Von Ausfindigmachung der Haupt- und Nebenbegriffe in dunkeln und verworrenen Sätzen und Aufgaben durch logikalische Grundsätze.

§. 1.

Im Kap. 2. sind nicht nur die Eigenschaften der Haupt- und Nebenbegriffe eines Satzes und deren Merkmale angegeben, sondern auch zugleich Regeln und Erfahrungen angemerket, woran man die Prädicate des Subjects gar leicht von andern Nebenbegriffen unterscheiden kann.

Wo verworrene Sätze vorkommen, in welchen die Hauptbegriffe zerstreuet liegen, daß man sie mit Mühe heraussuchen muß, da muß man besonders diese Vorschriften in Acht nehmen:

1) man werfe vor allen Dingen alle historische Umstände, die nicht berechnet werden, hinweg, und setze nur diejenigen Stücke, die berechnet werden sollen, als einzelne Sätze hin, nach Kap. 2. §. 8.

2) sodann suche man unter denselben das Subject heraus, welches nicht leicht so versteckt liegen kann, daß man nicht wissen sollte, welches die Haupsache sey, von welcher im Satze die Rede ist; nach Kap. 2. §. 2.

3) in verworrenen Sätzen aber ist das Prädicat oft am schwersten zu finden, besonders alsdann, wenn noch mehr Umstände da sind, die man dem Subject beylegen kann, so, daß man zweifelhaft wird, welchen Umstand man unter denselben als das Prädicat wählen soll. In solchen zweifelhaften Umständen muß man sichs als eine Regel dienen lassen, was Kap. 2. §. 2. Anmerk. 1 und 2 gesagt worden,

den, daß man nämlich bey lebendigen Subjecten ihre Handlungen als Essen, Arbeiten, Marschieren und dergl., bey leblosen Subjecten aber ihre Kosten, Gewinn und dergl. als das Prädicat anzusehen habe. Dann wird sich das Prädicat, so versteckt es auch liegen mag, leicht entdecken lassen.

4) Was die übrigen Umstände betrift, wird man als Nebenbegriffe leicht erkennen, und zugleich erforschen können, zu welchen Hauptbegriffen sie gehören. Denn man wird bald gewahr, ob sie das Subject, oder das Prädicat, oder die Kopel näher erläutern.

Durch Beobachtung dieser Regeln wird man die dunkelsten Rechnungsaufgaben gar leicht entwickeln können.

§. 2.

Wir wollen von diesem eine Anwendung auf einige Sätze machen. Z. E.

Der Magistrat in der Stadt V. hat folgende Brodtaxe als ein Gesetz festgestellet: Ein Groschenbrod soll 3 Pfund wiegen, wenn das Korn 16 Groschen kostet, und nach diesem Verhältniß des Kornpreises soll das Gewicht des Brodes steigen oder fallen. Das Korn aber steiget im Preise bis zu 1 Thaler. Die Becker klagen, daß sie ein Groschenbrod nicht mehr um 3 Pfund schwer backen können. Damit weder die Becker, noch die Bürger Schaden leiden, so wird gefraget: wie viele Pfund muß ein Groschenbrod wiegen?

Werfe ich nun (nach Nr. 1. des vorigen §.) alle historischen Umstände weg; so bleiben folgende Sätze übrig:

ein Groschenbrod, sein Gewicht von 3 Pfund; der Kornpreiß von 16 Groschen.

2) Das

2) Das Subject ist nach Nr. 2. leicht zu finden: Es ist das Groschenbrod.

3) Wie finde ich aber das Prädicat? Außer dem Groschenbrod bleibt nichts übrig, als diese 2 Sätze: es wiegt 3 Pfund, es hat einen Kornpreiß von 16 Groschen. Es muß wohl eines von beyden das Prädicat seyn? Um zu prüfen, welches von beyden ein Nebenbegriff sey, so können wir nur Acht haben, ob eines von diesen einen Hauptbegriff näher erläutere, und also ein Nebenbegriff sey. Sehe ich aufs Gewicht von 3 Pfund, so ist ja dies eine nähere Bestimmung des Brodes, nämlich, daß nicht jedes Brod, sondern nur ein dreypfündiges Brod ein Groschenbrod abgebe. Und daran sehe ich, daß 3 Pfund das Groschenbrod bestimme, oder näher erläutere, oder welches einerley ist, daß es ein Nebenbegriff des Subjects sey. Wende ich nun auch den Kornpreiß auf diese Weise an, so finde ich, daß dieser Kornpreiß eigentlich die Bedingung vom 3-pfündigen Gewicht seyn soll. Er bestimmt und erkläret also den Nebenbegriff des Gewichts, und so ist der Kornpreiß ein Nebenumstand des Nebenbegriffs, des Gewichtes, und gehört nebst jenem zum Hauptbegriff. Mithin stünde der Satz also:

Groschenbrod X
Gewicht Pfund 3
Kornpreiß Groschen 16

Da nun weiter nichts mehr übrig ist, so scheinet es, als ob hier gar kein Prädicat in diesen Sätzen anzutreffen wäre, ohne welches aber doch kein Satz möglich ist. Wie tief liegt das Prädicat versteckt?

4) Um das Prädicat desto eher zu erkennen, ward im vorhergehenden §. Nr. 3. die Erfahrung angeführet, daß gewöhnlich lebendige Geschöpfe ihre Handlungen des Arbeitens, Essens u. s. w., hingegen Sachen, als: Ellen, Pfunde, Brod u. s. w. die Kosten, Gewinn u. s. f.

zum

zum Prädicat haben. Mache ich nun eine Anwendung auf unser vorhabendes Exempel, und sage: ein Groschenbrod kostet, — es kostet — wieviel denn? es kostet — einen Groschen, wie leicht zu erachten. Und so kommt denn auf einmal das Geheimniß heraus. Wer hätte meynen sollen, daß dies Prädicat so tief versteckt läge in dem Worte des Subjectes selbst: Groschenbrod. Wie natürlich und fließend ist nun der Satz:

Brod X	
Gewicht Pf. 3	1 gr.
Kornpr. gr. 16	
	X Brod
gr. 1	* Pf. Gewicht
	24 gr. Kornpr.

Anmerk. Eben diese Bewandniß hat es auch mit Pfennigssemmeln. Z. E. Wenn das Maaß Weitzen $2\frac{1}{2}$ Thlr. gilt, so wird eine Pfennigssemmel auf 4 Loth gebacken. Wie schwer muß sie seyn, wenn das Maaß 2 Thlr. gilt.

Semmel X	
Loth Gew. 4	1 pf.
Fruchtpr. Thlr. $2\frac{1}{2}$	
	X Semmel
pf. 1	* Loth Gew.
	2 Thlr. Fruchtpr.

§. 3.

Zur Uebung ein anderes Exempel, an welchem eben diese Regeln ihre Dienste thun sollen:

Zwo Armeen liegen $31\frac{1}{2}$ Meilen weit von einander. Nachdem sie 4 Wochen campiret haben, erhalten sie vom König die Order, gegen einander zu marschiren. Die erste marschiret täglich $6\frac{1}{2}$ Meilen, die andre aber,

aber, wegen Gebirgen und schwerer Artillerie täglich nur 4 Meilen. Wenn wird nun die Vereinigung geschehen? Thut 3 Tage.

Wenn man alle historische Umstände übergehet; so bleiben folgende Sätze übrig:

Armeen, sie liegen $31\frac{1}{2}$ Meilen weit voneinander, sie marschiren täglich theils $6\frac{1}{2}$, theils 4 Meilen, d. i. $10\frac{1}{2}$ Meilen, täglich.

Das Subject ist, ohne Schwierigkeit zu finden: Armeen. Nun sind noch 2 Umstände da; sie liegen von einander, und, sie marschiren. Welches von beyden ist das Prädicat? Da finde ich, daß es das Marschiren seyn muß, um zweyerley Ursach willen. 1) ist Marschiren die Handlung lebendiger Geschöpfe, und hier die Handlung der Armeen. 2) wird weiterhin und besonders im Fragesatz auf den Umstand: von einander liegen: keine Rücksicht mehr genommen, und hat nur eine Beziehung auf die Meilen, die sie zu marschiren haben. Nun fällt auch der Satz sehr natürlich aus:

Armeen X marschiren Meilen.

und zwar namentlich wird es heißen:

Armeen X $10\frac{1}{2}$ Meilen.

Nun ist noch übrig, täglich: d. i. soviel als in 1 Tag. Der Tag beschreibt weder die Armeen, noch die Meilen, wie alt sie wären; sondern vielmehr das Marschiren, oder die Kopel, die dem Subject zugeschrieben wird. Daher stehet nun der ganze Satz:

Armeen X Tag 1	$10\frac{1}{2}$ Meilen
Meil. $31\frac{1}{2}$	X Armeen * Tage.

§. 4.

§. 4.

Ein ander Exempel. Ein Seecapitain wird durch den Sturm aufm Meere verschlagen, und hat für seine 50 Leute nur noch auf 6 Wochen Proviant, wenn er jedem täglich 27 Unzen giebt. Er weiß nun nicht, ob er vor 9 Wochen Land erreichen werde, und muß daher die Portiones verringern, und fragt: wieviel, um bis dahin zu reichen, er jedem täglich geben solle? Thut 18 Unzen.

Das Subject liegt offenbar am Tage, wenn die historischen Umstände weggestrichen sind, dies sind 50 Leute. Das Prädicat ist nach obigen Grundsätzen auch leicht zu finden: sie verzehren einen Proviant. Wohin gehören nun Unzen und Wochen, als Nebenbegriffe hin? Weder schicken sie sich zu den 50 Leuten, noch zum Proviant, als ob das eine, oder das andre 6 Wochen alt, noch aus 27 Unzen bestehe. Diese Umstände beschreiben vielmehr die Kopel, das Verzehren, theils wie lange gezehrt, theils wieviel täglich gezehrt werden soll. Mithin müssen beyde Umstände dem Subject zugeschrieben werden, weil sie zur Kopel gehören. Daher steht der Satz:

Leute 50 Wochen 6 Unzen 27	X Proviant
Prov. X	50 Leute 9 Wochen * Unzen.

Zweyter

Zweyter Abschnitt.

Anleitung zu Stellung der Rechensätze durch die Addition.

§. 1.

Es darf nicht schwer fallen, einzusehen, wo man die Addition anwenden müsse, ehe man einen Rechensatz in seine Stellung bringet. Es geschiehet in den Sätzen, wo entweder die Hauptbegriffe, oder Nebenbegriffe so stückweise angegeben sind, daß sie endlich durch die Addition nur einen allgemeinen Namen und gesammte Zahl ausmachen *).

Z. E. 2 Männer, 3 Weiber und 4 Jungfrauen gewinnen in der ersten Classe einer Lotterie 100 Thaler, in der andern 50 Thlr., in der dritten 200 Thlr. Was gewinnt 1 Person? Hier sind die Subjecte so, wie die Prädicate, stückweise angegeben. Wenn man sie addiret; so heißt der Satz:

Personen 9	350 Thlr.
Thlr. *	1 Person
9	350.

Thut $38\frac{8}{9}$ Thaler.

Ingl. Zwo Armeen, die $31\frac{1}{2}$ Meilen weit von einander liegen, marschiren gegen einander, um sich zu vereinigen. Die eine marschirt täglich $6\frac{1}{2}$ Meilen, die andre nur 4 Meilen. Wenn wird die Vereinigung geschehen, d. i. sind die $31\frac{1}{2}$ Meilen vollendet? Thut 3 Tage.

Marsch-Tag 1	$10\frac{1}{2}$ Meilen
Meilen $31\frac{1}{2}$	* Tage.

Ingl.

*) Hieher gehöret die Regel, die man Fusti nennet, wo gute und böse Waare, guter und schlechter Wein u. d. gl. zusammen gegossen wird. s. Kap. 6. §. 103.

Ingl. 3 Kaufleute treten zusammen, A. giebt 1000 Mfl., B. 2500, und C. 1500. Damit gewinnen sie 2000 Mfl. Was gewinnt A. oder 1000 fl. und B. und C.? Antwort: A. 400 fl., B. 1000 fl., und C. 600 fl.

§. 2.

Bey ganzen Zahlen macht es also keine Schwierigkeit, die angegebenen Theile eines Haupt- oder Nebenbegriffs zusammen zu zählen. Aber es kommen auch Brüche vor, die man am Ende auch zu addiren hat.

Bey Brüchen muß man vor allen Dingen darauf sehen, ob sie gleiche, oder ungleiche Nenner haben? Sind

gleiche Nenner

vorhanden, so macht es auch ganz und gar keine Schwierigkeit, weil man nur das Ganze Bruchweise ansetzen, und dann nur die Zähler zusammen zählen darf. Ein Ganzes Bruchweise setzen, heißt nichts anders, als so viel Theile ansetzen, als es nach dem Namen anderer Brüche hat. Z. E. es ist in Brüchen von Dritteln die Rede, so ist das Ganze $\frac{3}{3}$, oder es ist von Siebentheilen die Rede, so bestehet das Ganze aus $\frac{7}{7}$, oder es ist von Sechszehntheilen die Rede, so ist das Ganze $\frac{16}{16}$ u. s. f.

Z. E. Sempronius that eine Erbschaft von 2000 Thaler. Davon verwendete er $\frac{3}{16}$ zu Bezahlung der Schulden, $\frac{2}{16}$ legte er in einen Handel, $\frac{4}{16}$ zu Einrichtung seiner Oekonomie. Wieviel hat er also an Thaler aufgewendet? Thut 1125 Thaler. Das Ganze ist $\frac{16}{16}$, der Ausgaben sind $\frac{9}{16}$. Daher steht der Satz:

Erbsch. $\frac{16}{16}$ — 2000 Thlr.
Thlr. * — $\frac{9}{16}$ Erbsch.

So lassen sich nun auch die besondern Theile des Aufwandes ausfragen, wieviel waren der Schulden? wieviel wendete er auf zum Handel? wieviel zur Einrichtung der Oekonomie?

Ingl. 2 Kaufleute legen ein Capital zusammen. A. giebt $\frac{2}{6}$. B. $\frac{4}{6}$. Sie gewinnen 1200 Thlr. Wieviel bekommt ein Jeder? Antwort. A. 400. B. 800 Thlr.

Ingl. Wenn A. $\frac{2}{5}$ und B. $\frac{3}{5}$ einsetzet, und sie gewinnen zusammen 205 Mfl., so bekommt A. 82, und B. 123 Mfl.

§. 3.

