

VI. Über Lichtgrenzkurven und geodätische Linien.*)

Von Prof. Dr. E. Naetsch.

Wenn eine gesetzmäßig gestaltete krumme Fläche mittels paralleler Lichtstrahlen — also von einer unendlich fernen Lichtquelle aus — beleuchtet wird, so ergibt sich als Grenze zwischen dem beleuchteten und dem unbeleuchteten Teil der Fläche eine Kurve, welche sich geometrisch folgendermaßen charakterisieren läßt: Die Tangentialebenen, welche unsere Fläche in den Punkten dieser Kurve berühren, sind einer gegebenen festen Richtung parallel; oder: die Flächennormalen, welche zu den Punkten dieser Kurve gehören, stehen auf einer gegebenen festen Richtung senkrecht; oder: die Develöppable, welche unserer Fläche längs dieser Kurve umbeschrieben werden kann, ist eine Zylinderfläche; oder auch: das sphärische Bild dieser Kurve ist ein Hauptkreis der Bildkugel. Eine Kurve von dieser Beschaffenheit wollen wir eine Lichtgrenzkurve unserer krummen Fläche nennen.

Um zu erfahren, wie viele Lichtgrenzkurven auf einer gegebenen krummen Fläche vorhanden sind, bedenken wir, daß sich für jede mögliche Lichtstrahlrichtung eine bestimmte Lichtgrenzkurve ergibt und daß zu zwei verschiedenen Lichtstrahlrichtungen im allgemeinen**) auch zwei verschiedene Lichtgrenzkurven gehören. Die Anzahl der fraglichen Kurven wird hiernach mit der Anzahl der im Raume möglichen Richtungen übereinstimmen, d. h. also auf einer gegebenen krummen Fläche wird es im allgemeinen ∞^2 Lichtgrenzkurven geben. Analytisch muß sich die Schar dieser ∞^2 Kurven charakterisieren lassen durch eine gewöhnliche Differentialgleichung II. Ordnung oder durch eine endliche Gleichung mit zwei willkürlichen Konstanten.

Ein bemerkenswerter Umstand bietet sich dar, wenn es sich um eine Kugeloberfläche handelt. Jede Lichtgrenzkurve einer solchen Fläche ist ja ein Hauptkreis und mithin zugleich eine geodätische Linie der Fläche; und umgekehrt ist jede geodätische Linie ebenfalls ein Hauptkreis und mithin zugleich eine Lichtgrenzkurve. Auf einer Kugeloberfläche ist also die Schar der ∞^2 Lichtgrenzkurven identisch mit der Schar der ∞^2 geodätischen Linien.

*) Nach einem in der mathematischen Sektion der naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis gehaltenen Vortrag.

**) Eine Ausnahme findet statt, wenn die betreffende Fläche abwickelbar ist. Von diesem Fall wird im folgenden noch die Rede sein.