VI. Sektion für reine und angewandte Mathematik.

Fünfte Sitzung am 9. Juli 1908. Vorsitzender: Rektor Prof. Dr. R. Henke. — Anwesend 12 Mitglieder und Gäste.

Geh. Hofrat Prof. Dr. Ph. Weinmeister spricht über autopolare Kegelschnitte.

Ein Kegelschnitt A ist einem andern B autopolar, wenn allen Punkten von A Polaren, in Beziehung auf B, zugeordnet sind, welche A berühren. A und B stehen hierbei im Doppelkontakt, und zwar ist die Berührung eine äufsere. Von beiden Kurven mufs eine immer eine Hyperbel sein, wenn sie nicht gerade beide Parabeln sind. Man kann nun A und B zentrisch so projizieren, dafs eine Ellipse und eine Hyperbel entstehen, die sich in den Scheiteln berühren und die aufserdem gleiche Achsen haben. In diesem besonderen Fall ergibt sich — und es überträgt sich dann ohne weiteres auf den allgemeinen — die Reziprozität von A und B. Beide sind einander autopolar. Jede durch den Schnittpunkt der gemeinsamen Tangenten gehende Sekante trifft den Kegelschnitt in einem Pol und dem Berührungspunkte seiner Polaren. Man kann nun das Dreieck der gemeinsamen Tangenten und der Berührungssehne als Koordinaten-Dreieck zugrunde legen und erhält dann für die Gleichungen der beiden Kegelschnitte $z^2 = \pm 4\lambda x y$. Hieraus ergibt sich, dafs die Zentrale beider von der Mitte und dem Pol der Berührungssehne harmonisch geteilt wird. Ist daher der eine Kegelschnitt und die Berührungssehne gegeben, so kann man leicht den zugehörigen autopolaren finden. Wenn der gegebene Kegelschnitt eine Hyperbel ist, so entsprechen allen Sehnen, welche die konjugierte Hyperbel schneiden, berühren, verfehlen, resp. autopolare Hyperbeln, Parabeln, Ellipsen. Von den vier Ästen zweier autopolarer Hyperbeln berühren sich drei, der vierte ist isoliert. Ist die eine autopolare Kurve eine Parabel, so liegt der Mittelpunkt der andern auf ihr. Zwei autopolare Parabeln berühren sich von aufsen, haben parallele Achsen und gleiche Parameter. Was den Kreis anbelangt, so ist zu bemerken, dafs die spitzwinklige Hyperbel zwei autopolare gleiche Kreise besitzt. Deren Radius ist $r = a^2 : b$. Für die Zentrale c gilt die Gleichung $c^2 = r^2 - b^2$. Die gleichseitige Hyperbel hat einen, die stumpfwinklige keinen autopolaren Kreis. Durch Parallelprojektion der Hyperbel mit Kreis kann man die Aufgabe lösen, zwei durch die Längen der Achsen gegebene Kegelschnitte in autopolare Lage zu bringen. Endlich sei noch auf die Aufgabe hingewiesen, aus den allgemeinen Gleichungen zweier Kegelschnitte die drei Bedingungsgleichungen ihrer Autopolarität zu finden.

Sechste Sitzung am 8. Oktober 1908. Vorsitzender: Rektor Prof. Dr. R. Henke. — Anwesend 8 Mitglieder.

Studienrat Prof. Dr. R. Heger spricht über Taylor in Prima.

Die Freunde entschiedener Reform führen ihre Schüler nicht blofs an die Pforten der Infinitesimalrechnung, sondern hinein in ihren elementaren Teil. Die einfacheren unendlichen Potenzreihen bilden einen wesentlichen Teil des mathematischen Unterrichts der Mittelschulen, daher kommt das Bestreben, die Taylorsche Reihe im Unterrichte als Schlufs der Differentialrechnung zu behandeln. Dem steht die Meinung entgegen, dafs eine exakte Behandlung an Zeit und Kraft der Schüler zu hohe Ansprüche stellt. Dazu ist zu bemerken, dafs auch die Behandlung der Reihen ohne Differentialrechnung die Schüler stark in Anspruch nimmt, hauptsächlich aber, dafs der Einwand auf nicht richtiger Fragestellung beruht. Die Schule ist an vielen Stellen nicht imstande, den Anforderungen strenger Wissenschaftlichkeit zu genügen, sondern mufs sich begnügen, wenn das von ihr Gebotene von der wissenschaftlichen Kritik als eben noch zulässig befunden wird.

So ist auch betreffs des Taylorschen Satzes die Frage so zu stellen: Gibt es eine Ableitung, die für die Schüler nicht zu schwer und wissenschaftlich eben noch zulässig ist? Dies ist zu bejahen, wie folgende Ableitungen zeigen.

Voraussetzungen sind: der binomische Satz für natürliche Exponenten, die unendliche geometrische Reihe, die Exponentialreihe (nach Baltzer, Elemente der Mathematik), letztere, um den Schülern diese sehr durchsichtige Ableitung nicht vorzuenthalten und um für die Differentialrechnung die unbequeme Ermittelung von $\lim\left(1 + \frac{1}{\omega}\right)^{\omega}$ zu umgehen. Dann folgt die Differentialrechnung mit dem Mittelwertsatze. Hierauf