Sind aber in einem Satze

ungleiche Nenner

vorhanden, die sich nicht zusammen addiren lassen, so lange sie keinen gemeinschaftlichen Namen haben; so müssen sie nothwendigerweise erst in gleiche Nenner gebracht werden. Und dieses erfordert eine eigene Behandlung. Ob nun gleich

die Handleitung, verschiedene oder ungleichnamige Nenner unter einen Namen zu bringen,

nicht hieher, sondern in die 4 Species der Brüche gehöret; so will ich doch Anfängern zu gute, und vielleicht auch Sachverständigen zu Gefallen, hier eine Tabelle empfehlen, die dem Gedächtniß ungemein zu Statten kommt. Die Sache bestehet darinnen: Nachdem man die Brüche gehörig verkleinert hat, z. E. aus $\frac{4}{8}$ nach der Verkleinerung $\frac{1}{2}$, oder aus $\frac{6}{18}$ eben so $\frac{1}{3}$; so mache man so viele Fächer, als Brüche da sind, und trage die Brüche in die vordersten Fächer, die ich an diesem Schema darstellen

stellen will: Z. E. ich sollte $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ zusammen addiren, so habe ich, wegen dieser 3 Brüche, 3-fache Fächer zu machen, und sie also einzutragen:

	12		
$\frac{1}{2}$			
$\frac{2}{3}$			
$\frac{3}{4}$			

Nunmehr werden diese Brüche auf folgende Art behandelt:

1) werden alle Nenner in einander multipliciret. Was herauskommt, ist der allgemeine Nenner, welcher oben über die erste Perpendikular-Linie hinter den Brüchen angeschrieben und eingeschlossen wird. Hier wäre es die Zahl 24.

Anmerk. Man kann auch selbst die Zahl dieses allgemeinen Nenners verkleinern. Und dadurch wird die Arbeit auch sehr erleichtert.

Der Kunstgriff, den möglichst kleinsten Generalnenner ungleichnamiger Brüche zu finden,

bestehet in folgender Erfahrung: Wo nicht mehr, als 2 ungleichnamige Brüche vorhanden sind, da ist der allgemeine Nenner selten so zu theilen, daß sich die alten Nenner hinein dividiren ließen. Wo 3 solcher Brüche vorhanden, da lässet sich der allgemeine Nenner nur halbiren. Wo aber 4 und mehrere Brüche vorhanden sind, da kann man mit einer Zahl, die um 1 weniger, als Brüche sind, (z. E. bey 4 Brüchen mit 3) den allgemeinen Nenner theilen.

Z. E. Da in obiger Tabelle die multiplicirten 3 Brüche, vermittelst der Multiplication, die Zahl 24 zum allgemeinen Nenner geben; so kann ich diese Zahl nur mit 2 theilen, welches 12 ist. Daher schreibe ich, wie bereits erinnert ist, diese Zahl 12 oben als den gemeinschaftlichen Nenner hin.

2) Nun bringt man auch die neuen Zähler zum Vorschein dadurch, daß man mit den alten Nennern in den allgemeinen neuen Nenner dividiret, und den zum Vorschein gekommenen Quotient in sein folgendes Nebenfach setzet.

Z. E. Mit den in obigem Fach angeschriebenen alten Nennern kann ich den allgemeinen Nenner so dividiren, daß ich sage: 2 in 12 habe ich 6, 3 in 12 habe ich 4, und 4 in 12 habe ich 3 mal, (wie in folgender Nr. zu sehn.)

3) Wenn dieses geschehen; so wird jeder dieser neuen Quotienten mit seinem alten Zähler multipliciret, und das hervorgekommene Product machet alsdann die neuen Zähler aus. Und so ist also das Werk geschehen.

Z. E. oben: 1 mal 6 ist 6, ferner 2 mal 4 ist 8, und 3 mal 3 ist 9. Daher stehet nun die Tabelle also:

12			
$\frac{1}{2}$	6	6	$\frac{1}{2}$ heißt nun $\frac{6}{12}$
$\frac{2}{3}$	4	8	$\frac{2}{3}$ heißt nun $\frac{8}{12}$
$\frac{3}{4}$	3	9	$\frac{3}{4}$ heißt nun $\frac{9}{12}$.

Z. E. Cajus ward gefragt: wie alt er wäre? Er antwortete: wenn ich wäre noch 1 mal so alt, halb

halb so alt ($\frac{1}{2}$ so alt), $\frac{1}{3}$ so alt, und $\frac{1}{4}$ so alt; so würde ich ein alter Graubart von 111 Jahren seyn. Da rechnet nun meine Jahre aus. Thut 36 Jahre.

Nämlich nach Nr. 1. dieses §. betragen diese Brüche 24 als dem allgemeinen Nenner, nach der Anmerk. daselbst aber verkleinert, nur 12. Also ist das Alter $\frac{12}{12}$, noch einmal so alt auch $\frac{12}{12}$, und die übrigen Brüche zusammen $\frac{13}{12}$, und im Ganzen zusammen genommen $\frac{37}{12}$. Daher stehet nun der Satz:

Alter $\frac{37}{12}$ — 111 Jahre
Jahre * — $\frac{12}{12}$ Alter.

Und so verhält sichs auch in folgenden Exempeln.

Mehr Exempel: Ein Fremder kommt in ein Mönchskloster, und um nur zu hören, wie stark die Zahl der Mönche sey, spricht er zu einem der Mönche: er glaube, daß ihrer 50 wären. Nein, antwortete der Mönch, wenn unserer wären noch einmal so viel, $\frac{1}{2}$ so viel, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ so viel, und noch 13, dann wären unserer 50. Wieviel waren ihrer? Thut 12.

Ingl. Eben dieser gehet hierauf in ein Nonnenkloster, und sagt eben so. Eine Nonne spricht: es sind nicht unserer 50, sondern, wenn unserer wären noch einmal so viel, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ so viel, und noch 3, dann erst wären unserer 50. Wieviel waren es Nonnen? Thut 16.

Ingl. Ein Superintendent kam in die Schule und fragte den Rektor, wieviel gegenwärtig seiner Schüler wären? Dieser gab zur Antwort: wenn ihrer wären noch so viel, 2 mal so viel, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ so viel, und noch 3 mal 3 dazu, so würden ihrer 70 seyn. Wieviel waren der Schüler. Thut 12.

Ingl. Es siehet Jemand einen andern Geld zählen und fragt diesen: Wieviel er gezählet habe? Dieser antwortet: wäre es noch 1 mal so viel, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ so viel; so würden es 200 Thlr. seyn und noch 7 dazu. (d. i. 207 Thlr.) Wieviel war des Geldes? Facit 60 Thlr.

Nota. Das Ganze war 360 Thlr., noch 1 mal soviel auch 360, und die Brüche dazu $\frac{522}{360}$, zusammen addirt $\frac{1242}{360}$. Daher steht der Satz:

Geld $\frac{1242}{360}$ — 207 Thlr.
Thlr. * $\frac{360}{360}$ Geld.

Ingl. als Pythagoras gefragt wurde: wieviel er Schüler habe? antwortete er: $\frac{1}{2}$ davon studirt die Philosophie, $\frac{1}{4}$ die Mathematik, $\frac{1}{7}$ beobachtet annoch das Stillschweigen, und 3 sind alleweile angekommen. Wieviel Schüler hatte er? Thut 28. Wieviel Mathematiker? Thut 7. u. s. w.

Dritter Abschnitt.

Anleitung zu Stellung der Rechensätze durch die Subtraction.

---

§. 1.

Auch da ist es leicht zu erkennen, welche Sätze durch die Subtraction müssen berichtigt werden. Nämlich da, wo auch das Subject oder Prädicat stückweise oder in Theilen angeführet wird, unter deren Theilen aber solche angetroffen werden, die nicht mehr zum Ganzen gehören, sondern von andern Theilen abgesondert, oder subtrahirt werden

werden müssen *). Dieses ist allezeit der Fall und das Merkmal, wo die Subtraction ihre Dienste thun muß.

§. 2.

Die Theile oder Stücke, welche vom Ganzen müssen abgezogen werden, können gar verschieden angegeben seyn. Sie können seyn 1) entweder ganze Zahlen, die von ganzen Zahlen abgezogen werden sollen, 2) oder Brüche verschiedener Art, nämlich a) Brüche, die von Ganzen, in gleichen Nennern abzuziehen sind, b) oder Brüche von ungleichen Nennern, c) oder Brüche, die von Brüchen abzuziehen sind. Jedes erfordert seine eigene Behandlung.

§. 3.

Der erste Fall ist, wo ganze Zahlen von ganzen Zahlen abzuziehen sind. Hier findet man ganz und gar keine Schwierigkeit.

Z. E. Sempronius erbet 2488 Thlr. Er hat aber davon abzugeben 214 Thlr. Schulden, 20 Thlr. Erbschaftsgebühren, 54 Thlr. Abzugsgelder. Was er für sich behält, wendet er in einen Handel, und gewinnet 849 Thlr. Wenn er nun 5000 Thlr. anwenden will: was wird er damit gewinnen? Thut $1929\frac{12}{22}$ Thlr.

Cajus hatte an einen Kaufmann mit 600 Thlr. eine Versendung von Waaren, und gewann damit 688 Thlr., von welchen er aber 25 für especen abgeben mußte. Nun hat er wieder dahin eine Versendung

 zu

*) Wie es geschiehet z. E. in Verlustrechnungen, davon Beyspiele Kap. 6. §. 48. 50. 52. 53.

zu thun mit 994 Thlr. Werth. Was wird er dabey gewinnen?

Ein Teich hat 2 Röhren. Durch die eine fließen stündlich 20 Eymer hinein, und durch die andre 15 Eymer wieder heraus. In den ganzen Teich gehen 321 Eymer. Wie bald wird er voll werden? Thut in $64\frac{1}{5}$ Stunden.

Stunde 1 — 5 Eymer.

§. 4.

Der andere Fall ist, wo Brüche von gleichen Nennern vorkommen, und die entweder von Ganzen Zahlen oder von andern Brüchen mit eben den Nennern abzuziehen sind. Hier macht es auch keine Schwierigkeit. Denn man darf nur das Ganze, wenn es nicht schon Bruchweise da stehet, in eben solchen Nennern als einen Bruch hinsetzen, von welchen in den Brüchen die Rede ist, und dann ziehet man Zähler von Zählern ab.

Anmerk. 1. Das Ganze läßt sich sogleich in einen Bruch verwandeln, wenn man alle Theile eines Bruchs zusammen setzet. Z. E. es ist von 7teln die Rede, so ist das Ganze $\frac{7}{7}$. Ist von 9teln die Rede, so ist das Ganze $\frac{9}{9}$ u. s. w.

Z. E. Ein Sohn erbt die Nachlassenschaft seines Vaters. Davon verwendet er $\frac{2}{8}$ zu Bezahlung der Schulden, $\frac{1}{8}$ zu Einrichtung seiner Oekonomie, und $\frac{2}{8}$ zum Studiren, und behält dennoch 1000 Thlr. übrig. Wie groß war die Erbschaft? Thut 2666 Thlr.

Nota. Das ganze **Vermögen** ist $\frac{8}{8}$. Die verschiedenen Ausgaben waren $\frac{5}{8}$. Diese von $\frac{8}{8}$ abgezogen, bleibt $\frac{3}{8}$ übrig, und diese übrige $\frac{3}{8}$ sind ja eben die 1000 Thlr.

Daher

Daher steht der Satz:

Erbsch. $\frac{3}{8}$	1000 Thlr.
Thlr. *	$\frac{8}{8}$ Erbsch.

und so kann man auch die übrigen Umstände ausfragen: Z. E.

Erbsch. $\frac{3}{8}$	1000 Thlr.
Thlr. *	$\frac{2}{8}$ Erbsch. sowohl an Schulden, als zum Studiren.

Thut $666\frac{2}{3}$ Thlr.

Anmerk. 2. Um sich in dergleichen Sätzen zu üben, folgen noch mehr Exempel: Es fragt jemand einen andern, wie stark die im Lande liegende Armee wäre? Darauf antwortete dieser: $\frac{2}{16}$ liegen in der Vestung, $\frac{1}{16}$ liegt auf Commando, $\frac{3}{16}$ stehen bey der Bagage, und hier im Lager sind noch 30000 Soldaten. Wie stark ist diese Armee? Thut 48000 Mann.

Jngl. Cajus erbt das Vermögen seiner Muhme. Von demselben muß er abgeben $\frac{2}{16}$ Legaten, $\frac{3}{16}$ Schulden, $\frac{2}{16}$ der Kirche, $\frac{1}{16}$ zu Reparirung seines Hauses, $\frac{1}{16}$ wendet er auf seine Equipage, und behält noch 2324 fl. Wie stark war die Erbschaft? Thut 5312 fl.

Jngl. Drey Schwestern hatten eine so ungleiche Liebe ihres Vetters zu genießen, daß er der einen A. $\frac{3}{12}$, B. $\frac{4}{12}$, und der C. $\frac{2}{12}$ aus seinem Vermögen vermachte. Nun blieben noch 16000 Thlr. übrig, welche zu andern Legaten bestimmt waren. Es fragt sich daher: wieviel empfieng A. Thut 16000 Thlr. B. aber $21333\frac{1}{3}$ Thlr. C. 10666 Thlr.

§. 5.

Sind aber Brüche von ungleichen Nennern da, welche man von einer Summe abzuziehen hat; so müssen diese Brüche erst unter einen gleichen Nenner gebracht werden. Und alsdann kann man leicht vom Ganzen subtrahiren.

Anmerk. 1. Wie man Brüche von ungleichen Nennern unter einerley Benennung bringen könne, das ist im vorigen Abschnitt §. 3. gezeiget worden.

Anmerk. 2. Wir wollen dieses an einigen Exempeln zeigen.

Sempronius hat an seiner Schuld $\frac{1}{2}$ mit baarem Gelde, und $\frac{1}{6}$ mit Waaren abgetragen. Wie hoch hat er die Waaren angebracht? Wenn er noch 900 Thlr. Rest bleibet? Thut 450 Thlr.

$$\begin{array}{c|c|c} \overset{12}{\frown} & & \\ \frac{1}{2} & 6 & 6 \\ \hline \frac{1}{6} & 2 & 2 \\ \cline{3-3} & & 8 \end{array}$$

Ich muß also den Rest ausfindig machen. Die ganze Schuld ist $\frac{12}{12}$. Davon hat er in Summa abgetragen $\frac{8}{12}$. Wenn ich $\frac{8}{12}$ von $\frac{12}{12}$ abziehe, bleibt Rest $\frac{4}{12}$ Schuld. Und diese $\frac{4}{12}$ sind eben die 900 Thlr. Rest. Daher steht der Satz:

Schulden $\frac{4}{12}$ — 900 Thlr. — $\frac{2}{12}$ Schulden mit Waaren abgetragen.
Thlr.*

Ingl. Cajus hat von seinem Vermögen $\frac{1}{3}$ auf Länderey, und $\frac{1}{4}$ an ein Haus verwendet. Die übrigen 1200 fl. will er in die Handlung stecken. Wie groß war sein Vermögen? Thut 2880 fl.

Ingl.

Jngl. Sempronius hinterläßt 36000 fl. Vermögen, und ein Testament, wo die Rechenkunst eben nicht zu Rathe gezogen worden. Denn er vermacht seinem Sohn die Hälfte, der Frau $\frac{1}{3}$, und der Tochter $\frac{1}{4}$ des Vermögens. Wieviel bekommt jedes zu seinem Antheil? Thut, der Sohn $16615\frac{5}{13}$ fl. Die Mutter $11076\frac{12}{13}$ fl. Die Tochter $8307\frac{9}{13}$ fl.

