

gleitet und ein Schenkel den festen Punkt $A(a, b)$ enthält, so hat, wenn die veränderliche Abszisse des Q mit m bezeichnet wird, QA die Richtungskonstante $(b - c) : (a - m)$; daher kommt QP die Richtungskonstante zu

$$\frac{b - c + (a - m) \tan \alpha}{a - m - (b - c) \tan \alpha};$$

die Gleichung von QP ist

$$(1) \quad y - c = \frac{b - c + (a - m) \tan \alpha}{a - m - (b - c) \tan \alpha} (x - m).$$

Die Gerade OP hat die Gleichung

$$(2) \quad y = \frac{b - c}{a - m} x.$$

Die Gleichung des Ortes von P ergibt sich, wenn man m aus (1) und (2) entfernt. Man erhält zunächst

$$y - c = \frac{y + x \tan \alpha}{x - y \tan \alpha} \left(x - a + \frac{(b - c)x}{y} \right),$$

und hieraus

$$(3) \quad y(x^2 + y^2) + (b - c)x^2 - (a - b \cot \alpha)xy - (c + a \cot \alpha)y^2 = 0.$$

Der Ort ist daher eine zirkuläre Kurve 3. Ordnung, deren reale Asymptote die Gleichung $y + b - c = 0$ hat, und deren Doppelpunktstangenten sind

$$(b - c)x^2 - (a - b \cot \alpha)xy - (c + a \cot \alpha)y^2 = 0.$$

Je nach der Wahl von a, b, c, α kann der Doppelpunkt eigentlich, Rückkehrpunkt oder vereinzelt sein.

Eine zirkuläre Kurve 3. Ordnung, deren reale Asymptote der Abszissenachse im Abstände d parallel ist, hat die Gleichung

$$(4) \quad y(x^2 + y^2) - dx^2 + Mxy + Ny^2 = 0.$$

Vergleicht man dies mit (3), so erhält man

$$d = c - b, \quad M = -a + b \cot \alpha, \quad N = -c - a \cot \alpha.$$

Ersetzt man in N die Größe c durch $b + d$ und entfernt dann α aus M und N , so ergibt sich

$$a^2 + b^2 + Ma + (d + N)b = 0.$$

Hieraus erkennt man: Jede zirkuläre rationale Kurve 3. Ordnung kann auf einfach unendlich viele Weisen durch die oben angegebene Erzeugung entstehen; die Gleitlinien haben die Richtung der realen Asymptote und die Punkte A liegen auf dem Kreise K , der den Doppelpunkt O und den Punkt $-M$, $-(d + N)$ zu Gegenpunkten hat.

Für den erzeugenden Winkel α ergibt sich

$$\tan \alpha = \frac{b}{a + M}.$$

Ist B der Gegenpunkt von O (Fig. 4) im Kreise K , so ist $OB' = -M$ und daher

$$\tan A B' A' = \frac{b}{a + M}.$$

Dieser Winkel ist somit der erzeugende.

Fig. 4.