Jngl. Diophantus, der Meister der griechischen Algebra, hatte nach der griechischen Aufschrift seines Leichensteins $\frac{1}{6}$ seines Lebens als ein Knabe, $\frac{1}{12}$ als ein Jüngling hingebracht, als er nach verflossenen $\frac{1}{7}$ sich verheyrathet, und 5 Jahr darauf einen Sohn gezeuget, der halb ($\frac{1}{2}$) so alt geworden, wie sein Vater, und dessen Absterben der Vater gleichwohl noch 4 Jahre beklagt hat. Wie alt ist Diophantus geworden? Thut 84 Jahr. Wenn hat er geheyrathet? Thut 33. u. s. w.

Nota. 5 und 4 Jahre sind 9 volle, als der Rest der übrigen Theile.

Jngl. ein Freund setzt den Cajus zum Erben ein, und vermacht von seinem Vermögen $\frac{2}{16}$ in die Allmosencasse, $\frac{4}{12}$ in die Stipendiencasse, $\frac{7}{14}$ denen Geistlichen. Nun findet Cajus, daß er nur 800 Thlr. übrig behalten. Wie groß war das Vermögen? Facit 19200 Thlr. Wieviel bekamen die Allmosen? Facit 2400. Wieviel die Stipendiencasse? Facit 6400. Wieviel die Geistlichen? Facit 9600. Was ist des Cajus Erbschaft für ein Theil vom Ganzen? Thut $\frac{112}{2688}$.

Jngl. Ein Student bekommt von Hause einen Wechsel, und nachdem er $\frac{1}{3}$ davon für Kost, $\frac{1}{4}$ für Kleidung, und $\frac{1}{6}$ dem Wirth bezahlet, behält er nur noch 9 Thlr. übrig. Wie stark war der Wechsel? Thut 36 Thlr.

Jngl.

Jngl. Ein anderer bekam auch einen Wechsel, und wendete $\frac{2}{8}$ zu Bezahlung der Collegien, $\frac{2}{6}$ zu Bezahlung des Wirthes, und $\frac{1}{4}$ zu Bezahlung der Kost an. Er zählet nun sein Geld und findet noch 24 Thlr. übrig. Wie stark war also sein Wechsel? Thut 144 Thlr.

§. 6.

Der dritte Fall mit Brüchen ist der, wenn Brüche von Brüchen abzuziehen sind.

Kommt dieser Fall vor, so muß man die verschiedenen Brüche durch die Multiplication in einen einigen Bruch verwandeln. Es klingt widersinnig, daß man, wenn man subtrahiren will, die Multiplication gebrauchen müsse. Und doch ist es bey Brüchen von Brüchen nicht anders, oder die Subtraction ist da nichts anders, als die Multiplication. Denn wenn ich von einem Theil des Ganzen noch einen Theil wegnehme, oder einen Bruch mache, z. E. von $\frac{1}{2}$ nehme ich $\frac{1}{3}$ davon, so wird zwar $\frac{1}{2}$ der Sache nach kleiner, aber die Theile werden eben dadurch vermehret, so daß die Zahl der Theile steiget, wie denn, wenn ich $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{3}$ wegnehme, nun das Ganze in 6 Theile gehet. Und weil dadurch die Theile vervielfältiget werden; so ist bey Brüchen von Brüchen Subtraction und Multiplication einerley.

In diesem Falle bestehet das Verfahren darinnen, daß man Zähler mit Zählern, und Nenner mit Nennern multipliciret. Die Zähler bleiben Zähler, und Nenner bleiben Nenner nach ihrem Product.

Z. E. $\frac{1}{3}$ von $\frac{3}{4}$ thut $\frac{3}{12}|\frac{1}{4}$.

Jngl. $\frac{5}{8}$ von $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{20}$ thut $\frac{5}{320}$.

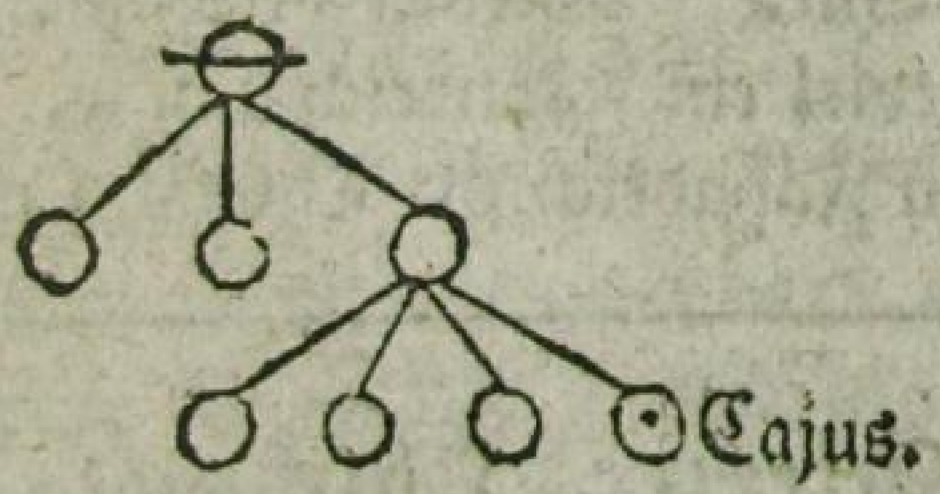
Jngl. Wieviel Groschen sind $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{6}$ Thlr.? Da ist 4 mal 6 so viel als $\frac{1}{24}$ Thlr. Nun stehe der Satz:

gr. *	$\frac{1}{24}$ Thlr.	
Thlr. 1	24 gr.	thut 1 gr.

Ingl. $\frac{5}{8}$ von $\frac{1}{3}$ Pistolet, wieviel sind es Groschen, wenn 1 Pistolet 5 Thlr. gilt? Thut 25 gr.

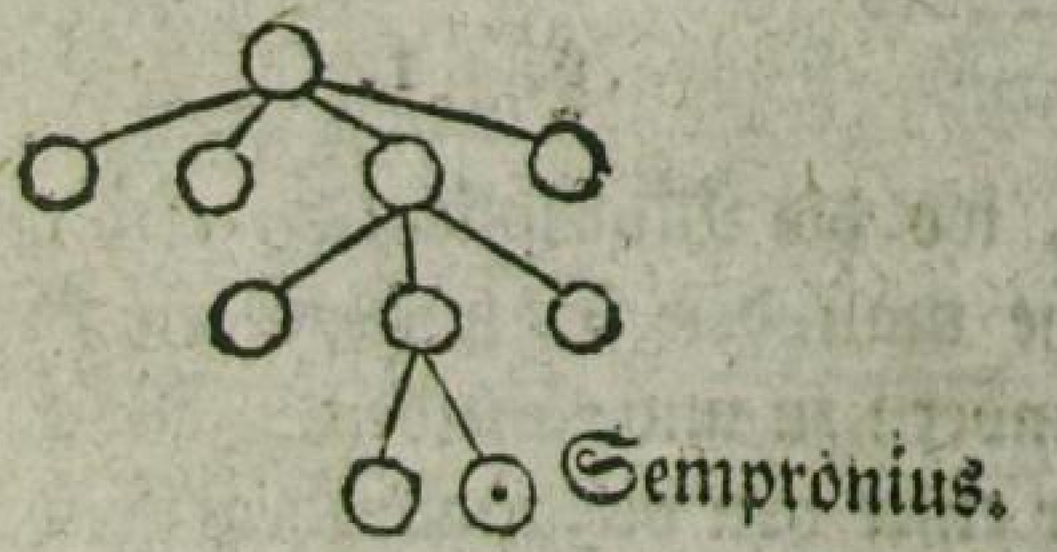
Aber wieviel Groschen sind $\frac{5}{8}$ von $\frac{1}{3}$, und dieses von $\frac{1}{5}$ Pistolet? Thut 5 gr.

Ingl. Wieviel bekommt Cajus von der Erbschaft seines Großvaters, welche 12000 Thlr. beträgt? Von diesem sind 3 Stämme da. Folglich bekommt jeder Stamm $\frac{1}{3}$ Erbschaft. In dem einen Stamm aber sind 4 Glieder vorhanden, und daher bekommt jedes Glied, worunter Cajus ist, $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{3}$ Erbschaft. Um sich dies deutlich vorzustellen, so ist der Stammbaum dieser:



Thut 1000 Thlr.

Ingl. Wieviel bekommt Sempronius von dieser Erbschaft, wo das Vermögen 24000 Thlr. ist? Thut auch 1000 Thlr.



Ferner: Es sind an einer Domkirche Canonici, Titulares, Capläne und Cantor. Sie haben unter sich eine Summe monatlicher Einkünfte nach diesem Verhältniß zu theilen: daß ein Cantor $\frac{1}{4}$ von dem, was ein Caplan, ein Caplan $\frac{2}{3}$ von den Einkünften eines Titulars, und ein Titular $\frac{1}{2}$ von der Pfründe

eines

eines Canonicus bekommt. Nun bekommt jeder Canonicus 400 fl. Wieviel bekommt ein Cantor? ein Caplan u. s. w.

Nota. Ein Cantor hat $\frac{1}{4}$ von $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{2}$. Ein Caplan aber $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{2}$ u. s. w. Thut: ein Cantor $33\frac{1}{3}$ fl.

Noch mehr: Ein Soldat bekommt zu seinem Sold $\frac{1}{2}$ so viel, als ein Corporal, ein Corporal $\frac{1}{2}$ soviel, als ein Wachtmeister, ein Wachtmeister $\frac{2}{3}$ von der Löhnung eines Fähndrichs, ein Fähndrich $\frac{1}{4}$ von dem Sold eines Lieutenants, und ein Lieutenant $\frac{3}{5}$ von dem, was ein Hauptmann hat. Nun bekommt der Hauptmann 400 Thlr. Wieviel bekommt ein gemeiner Soldat? wieviel ein Fähndrich u. s. w. Ein Soldat 10 Thlr., ein Fähndrich 60 Thlr. u. s. w.

Vierter Abschnitt.

Anleitung zu Berichtigung der Rechensätze durch die Multiplication.

§. 1.

Die Fälle, wo die Multiplication erst muß angewandt werden, ehe man den Satz formiren kann, sind sehr leicht von andern zu unterscheiden. Nämlich allezeit da, wo nicht nur einer von den Hauptbegriffen (Subject oder Prädicat), sondern auch sogar der Nebenbegriff zugleich mit stückweise angeführet wird, und zwar also, daß ein jedes Stück des Nebenbegriffes zu einem besondern Theil des Hauptbegriffs gehöret.

Z. E. Zween Handelsleute haben ein Capital von 3000 fl. zusammengeschossen, und damit in 16 Monaten

naten 400 fl. gewonnen. Weil aber der eine davon nur erst vor 4 Monaten dazu getreten ist mit seinem Capital von 1200 fl.; so fragt sichs: wieviel ihm Antheil an diesem Gewinnst gehöre.

Erläuterung: Hier sind die 3000 fl. Capital das Subject, aber es ist zerstückt angegeben, nämlich mit 1800 und 1200 Capital. Nun ist nicht nur dieser Hauptbegriff stückweise da, sondern auch der Nebenbegriff, 16 Monate, auch stückweise, und zwar dergestalt, daß 4 Monat zum Capital 1200 fl., und 16 Monat zum Capital 1800 fl. gehöret. Dies ist also ein Fall, wo die Multiplication den Satz berichtigen muß.

§. 2.

Die Multiplication wird aber so angewendet, daß jeder zerstückelte Hauptbegriff mit seinem eigenen zerstückelten Nebenbegriff multipliciret, und dann die daher entstehende Producte zusammen addiret werden.

Das im vorigen §. angeführte Exempel wird demnach also behandelt:

1) Multiplication.		2) Addition und Summa.
Cap. 1200	Cap. 1800	
4	16	4800
4800	28800.	28800
		33600 ganze Einlage.

Nun stehet der Satz also:

Ganze Einlage 33600 fl. * — 400 fl. — 4800 Einlage.

Thut $57\frac{1}{2}$ fl.

§. 3.

§. 3.

Mehr Exempel. Es erhandeln 3 Personen in Gesellschaft eine Actie in der Banco, zu welcher der erste 3000 Thlr. vor 12 Monaten, der zweyte 2000 Thlr. vor 9 Monaten, der dritte 4000 Thlr. vor 4 Monaten gegeben. Nun haben sie 630 Thlr. Gewinnst zu theilen. Wieviel bekommt ein jeder? A. 324. B. 162. C. 144 Thlr.

Drey Bauren miethen zusammen eine Wiese für 605 fl. A. hat darauf 5 Ochsen $4\frac{1}{2}$ Monat lang gehend. B. aber 8 auf 5 Monate. C. 9 Ochsen auf $6\frac{1}{2}$ Monate. Wieviel muß ein jeder zu solcher Miethe geben? Thut: A. giebt $112\frac{1}{2}$ fl. B. 200 fl. C. $292\frac{1}{2}$ fl.

Ein Kaufmann tritt mit einem andern an, und sie legen ein Capital von 1060 fl. zusammen. A. giebt 400 auf 6 Monate. B. 660 fl. auf 4 Monate. Hiemit gewinnen sie 360 fl. Wieviel bekommt jeder? Thut: A. $171\frac{3}{7}$ fl. B. $188\frac{4}{7}$ fl.

Sempronius ist einem andern schuldig, 200 Thlr. in 2 Jahren, 400 Thlr. in 4 Jahren, und 1200 Thlr. in 6 Jahren zu bezahlen. Allein beyde Partheyen werden einig, daß 1000 Thlr. in 1 Jahr, und 600 Thlr. in 2 Jahren abgeführt werden sollen. Es ist die Frage, zu welcher Zeit die übrigen 200 Thlr. ausgezahlt werden müssen?

1) Multiplication.

$$\left.\begin{array}{r}200\\2\end{array}\right]\,400 \qquad \left.\begin{array}{r}1000\\1\end{array}\right]\,1000.$$

$$\left.\begin{array}{r}400\\4\end{array}\right]\,1600. \qquad \left.\begin{array}{r}600\\2\end{array}\right]\,1200$$

$$\left.\begin{array}{r}1200\\6\end{array}\right]\,7200. \qquad \overline{2200}\ \text{bezahlt.}$$

$$\overline{9200.}$$

2) Sub-

2) Subtraction.

9200
2200
7000. Daher steht der Satz:

Thlr. 200 — 1 Jahr
Jahr * — 7000 Thlr. Thut nach 35 Jahren.

Es ist jemand 1200 fl. schuldig, so, daß er 200 fl. in 2 Jahren, 400 in 3 Jahren, die übrigen 600 fl. in 5 Jahren abtragen soll. Nachdem aber der Schuldner sich erboten, die ganze Summe auf einmal zu bezahlen; so fragt sichs, zu welcher Zeit muß es geschehen? Thut: in 3⅚ Jahren.

Cap. 4600 — X Interesse
Interesse X — 1200 fl. Cap.
* Jahre.

Es sind an einer Stiftskirche 12 Canonici, 26 Collegiaten, 50 Capläne, und 32 Cantoren. Es kommt eine Einnahme an 1810 Thlr. ein, diese müssen sie nach folgendem Verhältniß unter sich theilen. Ein Canonicus bekommt 10, ein Collegiat 8, ein Capellan 6, und ein Cantor 3 Theile. Was bekommt ein jeder? Thut: Ein Canonicus 25 Thlr. Summa 300 Thlr. Ein Collegiat 20 Thlr. Summa 520 Thlr. Ein Capellan 16 Thlr. Summa 750 Thlr. Ein Cantor 7½ Thlr. Summa 240 Thlr.

Es kauft Sempronius ein Haus für 6000 Thlr. unter folgenden Bedingungen, daß 3000 Thlr. baar, 1500 Thlr. nach 2 Jahren, 1000 Thlr. nach 3 Jahren, und die letzten 500 Thlr. nach 4 Jahren bezahlt werden sollen. Der Käufer will gerne die auf Tagezeiten gesetzte 3000 Thlr. auf einmal bezahlen, daher fragt sichs, wenn solches geschehen müsse? Thut: nach $2\frac{2}{3}$ Jahren.

Thlr. 3000	1 Jahr
Jahr *	8000 Thlr.

Cajus ist schuldig 2400 Thlr. an den Sempronius, und zwar 1600 davon nach 9 Monaten, die übrigen 800 Thlr. aber nach 12 Monaten zu erlegen. Zu welcher Zeit muß Cajus solche 2400 Thlr. auszahlen, wenn Sempronius solche auf einmal verlanget? Thut: in 10 Monat.

Thlr. 2400	1 Mon.
Mon. *	24000 Thlr.

Fünfter Abschnitt.

Anleitung zu Berichtigung der Rechensätze durch die Division.

§. 1.

Wo ausdrücklich oder auch versteckt gesagt wird, daß eine Zahl verschiedene mal in der andern enthalten sey, da wird die Division angewendet.

Z. E. Eine Wiese ist 5 mal länger, als breit, und hält 300 Ruthen. Wie breit ist sie? Da sehe ich gleich, daß die Länge in den 300 Ruthen 5 mal, und die Breite nur 1 mal enthalten ist. Daher stehet der Satz:

Theile oder Größe der Wiese	5	300 Ruth.	oder	Wies. $\frac{1}{5}$	300 R.
Ruthen *		1 Th.		Ruth. *	$\frac{1}{5}$ W.

Sechster

Sechster Abschnitt.

Anleitung zu Berichtigung der Rechensätze durch die beyden Progressionen.

---

§. 1.

Was eine Progression sey? das ist das erste, was man dabey wissen muß. Sie ist nichts anders, als eine Reihe von Proportionen, wo eine gewisse Zahl in lauter Proportionen entweder von unten hinauf, oder von oben herunter steiget, und sich also von Stufen zu Stufen vermehret oder verringert. Sie hat den Namen vom lateinischen progredior, fortschreiten, eben darum erhalten, weil eine Proportion nach der andern entweder auf- oder herunter steiget und fortschreitet. Es ist oft zum Erstaunen, wie hoch die Summe nur in wenig Stufen sich vermehret. Denn eine jede Stufe nimmt alle vorhergehenden Proportionen nicht nur an, sondern setzt auch noch neue dazu.

§. 2.

Es giebt aber zweyerley Arten der Progressionen.

Denn entweder steiget jede Stufe just noch einmal so hoch, als die Zahl der vorhergehenden gewesen, z. E. 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256; so ist dies die geometrische Progression: oder jede Stufe steiget um eine selbstbeliebige und festgesetzte Zahl noch einmal so hoch, z. E. um die Zahl 6, als 6, 12, 18, 24, 30, 36, und so fort jedesmal um 6 mehr; so ist dies die arithmetische Progression.

§. 3.

Diese Progressionen unterscheiden sich von allen andern Berechnungen dadurch, daß bey allen andern Rechnungen jede Stufe eben den Werth hat, den eine andre Stufe hat, z. E. 6 Pfund kosten 6 Thlr. Da hat jedes Pfund eben so viel Thaler Werth als das andere; hingegen in Progressionen steiget mit jeder Stufe der Werth und Inhalt immer entweder just noch einmal so hoch, oder doch um eine festgesetzte Zahl noch so viel höher, als bey allen vorhergehenden Stufen.

Um dies einzusehen, wollen wir ein Exempel hievon geben: Es sollen 8 Pferde so verkauft werden, daß das erste 6 Thlr., das andere 12 Thlr., das dritte 18 Thlr., und so jedes Pferd um 6 Thlr. mehr, als das vorhergehende soll hingegeben werden. Wieviel kosten nun alle 8 Pferde? Thut 216 Thlr. Wie hier sowohl die Zahl, als auch der Werth fortschreite, das soll diese Tabelle zeigen:

1) Zahl der Pferde.			2) Werth derselben.	
Das 1ste	Pferd	kostet	6	Thaler.
2te	—	—	12	—
3te	—	—	18	—
4te	—	—	24	—
5te	—	—	30	—
6te	—	—	36	—
7te	—	—	42	—
8te	—	—	48	—
36 Pferde.			216 Thaler.	

Wenn also das erste Pferd 6 Thlr. kostet, so kostet das andre, um festgesetzte 6 Thlr. mehr, 12 Thlr. Mithin habe ich das erste und andere Pferd zugleich so zu bezahlen, als ob es nun 3 Pferde wären, und auf solche Weise steiget bey jeder Stufe nicht nur die Zahl der Pferde, sondern auch der Werth derselben. Denn beym

2ten

2ten Pferd muß ich nicht nur die 12 Thlr., sondern auch das erste um 6 Thlr. zugleich mit bezahlen, mithin beym 2ten Pferd schon 18 Thlr., und so geht es von Stufen zu Stufen fort, daß es so gut ist, als ob ich 36 Pferde bezahlen müßte. Denn wenn wir die 8 Pferde einzeln addiren, so kämen 36 Pferde heraus, und wenn wir den Werth derselben addiren, so kommen 216 Thlr. zum Vorschein.

§. 4.

Unterdessen sehen wir aus dieser Vorstellung: was man bey Progressionen zu thun habe. Dieses: man muß die Stufen insgesammt zusammen addiren. Da es aber, besonders wo viele Stufen zusammen kämen, viele Weitläuftigkeiten verursachen würde, alle Zahlen einzeln unter einander zu schreiben; so kann man sich bey der arithmetischen Progression dieses Vortheils bedienen:

1) man addire die erste und die letzte Zahl zusammen,
2) was heraus kommt, wird mit der Zahl der Stufen multipliciret,
3) und endlich das Product mit der Zahl 2 dividiret.

Z. E. obiges Beyspiel von 8 Pferden:

8 die letzte
1 die erste Stufe.
9
8 multiplicirt $\cancel{1}$ / $\cancel{7}\cancel{2}$ / $\cancel{2}\cancel{2}$ | 36 Pferde.
72

Da ist es nun so gut (nach §. 3.) als ob ich 36 Pferde bezahlen müßte, jedes zu 6 Thlr. Daher stehet der Satz:

Pferd 1 — 6 Thlr.
Thlr. * — 36 Pferde.
216.
Thut 216 Thlr.

Das Verfahren bey Progressionen bestehet also im Addiren der Stufen.

§. 5.

Exempel zur geometrischen Progression.

Ein Wasserbehälter bekommt das Wasser von 3 Röhren. Die eine füllet ihn in $\frac{1}{4}$ Stunde, die andere macht ihn in einer halben Stunde ($\frac{2}{4}$ Stunden) und die dritte in einer Stunde ($\frac{4}{4}$ Stunden) voll. Zu welcher Zeit wird er voll werden, wenn alle 3 Röhren auf einmal laufen? Thut $\frac{1}{7}$ Stunde oder $8\frac{4}{7}$ Minuten.

Hier ist eine geometrische Progression, weil eine Stufe just noch einmal so hoch steiget als die vorhergehende. Zählet man sie zusammen, so sind es $\frac{7}{4}$ Stunden. Und dann heißet der Satz soviel:

Die erste Röhre, die den Behälter in $\frac{1}{4}$ Stunde 1 mal füllet, füllt ihn also in $\frac{4}{4}$ Stunden . .	4 mal.
Die 2te in $\frac{2}{4}$ Stunden 1 mal, und also in $\frac{4}{4}$ Stunden . .	2 mal.
Die 3te in $\frac{4}{4}$ Stunden . .	1 mal.
Folglich alle Röhren in $\frac{4}{4}$ Stunden .	7 mal.

Nun heißt der Satz also:

Behälter X in Stunde $\frac{4}{4}$	7 Füllungen
Füllung 1	X Behälter * Stunde
$\cancel{4}$	$\cancel{4}$ 7

Hier sollte ich mit 7 in 1 dividiren. Da dies ohnmöglich, so ist das Facit $\frac{1}{7}$ Stunde, oder $8\frac{4}{7}$ Minuten.

§. 6.

Exempel zur arithmetischen Progreßion *).

Cajus verkauft an Sempronius sein Haus. Erst bot es jener für 300 Thlr. Da aber diesem die Summe zu viel dünkte, so wurden beyde eins, daß nur die 15 Fenster im Hause bezahlt werden sollten, dergestalt, daß das erste Fenster 4, das andre 8 Thlr. u. s. w., allezeit jedes Fenster 4 Thlr. mehr gelten solle. Was muß nun Sempronius bezahlen? Thut 480 Thlr.

Fenst. 1 4 Thlr.
Thlr. * 120 Fenst.

Ein Brunnengräber macht sich anheischig, für 12 Thlr. einen Brunnen zu graben, der 34 Ellen tief ist. Nachdem er aber auf 20 Ellen tief gekommen und stirbt; so fragt sichs, wieviel der Wittwe nach diesem Contract zukomme? Hier ist zu bedenken, daß eine jede Elle um eine Stufe theurer wird, weil jede durch tiefere Auswerfung der Erde noch einmal so viel Arbeit erfordert. Thut $4\frac{4}{17}$ Thlr.

Ein Schweinstreiber hat 42 Schweine. Er will sie gerne im Ganzen hingeben, und überläßt sie an einen Liebhaber, der sich vorgefunden. Das erste gab er für 8 gr., das 2te für 16 gr., das 3te für 1 Thlr., so jedes 8 gr. mehr. Wieviel löset er? Thut 301 Thlr.

Ein Hausvater will eine Heerde von 432 Schaafen, die anfangen faul zu werden, verkaufen, ehe sie ihm gar hinfallen. Es findet sich ein Kaufmann dazu, dem er das erste Schaf für 2 pf., das andre für 4 pf., das dritte für 6 pf. u. s. f. verkaufet. Wieviel muß dieser jenem geben? Thut $649\frac{1}{2}$ Thlr.

*) Da die Berechnung der Tagezeiten nichts anders, als arithmetische Progreßionen sind, so werden in Kap. 6. verschiedne Exempel davon folgen. Z. E. Kap. 6. §. 63.

Einem Edelmann gefällt das Guth des Cajus, welches an des Edelmannes Ritterguth stößet, so wohl, daß er den Cajus bittet, es ihm zu verkaufen. Dieser verlanget 9000 Thlr. Dem Edelmann dünkt diese Summe doch zu viel. Während dem, daß der Handel nicht recht fort will, thut Cajus, der vor sich ein Gefäß mit Weitzen stehend hat, und kurz vorher aus bloßer Neugierde die Weitzenkörner hat zählen lassen, den Vorschlag: wenn er ihm fürs erste Korn 1 pf., fürs zweyte 2 pf. u. s. w., jedesmal 1 pf. mehr geben wollte; so solle er dafür das ganze Guth behalten. Man findet der Körner 2324. Dieser denket einen Fund gethan zu haben, und nimmt in Gegenwart verschiedener Zeugen, die er mitgebracht hatte, den Vorschlag an. Wieviel muß er nun fürs Guth geben? Thut $9380\frac{105}{144}$ Thlr.

Siebenter Abschnitt.

Anleitung zu Berichtigung der Rechensätze durch die Geometrie und Mathematik.

§. 1.

Diese gehet nicht nur mit Berechnung der Flächen, z. E. mit Wiesen, Aeckern, Wänden, und ihren Größen, sondern auch mit Berechnung ganzer Körper um, z. E. mit Gefäßen, Kugeln, Würfeln, Häusern, Thürmen u. d. gl.

§. 2.

Wo man Flächen zu berechnen hat; da muß man allezeit 2 Stücke anzeigen, nämlich die Länge und die Breite.

Z. E.

Z. E. Eine Wiese, welche 25 Ruthen lang und 16 Ruthen breit ist, wird an einer gewissen Lage auf 30 Thlr. geschätzt. Wieviel ist eine Wiese von gleicher Güte werth, die $40\frac{5}{6}$ Ruthen lang und 30 Ruthen breit ist? Thut $91\frac{7}{8}$ Thlr.

Jngl. Sempronius verpachtet eine Wiese von 30 Ruthen lang und 24 Ruthen breit für 5 fl. Er will eine andere nach eben diesem Preise in Pacht geben, die 65 Ruthen lang, und 52 Ruthen breit ist; wieviel kann er fordern? Thut $23\frac{17}{36}$ fl.

§. 3.

Wo aber ganze Körper zu berechnen sind; da muß man allezeit 3 Umstände beschreiben, nämlich 1) die Länge, 2) die Breite, 3) die Tiefe. Und dann ist der Satz leicht zu stellen. Z. E.

Eine Kugel, (deren Länge wie die Breite und Tiefe) die im Durchschnitt 4 Zoll hat, wiegt 9 Pfund. Wie schwer wird eine andere Kugel von eben der Masse seyn, deren Durchschnitt 8 Zoll ist? Thut 72 Pfund.

Kugel X Zoll lang 4 Zoll breit 4 Zoll tief 4	9 Pfund.
Pfund *	X Kugel 8 Zoll lang 8 Zoll breit 8 Zoll tief.

Ein kleines Gefäß, das $\frac{1}{2}$ Fuß lang, breit und tief ist, kann 2 Maaß Wasser in sich nehmen. Wieviel Wasser gehet in ein ander Gefäß von gleicher Figur, das aber 1 Fuß lang, breit und tief ist? Thut 16 Maaß.

Zur ordentlichen Ladung einer Kanone, deren Mündung (Caliber) 5 Zoll ausmacht, gehören 16 Pfund Pulver. Wie viel Pulver gehört in eine Kanone, deren Caliber $3\frac{1}{3}$ Zoll ist? Thut $4\frac{20}{27}$ Pfund.

Ein Stück Bley hat 15 Zoll Länge, und 6 Zoll Breite. Wie hoch oder tief muß es seyn, wenn aus demselben ein Würfel soll gemacht werden, dessen Seiten 12 Zoll halten? Thut $19\frac{1}{5}$ Zoll hoch.

Ein Schiffseil, das 5 Zoll dick, wieget 8000 Pfund. Wie schwer ist ein anderes, das 7 Zoll dick, aber $\frac{1}{4}$ länger ist, als jenes? Thut 19600.

Seil X Zoll tief 5 Zoll breit 5 Länge 1	8000 Pfund.
Pfund *	X Seil 7 Zoll tief 7 Zoll breit $1\frac{1}{4}$ Länge.

Ein Strick von 18 Zoll breit mißt ein Bündel Latten, der 3 Fuß lang ist. Wieviel solcher Latten sind in einem andern Bündel, der mit einem Strick von 45 Zollen umgeben ist, und 24 Zoll lang ist? Thut 50 mal.

Ein Balke, der 20 Fuß lang, 12 und 14 Zoll dick ist, giebt eine gewisse Menge Holz. Wie lang muß ein anderer Balke seyn, der 16 und 15 Zoll dicke ist, damit er eben so viel Holz gebe? Thut 14 Fuß.

§. 4.

Vielleicht erwartet man in diesem Abschnitt auch eine Anleitung zu algebraischen, Decimal-, Differential-, Cubic-, Quadrat- und andern in die Mathematik einschlaschlagenden Rechnungen. Wenn ich diesen Erwartungen Genüge leisten wollte; würde dieses nicht so viel heißen, als eine Lehre von diesen Wissenschaften schreiben? Hierzu sind Lehrbücher genug vorhanden, und jeden Lernbegierigen verweise ich dahin, mit der Versicherung, daß diese unsere Rechnungsmethode ihm die besten Dienste thun wird.

Sechstes Kapitel.

Erprobte Exempel zur Uebung.

Anmerkung überhaupt.

Wer in Rechensätzen gewandt zu werden wünschet, daß man mit der größten Leichtigkeit und Fertigkeit zu Werke gehen, und die Sätze wohl behandeln kann, übe sich in folgenden Exempeln also, daß man die in jeder Aufgabe befindliche Frage bald zum Subject, bald zum Prädicat, bald zu diesem, bald zu jenem Nebenumstand, und zwar bald zum Vorder- bald zum Fragesatz anbringe. Dies schafft nicht nur Fertigkeit und Festigkeit im Rechnen, sondern läßt uns auch inne werden, wie angenehm und schätzbar diese Rechnungsmanier sey.

§. 1.

Einige nöthige und nützliche Fragen:

Wieviel gr. sind $\frac{3}{6}$ Thlr.? Thut 12 gr.

gr. *		$\frac{3}{6}$ Thlr.	oder:	Thlr. $\frac{6}{6}$	24 gr.
Thlr. 1	—	24 gr.		gr. *	$\frac{3}{6}$ Thlr.

Wieviel gr. sind $\frac{4}{5}$ Thlr.? Thut $19\frac{1}{5}$ gr. Wieviel ist $\frac{1}{5}$ gr. an Pfennigen? Thut $2\frac{2}{5}$ pf.

Wieviel

Wieviel Pfund sind $\frac{7}{9}$ Centner? Thut $77\frac{7}{9}$ Pfund. Wieviel sind $\frac{7}{9}$ Pfund? Thut $22\frac{6}{9}$ Loth. Wieviel sind $\frac{6}{9}$ Loth an Quentchen? Thut $2\frac{2}{3}$ Quentchen. Wieviel gr. sind $\frac{1}{2}$ Laubthlr.? Wieviel Thlr. sind $\frac{3}{4}$ Louisd'or? Wenn ein Louisd'or 5 Thlr. beträgt? Wieviel Loth sind $\frac{6}{14}$ Pfund?

7 gr. wieviel ist's an Thalern? Thut $\frac{7}{24}$ Thlr. Was ist aber 1 gr. 6 pf. für ein Theil vom Thaler? Thut $\frac{15}{48}$ Thlr.

Thlr. 1 — 24 gr.
gr. $7\frac{1}{2}$ — * Thlr.

6 gr. 7 pf. wieviel ist's mit einem Worte? Thut $\frac{79}{288}$ Thlr. 5 Thlr. 6 gr. 7 pf. was ist das für ein Bruch vom Ganzen? Thut $5\frac{79}{288}$ Thlr. 17 Mfl. 9 gr. 5 pf. 1 hllr. wieviel ist's mit einem Worte? Thut $17\frac{11}{504}$ fl.

20 Gothaische Malter, 1 Scheffel, (à 2 Viertel) 1 Viertel, (à 4 Metzen) 3 Metzen, (à 4 Mäßgen) 2 Mäßgen, wieviel ist dies mit einem Wort an Maltern? Thut $20\frac{15}{32}$ Malter. (siehe §. 27. und 105.)

Ein Quentlein kostet 2 Thlr. 4 gr. 3 pf. (d. i. $2\frac{17}{96}$ Thlr., oder $\frac{209}{96}$ Thlr.); was kosten 6 Pfund 3 Loth? Thut 1698 Thlr. 3 gr. (oder siehe ebendas.)

$\frac{5}{4}$ Ellen kosten 2 Thlr., was $3\frac{6}{7}$ Ellen? Thut $9\frac{9}{14}$ Thlr. Wieviel ist $\frac{2}{5}$ von $\frac{1}{6}$ Thlr.? Thut $1\frac{9}{15}$ gr.

$\frac{5}{8}$ Pfund kosten $2\frac{1}{3}$ Thlr., was 6 Pfund? Thut $22\frac{2}{5}$ Thlr.

$3\frac{6}{7}$ Ellen kosten $9\frac{9}{14}$; was kosten $\frac{4}{5}$ Ellen? Thut 2 Thlr.

6 Pfund kosten 8 Thlr., wieviel Mfl. $16\frac{1}{2}$ Pfund? Thut $25\frac{1}{7}$ Mfl.

Pfund 6	8 Thlr.
Mßl. fl. *	$16\frac{1}{2}$ Pfund
Thlr. 7	8 Mfl.

§. 2.

§. 2.

Noch andere Fragen:

Ein großer Centner à 110 Pfund kostet 16 Thlr., wieviel Mfl. kostet ein kleiner Centner? Thut $17\frac{1}{7}$ fl.

1 kleiner Centner (à 100 Pfund) kostet 6 Thlr., wieviel Mfl. kosten $3\frac{1}{2}$ große Centner? Thut $17\frac{3}{5}$ fl.

Was ist die Probe von diesen beyden Exempeln?

Jngl. Wie fällt das Product aus, wenn ich die Sätze umkehre, und sage z. E. Ein kleiner Centner kostet $17\frac{1}{7}$ Mfl.; was kostet nun ein großer Centner an Thalern? u. s. w.

§. 3.

Ein Capital von 100 Thlr. giebt auf 1 Jahr 5 Thlr. Interesse. Wieviel Zinsen geben 2400 Thlr. Capital auf 5 Monate? Facit 50 Thlr. Zinns.

Cap. X		oder:	C. thl. 100	
Thlr. 100	5 Thl. Int.		Mon. 12	5 thl. Int.
Jahr 1			Int. thl.*	2400 thl. C.
	X Cap.			5 Mon.
Int. Thl.*	2400 Thlr.			
	5 Mon.			
Mon. 12	1 Jahr			

§. 4.

Was kosten $\frac{9}{4}$ Ellen, wenn $\frac{1}{2}$ Elle $\frac{2}{3}$ Thlr. gilt? Thut 3 Thlr.

§. 5.

Man hat einen Steinweg, der $3\frac{3}{4}$ Ruthen breit ist, mit 200 Arbeitern, bey einer täglichen Arbeit von

$10\frac{1}{2}$

$10\frac{1}{2}$ Stunden, innerhalb 60 Tagen, auf 250 Ruthen weit gebracht. In wieviel Tagen werden diese Leute den Weg 100 Ruthen weiter führen, da sie noch 50 Mitarbeiter bekommen, und des Tages 12 Stunden arbeiten, aber die Breite um $\frac{1}{4}$ Ruthe erweitern sollen? d. i. Nun sind es 250 Arbeiter, und 4 Ruthen. Thut $17\frac{6}{7}\frac{2}{5}$ Tage.

Arb. 200	X Steinw.
Tage 60	250 Ruth. lang
Stund. $10\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$ Ruth. breit.
Steinw. X	250 Arb.
Ruth. lang 100	* Tage
Ruth. breit 4	12 Stund.

§. 6.

Wenn ein 6 Fuß hoher Stab einen Schatten wirft, der 9 Fuß lang; Wie hoch wird der Thurm seyn, der zu eben der Zeit einen Schatten wirft von 198 Schuhen? Thut 132 Schuh hoch.

Körper X	X Schatten
Schuh hoch 6	9 Schuh lang
Schatten X	X Körper
Schuh lang 198	

§. 7.

Zu einem Dach, das 36 Schuh lang und 50 Schuh breit, hat man 2000 Dachziegeln nöthig gehabt, wovon jede 16 Zoll lang und 7 Zoll breit war, und zwar auf jeder Seite. Wieviel Dachziegeln, die 14 Zoll lang und 6 Zoll breit sind, wird man zu einem Dache nöthig haben,

haben, das 81 Schuhe lang und 40 Schuhe breit ist? Thut 4800 Ziegeln.

Dach X	2000 Zieg.
Sch. l. 36	16 Z. l.
Sch. br. 50	7 Z. br.
Zieg. *	X Dach
Z. l. 14	81 Sch. l.
Z. br. 6	40 Sch. br.

Anmerk. Hier sind viel Zahlen gegen einander aufzuheben.

§. 8.

Wenn 6 Pferde in 2 Wochen 8 Scheffel Hafer fressen: wieviel brauchen 20 Pferde in 12 Wochen? Thut 160 Scheffel.

Pferde 6 Woch. 2	8 Sch. Hafer
Sch. Hafer *	20 Pferde 12 Woch.

§. 9.

Wie lange muß ein Capital von 750 Mfl. stehen, ehe es 25 fl. Zinns bringet, wenn 1200 fl. in 6 Monaten 30 fl. Zinns tragen? Thut 8 Monat.

§. 10.

Es will sich jemand einen Mantel machen lassen, und dieser erfordert an Zeug oder Scharlach 6 Ellen, der 2 Ellen breit lieget. Wieviel Ellen Sammet braucht er zum

zum Unterfutter, wenn der Sammet 3 Ellen breit ist? Thut 4 Ellen.

Zeug X
Ell. l. 6 X Mantel
Ell. br. 2

X Zeug
Mantel X * Ell. l.
3 Ell. br.

§. 11.

Auf 3 Centner 4 Meilen weit zu fahren, gab Cajus 21 gr. Fracht. Wie hoch kommt die Fracht, 6 Centner 2 Meilen zu führen? Thut auch 21 gr.

Centn. 3
Meil. 4 21 gr.
6 Centn.
gr. *
2 Meil.

§. 12.

Ein Kaufmann hat die Fracht vom Centner auf 4 Meilen für 8 gr. bedungen, und auf 21 Meilen 28 Thlr. Fuhrlohn geben müssen: wie schwer war sein Frachtguth? Thut 16 Centner.

Also wieviel Meilen sind diese 16 Centner gefahren? Wieviel Fuhrlohn mußte er auf 21 Meilen geben?

§. 13.

A. hat 16 Kühe aus einem Concurs für sein auf ein Ritterguth ausgeliehenes Capital annehmen müssen. Er weiß, daß B. ein Bauerguth geerbt, der diese 16 Stück Kühe gar wohl brauchen könnte, und der einen Schlachthaufen von 100 Schaafen gehend hat. Da nun A. die Schaafe weit eher los zu werden gedenket, als seine

seine 16 Kühe; so bietet er ihm dieselben an, und verlanget für jede Kuh 5 Stück Schaafe, und will die übrigen Schaafe das Stück mit 3 fl. bezahlen. Sie werden des Handels einig: Nun fragt sichs, wie viel Schaafe muß B. dem A. geben? Thut 80 Stück. Wieviel Geld muß A. dem B. heraus geben? Thut 60 fl. Wie hoch kommt also eine Kuh? Thut 15 fl. Wie hoch ein Schaaf? Thut 3 fl.

Kuh 1	5 Schaafe
Schaafe *	16 Kühe.

§. 14.

Sempronius ist dem Cajus 1000 Dickthaler schuldig, wieviel muß er ihm an Reichsthalern erlegen, da 1 Dickthlr. soviel ist, als 1 Rthlr. 3 gr.? Thut 1125 Rthlr.

Dthlr. 1	$1\frac{1}{8}$ Rthlr.
Rthlr. *	1000 Dthlr.

§. 15.

Wenn der Kaufmann die Elle Tuch um $2\frac{1}{3}$ Thlr. eingekauft, aber weil dieses als ein fremdes im Lande zu führen verboten werden soll, die Elle wieder um $1\frac{3}{4}$ Thlr. verkaufet; so fragt sichs, wie viel er Verlust an 100 Thlr. habe? Thut 25 Thlr.

Thlr. 1	$\frac{1}{4}$ Verlust
Verl. *	100 Thlr.

§. 16.

3 große Centner 6 Pfund Zucker werden bezahlt mit 63 Thlr. Wie theuer muß das Pfund bezahlt werden, um an diesem Zucker 21 Thlr. zu gewinnen? Thut 6 gr.

§. 17.

Wenn man zu einem Kleide, da das Tuch $2\frac{1}{4}$ Ellen breit ist, 7 Ellen brauchet; wieviel muß man Zeug zum

Futter haben, wenn dieses nur $1\frac{1}{4}$ Ellen breit ist? Thut $12\frac{2}{5}$ Ellen.

§. 18.

Eine Elle fein Tuch kostet in Leipzig $2\frac{1}{3}$ Thlr. Was muß sie nun in Nürnberg gelten, da die Elle größer, als in Leipzig ist, indem 32 Nürnberger Ellen 37 Leipziger ausmachen? Thut 2 Thlr. 16 gr. 9 pf.

Leipz. Ell. 1	—	$2\frac{1}{3}$ Thlr.
Thlr. *		1 Nürnb. Ell.
Nürnb. 32		37 Leipz.

§. 19.

Die Becker in N. sind verbunden, eine Pfennigsemmel auf 4 Loth zu backen, wenn das Maaß Weitzen $2\frac{1}{3}$ Thlr. gilt. Wie schwer muß sie seyn, wenn das Maaß 2 Thlr. gilt? Thut $4\frac{2}{3}$ Loth.

§. 20.

Wenn 10 Mann binnen 3 Wochen einen Graben aufwerfen: Wieviel werden deren erfordert, wenn der Graben in 2 Wochen fertig werden soll? Thut 15 Mann.

§. 21.

In einer Vestung haben sich 2000 Soldaten auf $4\frac{1}{2}$ Monat verproviantirt. Wenn sie sich aber auf 1 Jahr und 3 Monate erhalten sollen; wieviel ziehen aus? oder, wieviel bleiben drinnen? Thut 1400 ziehen aus, 600 bleiben drinnen.

§. 22.

Eine Mauer, die 16 Ellen lang, 5 Ellen hoch, und $1\frac{1}{2}$ Ellen dick, wird verdungen. Nun verlangt der Maurer für 2 Ellen hoch, $3\frac{1}{2}$ Ellen lang, und $1\frac{1}{2}$ Ellen dick, 2 Thlr. 8 gr. Was wird er für die ganze Mauer erhalten? Thut 26 Thlr. 16 gr.

§. 23.

§. 23.

$\frac{2}{3}$ Personen theilen sich in 15 Thlr., was erhält eine Person? Thut $7\frac{1}{2}$ Thlr.

§. 24.

Ein Goldschmidt verkauft 12 Garnituren silberne Schnallen, große und kleine. Für die erste verlangt er 2 Thlr., für die zweyte 4 Thlr. u. s. f. allezeit 2 Thlr. mehr. Wieviel muß er erhalten? Thut 156 Thlr.

§. 25.

Ein Schweinstreiber hat 42 Schweine. Das erste will er für 8 gr., das zweyte für 16 gr., das dritte für einen Thlr. geben, und so fort jedes 8 gr. mehr. Wieviel muß er bekommen? Thut 301 Thlr.

§. 26.

Wie verhalten sich die Römischen Pfunde zum Kopenhagenschen, wenn 7 Römische Pfunde 5 Nürnbergische, und 25 Pfund Nürnbergische 28 Pfund zu London, 16 Londonische 13 Pragische, und 13 Pragische 15 Kopenhagensche ausmachen? Facit: 5 Römische thun 4 Kopenhagensche.

Kopenh. Pf. *	X Römis. Pf.
Römis. 7	5 Nürnb.
Nürnb. 25	28 Londonis.
Londonis. 16	13 Pragis.
Pragis. 13	15 Kopenh.

§. 27.

Ein Exempel der Zusammenziehung großer und kleiner Sorten zu Kap. 3. §. 9. Nr. 2. Wieviel Thlr. kosten 120 Pfund 6 Loth 3 Quentchen, wenn 8 Pfund 4 Loth 16 Thlr. 7 Mgr. 4 pf. kosten? Thut 239 Thlr. 28 Mgr. $7\frac{249}{268}$ pf. Der Satz ist dieser, und zwar

1) erster Satz:

Thlr. *	120 Pf.
Pf. $8\frac{1}{2}$	$583\frac{1}{2}$ Mgr.
Mgr. 36	1 Thlr.

Facit 239 Thlr. 13 Mgr. $6\frac{10}{13}$ pf.

2) zweyter Satz:

Mgr. *	$6\frac{3}{4}$ Loth
Pf. $8\frac{1}{8}$	$583\frac{1}{2}$ Mgr.
Loth 32	1 Pf.

Facit 15 Mgr. $1\frac{49}{260}$ pf.

Diese beyden Sätze zusammen addirt:

239	Thlr.	13	Mgr.	$6\frac{10}{13}$	pf.
—	—	15	—	$1\frac{49}{260}$	pf.
239	Thlr.	28	Mgr.	$7\frac{249}{260}$	pf.

§. 28.

Wenn 57 Pfund Brutto zu Amsterdam 51 Thlr. Banco kosten, wie theuer muß man 1 Pfund in Hannover verkaufen, und zwar Netto, wenn man 40 von 100 gewinnen will? Gesetzt die Tara hätte hier 10 Procent zum Vortheil der Hannoveraner; ingleichen 100 Thlr. Amsterdammer Banco in Hannover 132 Thlr. betragen, und endlich 98 Pfund in Amsterdam 102 Hannöverische Pfunde ausmachen. Thut 1 Thlr. 27 Mgr. $4\frac{172}{457}$ pf.

§. 29.

57 Pfund Hamburgisches Gewicht kosten in Hamburg 63 Thlr. Courant. Wieviel Thlr. kostet 1 Pfund Leipziger Gewicht zu Leipzig, wenn man 16 auf 100 im Verkaufe gewinnen will? Thut 1 Thlr. 9 gr. $1\frac{4013}{6175}$ pf.

Man muß merken, daß 26 Leipziger Pfund, 25 Hamburger Pfund betragen, und 100 Thlr. Hamburger 112 Thlr. Leipziger Courant.

§. 30.

§. 30.

325 Pfund Waare sind für 450 fl. eingekauft. Wie hoch muß man 1 Pfund wieder verkaufen, wenn 30 von 100 soll gewonnen werden? Thut 1 fl. 12 gr. $9\frac{3}{5}$ pf.

§. 31.

Wenn 3 Pfund 25 fl. Bancogeld kosten, was kosten 36 Pfund an Courant? Es sey der Fall, daß 7 fl. Courant 6 fl. Banco ausmachen. Thut 350 fl. Courant.

§. 32.

Wenn ein gewisses Kornmaaß 96 Thlr. kostet; so kauft man ein Brod von 12 Pfund für 10 gr. Wieviel Pfund Brod erhält man für 7 gr., wenn besagtes Kornmaaß 108 Thlr. kostet? Thut $7\frac{7}{15}$ Pfund.

Brod X	
Pf. 12	10 gr.
Fruchtpreiß 96	
	X Brod
gr. 7	* Pf.
	108 Fruchtpr.

§. 33.

Wenn der Scheffel Korn 6 fl. 15 Mgr. kostet, so giebt man für ein Brod von 8 Pfund 5 Mgr. Wieviel Pfund Brod wird man für 3 Mgr. haben können, wenn der Kornpreiß um $\frac{1}{4}$ verringert wird? (Da ein Viertel von dem Preise verringert wird; so bleiben nur noch $\frac{3}{4}$ übrig.) Thut $6\frac{2}{5}$ Pfund.

§. 34.

Wenn ein Scheffel Korn 4 fl. $6\frac{1}{2}$ gr. kostet; so verkauft man ein Brod von 6 Pfund für 4 gr. Was kostet nun ein Brod von gleichem Gewichte, wenn das Korn um $\frac{1}{4}$ theurer wird? Thut 5 gr.

§. 35.

In einer kleinen Vestung sind 48 Soldaten, auf 24 Tage, mit Proviant versehen. Hiervon sind 18 gestorben. Wie lange werden die übriggebliebenen alsdann versorget seyn? Thut $38\frac{2}{5}$ Tage.

§. 36.

Ein Officier hat so viel Geld im Vorrath, daß er 300 Mann 23 Tage lang erhalten kann, wenn er jedem täglich 16 Mgr. giebt. Im Fall aber, daß er in 46 Tagen kein Geld wieder bekommt, fragt sichs, wieviel muß er einem jeden täglich geben, um 46 Tage auszukommen?

Leute 300
Tage 23 X Geldvorrath
Mgr. 16

300 Leute
Geldvorr. X 46 Tage
* Mgr.

§. 37.

Wenn man jährlich 6 Procent bekommt, wieviel müssen wir ausleihen, daß wir binnen 8 Monaten 32 Thlr. Zinns erhalten? Thut 800 Thlr.

§. 38.

Ein Fuhrmann bekommt von 52 Centner Fracht 150 Thlr., solche auf 60 Meilen zu fahren. Wie weit soll er aber 16 Centner bringen, wenn er 20 Thlr. bekäme? Thut 26 Meilen.

§. 39.

Man suche zu dem Nenner 42 einen solchen Zähler, daß der Bruch dem Bruche $\frac{3}{7}$ gleich sey? Thut $\frac{18}{42}$.

Nenn. 42 * Zähl.
Zäh. $\underline{3}$ $\underline{7}$ Nenn.

§. 40.

Wieviel fl. Rheinl. gehören zu 285 Thlr.? Thut $427\frac{1}{2}$ fl.

§. 41.

Ein Kaufmann hat seinem Freunde 1470 fl. auf 3 Jahr ohne Interessen geliehen. Dieser Freund leihet nun jenem zu Danke $122\frac{1}{2}$ fl. und läßt ihm solches 18 Jahre. Es fragt sich: wie des letzten Dienst dem ersten gleich sey? Letzterer ist $\frac{1}{2}$ so groß.

§. 42.

Man braucht jährlich für 20 Thlr. Baumöl, das Pfund 6 gr. 4 pf. Man will an dessen Statt ein Oel brauchen, das 5 gr. kostet. Wieviel wird der Aufwand seyn?

gr. 5	* Thlr.
Thlr. 20	$6\frac{1}{3}$ gr.

Thut $15\frac{1}{19}$ Thlr.

§. 43.

A. borget vom B. 40 fl., und behält sie 6 Wochen. Darauf giebt er sie ihm wieder, und leihet ihm zugleich 70 fl. zur Dankbarkeit. Wie lange kann A. die 70 fl. behalten? Thut 3 Wochen 3 Tage.

§. 44.

Ein Kaufmann kauft 3 Tonnen Honig, die eine wiegt 235 Pfund, die andre $340\frac{1}{2}$, und die dritte 400 Pfund. Der Preiß ist gesetzt, zu 3 fl. 17 Sols für 23 Pfund, und die Tara 20 von 100. Wieviel muß er für die 3 Tonnen bezahlen? Thut $130\frac{727}{1150}$ fl.

§. 45.

Man hat 9 Ellen $\frac{1}{4}$ breites Tuch gekauft. Wieviel Ellen muß man haben, es mit $\frac{3}{4}$ breiten Zeug zu füttern? Thut $12\frac{3}{8}$ Ellen.

§. 46.

Man hat 9 Ellen $1\frac{1}{4}$ breites Tuch zum Kleide gekauft. Der Schneider verlangt 18 Ellen Zeug zum Unterfutter, wie breit muß es nun seyn? Thut $5\frac{1}{2}$ Viertel.

§. 47.

Ein Händler kauft ein gewisses Gemäß Haber für 5 gr. $10\frac{1}{2}$ pf. Wie theuer muß er es wieder verkaufen, um 12 an 100 zu gewinnen? Thut 6 gr. $6\frac{24}{25}$ pf.

§. 48.

Ein anderer erhandelt für 36 fl. Korn, das Viertel zu 12 gr. Er findet sich genöthigt, mit Schaden zu verkaufen. Darnach findet sich, daß er 5 fl. verlohren hat. Wie theuer hat er das Viertel wieder verkaufet? Thut $10\frac{1}{3}$ gr.

Quantit. X	36 fl.
gr. 12	X Quantit. Korn
fl. 31	* gr.

§. 49.

400 Menschen sind auf 15 Monate mit Proviant versehen, und zwar so, daß jeder täglich 20 Unzen bekommt. Nachdem sie 12 Monate gezehret haben, findet sichs, daß man noch 12 Monate zehren soll. Man schaffet die unnützen Mäuler weg, und dadurch bleiben noch 100 Leute. Wieviel kann nun jeder täglich bekommen? Thut auch 20 Unzen.

§. 50.

Ein Kornhändler zahlt für 1 Last Korn 75 Thlr. Wenn er es einzeln verkaufte, verliert er an jeder Last 3 Scheffel. Aber er verkauft es für 81 Thlr. Wieviel gewinnet er? Gesetzt, daß 1 Last aus 108 Scheffeln bestehet. Thut 5 von 100.

Thlr. 75	— 108 Sch.
Sch. 108	105 Verl.
Sch. 108	81 Thlr.
Thlr. *	100 Thlr.

oder:

Thlr. 75	105 Sch.
Sch. 108	81 Thlr. Gew.
Gew. Thl. *	100 Thlr.

§. 51.

§. 51.

A. und B. treten zusammen, und legen ein Capital von 1060 fl. zusammen. A. giebt 400 her auf 6 Monate. B. aber 660 fl. auf 4 Monate. Hiermit gewinnen sie 360 fl. Wieviel bekommt ein jeder? Thut A. $171\frac{3}{7}$ fl. und B. $188\frac{4}{7}$ fl.

§. 52.

Es sind 6 Personen auf einem Kahne. Der Kahn selbst ist 80 Thlr. und ein Theil der Ladung 60 Thlr. werth, und diese beyden gehören dem Schiffer. Die andre Person hat für 20 Thlr. aufn Kahne, der dritte für 15 Thlr., der vierte für 8 Thlr., der fünfte für 12 Thlr. und der sechste nichts, als ein wenig Speise zur Reise, und ein wenig Kleidung zur Bedeckung des Leibes, welche nach den Rechten frey sind. Der Kahn will sinken, und da des fünften Bagage die größte Last hat, so wird sie zur Erleichterung des Schiffchens ausgeworfen. Der Kahn kommt glücklich im Hafen, und da des fünften Bagage 12 Thlr. beträgt, so fragt sich: wieviel muß nun jeder Antheil zur Ersetzung des Ausgeworfenen tragen? Anmerk. 80 und 60 macht 140, und die 20, 15, 8 und 12 dazu, macht 195. Daher

Werth Thlr. 195 — 12 Thlr. Ausw. Ersatz
Ausw. Thlr. * 140 Thlr. Werth

u. s. w. Thut: Der Schiffer giebt $8\frac{8}{11}$ Thlr. Der andre $1\frac{1}{13}$ Thlr. Der dritte $\frac{12}{13}$ Thlr. Der vierte $\frac{32}{65}$ Thlr. Der fünfte $\frac{48}{65}$ Thlr.

§. 53.

Es sind 20 Personen auf einem Schiffe, nämlich der Schiffer mit 8 Schiffleuten, und 11 Passagiers. Das Schiff ist 1300 Thlr. werth, die Ladung aber, welche 4 Rheders gehören, beträgt 3000 Thlr. Hieran hat der erste Rheder $\frac{1}{4}$, der andere $\frac{1}{3}$, der dritte $\frac{1}{6}$, und der vierte $\frac{2}{4}$. Außer diesen hat der Schiffer, ohne die nöthige Speise und Kleidung, für 200 Thlr. Waaren auf dem Schiffe. Vier Matrosen haben in Compagnie für 300 Thlr. Waaren aufm Schiffe, ohne ihre gewöhnliche Reisekiste: Die übrigen aber haben bloß ihre Reisekiste, welche nach den Rechten frey sind. Ferner hat unter den Passagieren ein Juwelier ein Käsigen mit 2500 Thlr. Werth an Juweelen; ein anderer 450 Thlr. baares Geld, ein dritter 100 Thlr. an Werth in seinem Reisekoffer, der vierte 500 Thlr. an Getreide, der fünfte 200 Thlr. Werth an Steinen, welche auf dem Verdeck liegen. Die übrigen sechse haben nur ihre Kleidung und Speise, welche frey sind. Bey einem entstandenen Sturm muß der größte Mastbaum gekappet, und überdies die Steine insgesammt, vom Getreide aber 150 Thlr. werth ausgeworfen werden. Der Mastbaum wird auf 25 Thlr. taxiret. Es fraget sich also: wieviel muß jeder daran ersetzen? Summa 8550 Thlr., so das Schiff nebst der Ladung werth gewesen, und 375 Thlr., so ausgeworfen worden. Thut: der Schiffer $57\frac{1}{57}$ Thlr. Der erste und letzte Rheder jeder $32\frac{17}{19}$ Thlr. Der andere $43\frac{42}{57}$ Thlr. Der dritte $21\frac{53}{57}$ Thlr. Der Schiffer $8\frac{44}{57}$. Die 4 Matrosen $13\frac{4}{57}$. Der Juwelier $109\frac{37}{57}$ Thlr. Der mit 450 Thlr. baaren Geldes $19\frac{14}{19}$ Thlr. Der 100 Thlr. hat $4\frac{22}{57}$ Thlr. Der mit dem Getreide $21\frac{53}{57}$ Thlr. Der Besitzer der Steine $8\frac{44}{57}$.

§. 54.

Ein Exempel zur Uebung der Gedult, wo Brüche von Brüchen abzuziehen.

Jemand hat eine Parthie Citronen gekauft, um sie an eine verwandte Familie zu verschenken. Er giebt dem Hausvater die Hälfte der ganzen Anzahl, und die Hälfte einer Citron; der Hausmutter $\frac{1}{3}$ des Restes mit $\frac{1}{3}$ einer Citrone; dem Sohne $\frac{1}{4}$ des Restes und $\frac{1}{4}$ einer Citrone;

der

der Tochter $\frac{1}{5}$ des Restes und $\frac{1}{5}$ einer Citrone; deren Schwester $\frac{1}{6}$ des Restes und $\frac{1}{6}$ einer Citrone, und der jüngsten Schwester $\frac{1}{7}$ des Restes und $\frac{2}{7}$ einer Citrone, doch alle im Ganzen, ohne ein Stück zu zerschneiden. Ihm selbst aber bleiben noch 16 Citronen übrig. Wieviel ist derselben Anzahl gewesen? Thut 119 Citronen, von welchen der Vater 60, die Mutter 20, der Sohn 10, die Tochter 6, deren Schwester 4, und die jüngste Schwester 3 bekommen hat.

§. 55.

Es will jemand 200 Pfund Pfeffer, das Pfund zu 22 Pfennige, mit Leinewand vertauschen, wovon die Elle 32 Pfennige kommt. Wieviel Ellen Leinewand muß er für die 200 Pfund Pfeffer haben? Thut 137$\frac{1}{2}$ Ellen.

§. 56.

A. ist dem B. 2400 Thlr. schuldig, und zwar 1600 davon nach 9 Monaten, die übrigen 800 aber nach 12 Monaten abzulegen. Zu welcher Zeit muß A. dem B. solche 2400 Thlr. auszahlen, wenn A. sie auf einmal abtragen will? Thut in 10 Monat.

Thlr. 2400	1 Mon.
Mon. *	24000 Thlr.

§. 57.

Es kauft C. ein Haus für 6000 Thlr. unter folgenden Bedingungen: Daß 3000 baar, 1500 nach 2 Jahren, 1000 Thlr. nach 3 Jahren, und endlich die letzten 500 Thlr. nach 4 Jahren bezahlt werden sollen. C. will gerne die auf Tagezeiten gesetzte 3000 Thlr. auf einmal bezahlen; wenn müssen sie bezahlt werden? Thut nach 2$\frac{2}{3}$ Jahren.

Thlr. 3000	1 Jahr
Jahre *	8000 Thlr.

§. 58.

12 Weber machen in 15 Wochen 120 Stück Zeug; in wie viel Zeit machen 9 Weber die Hälfte (d. i. $\frac{120}{2}$)? Thut 10 Wochen.

§. 59.

Es werden 12 Arbeitsleuten, welche 20 Wochen, die Woche zu 5 Tagen, gearbeitet, 1000 fl. ausgezahlt. Wieviel müssen 9 Arbeitsleute bekommen, welche 30 Wochen, und die Woche zu 6 Tagen arbeiten? Thut 1350 fl.

§. 60.

Ein Hauswirth braucht für 5 Personen in 6 Wochen 4 Tonnen Bier. Wieviel braucht er in 16 Wochen, wenn er noch 4 Bedienten mehr annimmt? Thut $19\frac{1}{5}$ Tonne.

§. 61.

7 Weber machen in 8 Wochen und 4 Tagen 20 Stück, ein 40 Ellen langes Tuch, welches $9\frac{1}{2}$ Viertel breit ist. In wieviel Zeit machen 8 Weber 30 Stück, ein Tuch, das 56 Ellen lang, und 2 Ellen breit ist? Thut 13 Wochen, 1 Tag, $20\frac{4}{95}$ Stunden.

§. 62.

Ein Speisewirth bekommt von einem Kostgänger in 3 Tagen 16 gr. Nun hat er deren täglich 13. Wieviel bekommt er in einem Schaltjahre? Thut $1057\frac{1}{3}$ Thlr.

§. 63.

Cajus soll von seinem Bruder Sempronius aus väterlicher Erbschaft 780 Thlr. baar, und zwar auf 6 Tagezeiten, jedesmal Michaelis 130 Thlr. bekommen. Sempronius aber bezahlt das erste und andre Jahr nichts, verspricht hingegen, er wolle das ganze Capital von 780 Thlr. auf einmal liefern. Wenn muß solches ge-

geschehen, daß beyde in Absicht der Interessen schadlos bleiben? Thut $3\frac{5}{7}\frac{2}{8}$ Tagezeit.

Tagez. 21	780 Thlr.
Thlr. 130	* Tagez.

Anmerk. Hier gilt die arithmetische Progression.

§. 64.

An einer Statüe beträgt der Kopf in der Länge 8 Zoll, der Arm 28 Zoll. Ein Bildhauer will aus einem kleinern Stück Marmor eine Statüe arbeiten, davon die Länge des Kopfs auf 6 Zoll gegeben wird. Wie lang wird der Arm an derselben seyn? Thut 21 Zoll.

Statüe X	28 Zoll Armlänge.
Kopfslänge 8	6 Kopflänge.

§. 65.

Eines Bildhauers großes Bild hat eine Länge von 10 Schuhe, und eine Dicke von 2 Schuhen. Er hat aber einen Marmor von 8 Schuh lang, wie dick muß er zu einem ähnlichen Bilde werden? Thut $1\frac{6}{10}$ breit.

§. 66.

Eine gemahlte Tafel hat in der Länge 16 Schuhe, die vornehmste und größte Figur darauf ist 12 Schuh lang. Die kleinere Tafel, worauf er dies Bild mahlen will, ist 6 Schuh lang. Wie groß muß die darauf zu mahlende größere Figur werden? Thut $4\frac{1}{2}$ Schuh.

§. 67.

Cajus hinterläßt nach seinem Absterben $12341\frac{1}{2}$ Thlr., und eine schwangere Frau mit folgendem Testamente: daß, wenn sie nach seinem Tode einen Sohn zur Welt bringen würde, er 2 Theile, und die Frau einen Theil der Erbschaft haben solle. Würde es aber eine Tochter seyn; so solle sie 2 Theile, und die Tochter nur einen Theil bekommen. Kurz darauf bringt die Mutter Zwillinge zur Welt, einen Sohn und eine Tochter. Was bekommt nun die Mutter an dieser Erbschaft?

Antwort: Nach dem Testamente erhält die Mutter 2 Theile, der Sohn 2 Theile und die Tochter 1 Theil, das sind 5 Theile, oder das Ganze ist $\frac{5}{5}$ Erbschaft. Also ist der Satz leicht.

Erbsch. $\frac{5}{5}$	12341$\frac{1}{2}$ Thlr.
Thlr. *	$\frac{2}{5}$ Erbsch. u. s. w.

§. 68.

Ein Bothe geht täglich 4$\frac{1}{2}$ Meile. Ein anderer, der täglich 6 Meilen gehet, wird ihm nachgeschickt, um ihn einzuholen. Wenn oder an welchem Tage wird dieser jenen einholen? Thut den 9ten Tag.

Tag 1	$\frac{3}{2}$ Meil. Vorsprung
Meil. $\frac{27}{2}$	* Tage.

§. 69.

3 Centner Waaren kosten 24 Mßl. fl. Wieviel Kayserfl. kosten nun 8 Centner? Thut 84 Kayserfl.

§. 70.

Bey einem heftigen Donnerwetter wird man eines sehr hellen Blitzes gewahr, und höret erst $\frac{1}{2}$ Minute nachher den Donnerschall. Aus der Stärke des Blitzes vermuthet man, daß es irgendwo eingeschlagen habe. Da man nun aus der Erfahrung wahrgenommen, daß sich der Schall in einer Secunde 1100 Rheinl. Schuhe beweget, so verlangt man zu wissen, wie viele Stunden der Ort entfernet sey, wo es eingeschlagen hat?

Schall X Secund. 1	1100 Rheinl. Sch.
Stunde *	X Schall $\frac{1}{2}$ Minut.
Minut. 1	60 Secund.
Schuhe 15000	1 Stunde.

§. 71.

In einer Seidenfabrik machen 7 Arbeiter in 4 Wochen, da sie wöchentlich nur 6 Tage, und des Tages nur 8 Stunden arbeiten, ein gewisses Zeug, das 84 Ellen lang und 2 Ellen breit ist. Nun soll vom nämlichen Zeuge ein Stück von 203 Ellen lang und 3 Ellen breit innerhalb 2 Wochen, da sie wöchentlich 7 Tage, und täglich 12 Stunden arbeiten sollen, verfertiget werden. Wieviel Arbeiter gehören dazu? Thut 29.

§. 72.

Zween Bothen treten eine Reise an, der eine gehet täglich 6, der andere $4\frac{1}{2}$ Meile. Wieweit kommen sie in 6 Tagen von einander? Thut 9 Meilen.

Tag 1	$1\frac{1}{2}$ Meil. Vorsprung
Meil. Vorsp. *	6 Tage.

§. 73.

Ein Ingenieur verfertigt mit 1000 Arbeitern in 4 Wochen einen Canal, der 500 Schuh lang, 16 Schuh breit und 12 Schuhe tief ist. Da er nun einen andern Canal in 15 Wochen graben soll, der 900 Schuh lang und 20 Schuh breit und 10 Schuh tief ist; so fragt sichs, wieviel Arbeiter er dazu haben müsse? Thut 500.

§. 74.

Wieviel macht das Netto an dem Brutto gewisser Waaren von 625 Pfund, wenn die Tara 20 von 100 ist. Thut 500 Pfund.

§. 75.

Ein Müller mahlt in 6 Tagen mit 3 Rädern 13 Scheffel. Wieviel wird er mit 4 Rädern in 9 Tagen mahlen können? Thut 26.

Räd. 3 Tage 6	13 Scheff.
Scheff. *	4 Räd. 9 Tage.

§. 76.

Zu einem Kuchen gehören 16 Eyer, $3\frac{1}{4}$ Pfund Zucker, $4\frac{1}{8}$ Pfund Mehl. Man hat aber nur 11 Eyer. Wie-

Wieviel muß vom Zucker und Mehl genommen werden, daß die Güte des Kuchens unverändert bleibe?

1) Pf. Zuck. *	11 Eyer	2) Pf. Mehl *	11 Eyer
Eyer 16	$3\frac{1}{4}$ Pf. Zuck.	Eyer 16	$4\frac{1}{8}$ Pf. Mehl
Thut $2\frac{15}{64}$ Pf. Zucker.		Thut $2\frac{107}{128}$ Pfund Mehl.	

§. 77.

Es werden 4000 Mann auf 6 Jahre für gewisse Subsidien accordiret, man verlangt aber 6000 für nämliche Gelder: wieviel Jahre sind sie zu dienen gehalten? Thut 4.

§. 78.

Wenn der Münzmeister die feine Mark zu 16 Loth mit allen Unkosten auf $9\frac{1}{7}$ Rthlr. in Groschen münzet, und dieselbe Münze 14 Loth fein hält; so fragt man, wieviele Stücke auf eine Mark von solchen 14-löthigen Silber gehen? Thut 192.

Loth 16	$9\frac{1}{7}$ Rthlr.
gr. *	14 Loth
Rthlr. 1	24 gr.

§. 79.

Es miethet jemand ein Gartenhaus auf $\frac{1}{2}$ Jahr, und verspricht, dafür 20 Thlr. zu geben, zugleich aber auch es repariren zu lassen. Nach 8 Wochen vergleicht man sich, beyderseits die Miethe aufzuheben, und die Reparaturkosten, statt des 8-wöchentlichen Miethzinnses zu nehmen. Wie groß waren die Reparaturkosten? Thut $6\frac{4}{26}$ Thlr.

Wenn zu $\frac{1}{2}$ Jahr 26 Wochen gehören; so heißts:

Wochen 26	20 Thlr.
Thlr. *	8 Woch.

§. 80.

Wenn eine Mühle 4 Gänge hätte, davon die erste in 6 Stunden 17 Scheffel, der zweyte $12\frac{1}{2}$ Scheffel, der dritte 10 Scheffel, der vierte $8\frac{1}{2}$ Scheffel mahlet, und man wollte wissen, wie bald 250 Scheffel von allen 4 Gängen zugleich könnten gemahlen werden, wieviel Zeit würde dazu erfordert werden? Thut $31\frac{1}{4}$ Stunden.

Gänge 4 Stund. 6	48 Scheff.
Scheff. 250	4 Gänge * Stund.

§. 81.

Wieviel machen 200 Scheffel Erfurthischen Maaßes an Rudelstädtischen Scheffeln aus, wenn 25 Erfurthische Scheffel 32 Weimarische, und 7 Weimarische 3 Rudelstädtische geben? Thut $109\frac{5}{7}$ Rudelstädtische.

§. 82.

Die Auflage von der Einfuhr einer gewissen fremden Waare auf 2 gr. bringt jährlich 6000 Thlr. Wie hoch muß der Licent erhöhet werden, wenn er jährlich 10000 Rthlr. bringen soll? Thut noch 1 gr. 4 pf.

§. 83.

Ein Maurer will 216 Ruthen Mauerarbeit bezahlt haben, die 6 mal so hoch, als dick, und 6 mal so lang, als hoch ist. Wie dick ist diese Mauer? Thut 1 Ruthe.

Mauer X Dicke 1 Höhe 6 Länge 36	216 Ruthen.
Ruthe *	X Mauer 1 Dicke 1 Höhe 1 Länge.

§. 84.

Sempronius wendet von seiner Erbschaft $\frac{2}{5}$ in einen Handel, und $\frac{1}{4}$ zu Erkaufung verschiedener liegenden Gründe. Die übrigen 1200 fl. will er auf Capitalien verwenden. Wie groß ist seine Erbschaft? Thut 2880 fl.

§. 85.

Beym Stückpulver braucht man zu 25 Pfund Salpeter 5 Pfund Schwefel, 6 Pfund Kohlen. Wieviel muß man von jedem haben, wenn man 200 Pfund Stückpulver haben will? Thut $138\frac{2}{3}\frac{2}{6}$ Pfund Salpeter, $27\frac{2}{3}\frac{8}{6}$ Pfund Schwefel, $33\frac{1}{3}\frac{2}{6}$ Pfund Kohlen.

Die Rechnung ist diese:

1) Salpeter 25 Pfund.
2) Schwefel 5 Pfund.
3) Kohlen 6 Pfund.

Nun stehen die Sätze folgendergestallt:

Pfund Pulv. 36	—	25 Pf. Salpet.
Salpet. Pf. *		200 Pf. Pulver.

u. s. w.

§. 86.

2 Landgüther werden gebrandschatzet und ihnen $156\frac{2}{3}$ Thlr. Contribution auferleget. Wieviel muß jedes bezahlen, wenn das erste auf 20000 Thlr., und das andre auf 5000 Thlr. taxirt wird? Thut 1) $125\frac{1}{3}$ Thlr. 2) $31\frac{1}{3}$ Thlr.

§. 87.

Eine Wasserkunst treibet mit 2 Pumpen in jeder Viertelstunde 20000 Cubicschuhe Wasser in die Höhe, wovon die kleine Pumpe nur $\frac{2}{3}$ soviel Wasser giebt, als die große. Wie viel hebt nun die kleine Pumpe in 2 Stunden, wenn die große schadhaft wird? Thut 64000.

Pump. $\frac{5}{3}$	
Stund. $\frac{1}{4}$	20000 Cub. Sch.
Cub. Sch. *	$\frac{2}{3}$ Pump.
	2 Stund.

§. 88.

Die spanische Wolle kostet zu Segovia der Sack von 7 Arrobes 1212 Realen. Nun wird die Arrobe zu 25 Pfund, und 32 Realen zu 1 Pistolet, und 1 Pistolet

zu

zu 5 Thlr. gerechnet. Wieviele gr. kommt das Pfund spanische Wolle in Segovia zu stehen? Thut $23\frac{20}{35}$ gr.

§. 89.

Man will mit 4 Wasserschrauben einen überschwemmten Grund austeichen, der nach einer beyläufigen Rechnung ohngefähr 100000 Eymer Wasser enthält. Wenn wird man damit fertig werden, da in einer halben Viertelstunde die erste Schraube 27 Eymer, die 2te 23, die dritte 17, und die 4te 13 Eymer Wasser schöpfet. Thut $156\frac{1}{4}$ Stunden.

§. 90.

Zu einer Mauer, die 1000 Schuhe lang, 20 Schuhe hoch, und 6 Schuhe dick ist, sind 144000 Stück Backsteine gebraucht worden, jeden $1\frac{1}{2}$ Schuh lang, $\frac{1}{3}$ breit und $\frac{1}{4}$ dick ist. Wieviel wird man nun zu einer Mauer, die 600 Schuh lang, 15 hoch und $5\frac{1}{3}$ dick seyn soll, Backsteine nöthig haben, wo ein jeder 2 Schuh lang, $\frac{2}{3}$ breit, und $\frac{1}{2}$ dick ist? Thut 108000.

§. 91.

Einem Mauermeister hat man für eine Mauer 30 Ruthen lang und $1\frac{1}{3}$ hoch, $\frac{1}{2}$ dick, 400 Thlr. geben müssen. Wieviel wird er für eine Mauer fordern können, die 15 Ruthen lang, $1\frac{1}{4}$ Ruthen hoch und $\frac{1}{3}$ dick ist? Thut 125 Thlr.

§. 92.

Es hat jemand für 100 Thlr. Loose in einer Lotterie, und giebt sie einem andern, der für 75 Thlr. Loose hat, sie fortzuführen, mit dem Beding, nach Verhältniß mit ihm den Gewinnst zu theilen. Der andere gewinnt 1400 Rthlr. Wieviel muß er nun dem ersten davon geben, der für 100 Rthlr. Loose gehabt? Thut 800 Thlr.

§. 93.

Eine gewisse Arbeit kann man mit 50 Personen in 4 Monaten verrichten. Wieviel braucht man Zeit, wenn man 100 Personen nimmt? Thut 2 Monat.

§. 94.

Wenn 8 Pfund Pfeffer so viel, als 3 Pfund Nelken gelten, und 1 Pfund Pfeffer 9 pf. kostet; wieviel Rheinl. fl. kosten 50 Pfund Nelken? Thut 6$\frac{1}{4}$ fl. Rheinl.

Pfeff. Pf. 1	9 pf.
fl. Rheinl. *	50 Pf. Nelk.
Pf. Nelk. 3	8 Pf. Pfeff.
gr. 16	1 fl. Rheinl.
pf. 12	1 gr.

§. 95.

Ein General, der 16000 Mann bey sich hat, wird beordert, $\frac{1}{2}$ in die Vestung zu werfen, $\frac{3}{4}$ zur Hauptarmee zu senden, und $\frac{2}{3}$ gegen den Feind zur Observation zu stellen. Wieviel 1000 gehören zu jeder Ordre? Thut 6000$\frac{6}{23}$ zur Armee, 4000$\frac{4}{23}$ in die Vestung, 5000$\frac{1}{23}$ gegen den Feind.

§. 96.

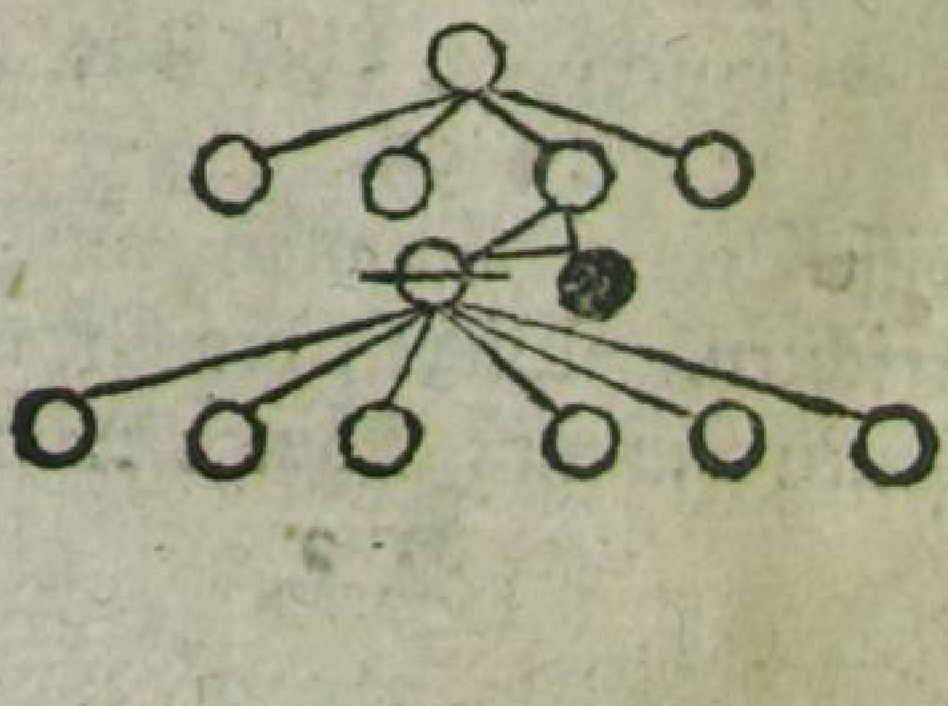
Wenn 3 Centner Waaren 24 Mfl. geben; wieviel Kayserfl. kosten 8 Centner? Thut 64 Kayserfl.

§. 97.

Cajus gewinnt in einer Lotterie, und davon legt er wieder ein $\frac{2}{7}$ um mehr zu gewinnen, $\frac{1}{5}$ wendet er zum Vergnügen, und $\frac{1}{3}$ zu Verbesserung seines Gartens, ingleichen $\frac{2}{9}$ zu allerley Hausgeräthe, und behält doch noch 5000 Mfl. übrig: wie groß war sein Gewinnst? wieviel wendete er wieder in die Lotterie? wieviel zum Vergnügen? u. s. w.

§. 98.

Was erbet jedes Kind von der Erbschaft des Großgroßvaters, nach diesem Stammbaum, wenn der Großgroßvater 2500 Mfl. hinterlassen hat? Thut 52$\frac{1}{12}$ Mfl.



§. 99.

Wieviel Pfund Kupfer, das Pfund zu 12 gr. erhält man für 65 Ellen Leinewand, die Elle zu 4 gr. gerechnet? Thut $21\frac{2}{3}$ Pfund.

Pfund Kupf. * 65 Ellen
gr. 12 4 gr.

Ingl. wieviel Maaß Hafer zu 15 gr. bekommt man für 45 Ellen Tuch zu 2 Thlr. 18 Mgr.

Maaß Haf. * 45 Ell.
gr. 15 $2\frac{1}{2}$ Thlr.
Thlr. 1 36 Mgr.

§. 100.

Ein Gärber kauft 860 Häute. Er giebt für 10 Stück 8 Thlr., und für 104 Stück bezahlt er nur 100 Stück. Wieviel kosten 860 Häute? Thut $662\frac{52}{104}$ Thlr.

Thlr. * 860 St.
St. 10 8 Thlr.

§. 101.

Zu 100 Ellen $\frac{5}{4}$ breiter Leinewand braucht man 98 Stück Garn. Wieviel Stück muß man zu 318 Ellen $\frac{7}{4}$ breite Leinewand haben? Thut $436\frac{148}{300}$ Stück.

§. 102.

24 Mädchen spinnen in 4 Wochen 200 Stück Garn. Wieviel St. spinnen 8 Mädch. in 6 Woch.? Thut 100 St.

§. 103.

Man gießt folgende Weine unter einander: 4 Maaß zu 3 gr., 7 Maaß zu 5 gr., 2 Maaß zu 10 gr., und 5 Maaß Wasser. Wieviel ist ein Maaß nach der Vermischung werth?

1) die Addition.

4	Maaß	zu	3	gr.	thut	12	gr.
7	—	—	5	—	—	35	—
2	—	—	10	—	—	20	—
5	—	—	—	—	—	—	0
18	Maaß		—		—	67	gr.

 2) der

2) der Satz steht demnach:

Maaß 18 — 67 gr.
gr. * — 1 Maaß. Thut $3\frac{13}{18}$ gr.

§. 104.

Zu Bekleidung einer Wand brauchet man $20\frac{5}{6}$ Ellen $\frac{5}{4}$ breites Zeug: Wieviel Ellen $\frac{2}{3}$ breites Zeug braucht man dazu? Thut $11\frac{1}{9}$ Ellen.

Ell. * — $\frac{125}{6}$ br.
br. $\frac{5}{4}$ — $\frac{2}{3}$ Elle.

§. 105.

Noch Exempel zu §. 27. Wieviel Thlr. kosten 860 Pfund 20 Loth 3 Quentch. 2 Aeßgen, wenn 1 Pfund 27 Mgr. kostet? Thut 645 Thlr. 17 Mgr. $4\frac{22}{32}$ pf. Und zwar in 2 Sätzen.

Erster Satz:		Zweyter Satz:	
Thlr. *	$860\frac{5}{8}$ Pf.	Pf. *	$3\frac{1}{2}$ Quentch.
Pf. 1	27 Mgr.	Qu. 4	1 Loth
Mgr. 36	1 Thlr.	Loth 32	1 Pfund
		Pf. 1	27 Mgr.
		Mgr. 1	8 Pf.

Thut 645 Thlr. 16 gr. 7 pf.
— — — — $5\frac{22}{32}$ pf.

645 Thlr. 17 Mgr. $4\frac{22}{32}$ pf.

Ingl. Wieviel Thlr. kosten 800 Pfund 16 Loth 3 Quentchen, wenn 10 Loth 2 Quentch. soviel, als 3 Thlr. 18 Mgr. 6 pf. kosten? Thut 8589 Thlr. 26 Mgr. $6\frac{1}{7}$ pf.

Erster Satz:		Zweyter Satz:	
Thlr. *	$800\frac{1}{2}$ Pf.	Mgr. *	3 Quent.
Loth $10\frac{1}{2}$	$126\frac{3}{4}$ Mgr.	Loth $10\frac{1}{2}$	$126\frac{3}{4}$ Mgr.
Mgr. 36	1 Thlr.	Quent. 4	1 Loth.
Pfund 1	32 Loth.		

Thut 8589 Thlr. 17 Mgr. $5\frac{4}{7}$ pf.
— — 9 — $\frac{3}{7}$ —

8589 Thlr. 26 Mgr. $6\frac{1}{7}$ pf.

§. 106.

Wieviel Ellen Weifenfaden gehören zu 1 Schock Tuch, wenn 1 Schock Tuch 12 Stück Garn, 1 Stück Garn 6 Stränge, 1 Strang 20 Gebind, 1 Gebind 40 Faden, 1 Faden 3 Ellen ausmachet? Thut 172800 Ellen.

Schock Tuch 1	12 Stück Garn
Stück Garn 1	6 Stränge
Strang 1	20 Gebinde
Gebind 1	40 Faden
Faden 1	3 Ellen
Ellen *	1 Schock Tuch.

Thut 172800 Ellen.

§. 107.

Wieviele Stunden lang sind 86400 Ellen Faden, die zu 1 Schock Tuch gehören, wenn 1 Elle 2 Schuhe, 5 Schuhe einen Policey- oder geometrischen Meß-Schritt, 3000 Schritte aber 1 Stunde ausmachen? Thut $2\frac{7}{8}$ Stunden.

Ellen 86400	* Stunde
Stunde 1	3000 geometr. Schr.
geom. Schr. 1	5 Schuhe
Schuhe 2	1 Elle.

§. 108.

Wieviele Faden, davon jeder 1 Schock Tuch giebt, werden erfordert zu 5400 Meilen, als dem Umfang der Erde, wenn 1 Meile 2 Stunden, 1 Stunde 3000 geometrische Schritte, 1 Schritt geometrisch 5 Schuhe, 2 Schuhe 1 Elle, 3 Ellen 1 Faden, 40 Faden 1 Gebind, 20 Gebind 1 Strang, 6 Stränge 1 Stück Garn, und 12 Stück Garn 1 Schock Tuch geben?

Schock T. *	5400 Meil.
Meil. 1	2 Stund.
Stund. 1	3000 geometr. Schr.
geometr. Schr. 1	5 Schuhe
Sch. 2	1 Elle
Ell. 3	1 Fad.
Fad. 40	1 Geb.
Geb. 20	1 Strang
Str. 6	1 St. Garn
St. G. 12	1 Sch. T.
1728.	810000.

Thut $468\frac{1296}{1728}$ Schock Tuch.

§. 109.

Wenn 1 Stunde 3000 geometrische Schritte, und 1 geometrischer Schritt 5 Schuhe, $2\frac{1}{2}$ Schuhe 1 gemeinen Schritt ausmachen; wieviele gemeine Schritte gehören zu 1 Stunde? Thut 6000 gemeine Schritte.

§. 110.

Wieviel Sächsische Meilen enthält der Umkreiß der Erde, wenn 15 geographische Meilen $17\frac{1}{2}$ Sächsische Meilen ausmachen? Thut 6300 Sächsische Meilen.

§. 111.

Wieviele Schopfen, oder hier zu Lande genannte Scheuerviertel, gehören zu $237\frac{1}{4}$ Centner Heu, wenn ohngefähr 26 Centner in 1 Schopfe geleget werden? Thut $9\frac{13}{104}$ Viertel.

§. 112.

Man rechnet auf 1 Stück Rindvieh, das in der Stallfütterung bleibet, täglich 13 Pfund Heu. Wieviel Centner hat man zu 5 Stück aufs ganze Jahr, oder auf 365 Tage, nöthig? Thut $237\frac{1}{4}$ Centner.

§. 113.

Wenn eine Wiese zu 130 vierzehnschuhigen Ruthen, 24 Centner Heu giebt, wenn sie jährlich gut gedünget wird; wieviel solcher Aecker muß man zu 5 Stück Rindvieh zur Stallfütterung besitzen? Thut $9\frac{85}{96}$ Aecker Wiesen.

Seite 32 letzte Zeile statt $83\frac{103}{144}$ lies $83\frac{98}{144}|\frac{49}{72}$ Thlr.
