Punkten noch ein vierter und zwar falscher Schnittpunkt F ergeben. Die Kegelschnittsgleichungen entnehmen wir aus (2) in der Form

$$
(4)\qquad
\begin{aligned}
\mathfrak{H}_1 &\equiv xye^2 + xb^2q - ya^2p = 0\\
\mathfrak{H}_2 &\equiv (x-p)\,a^2 - x\,(px+qy-p^2-q^2-h^2) = 0\\
\mathfrak{H}_3 &\equiv (y-q)\,b^2 - y\,(px+qy-p^2-q^2-h^2) = 0.
\end{aligned}
$$

Diese Kurven sind offenbar Hyperbeln und zwar sind

die Koordinaten des Mittelpunktes M von $\mathfrak{H}_1$

$$
(5)\qquad x = p\,\frac{a^2}{e^2} \qquad y = -q\,\frac{b^2}{e^2}.
$$

Multiplizieren wir die Gleichungen (4) mit den unbestimmten Parametern α, β, γ, so erhalten wir in

$$
(6)\qquad \alpha\,\mathfrak{H}_1 + \beta\,\mathfrak{H}_2 + \gamma\,\mathfrak{H}_3 = 0
$$

die Gleichung eines Netzes von Kegelschnitten, die sämtlich durch die Punkte P gehen. Von diesen kann man zwei beliebig wählen. Es empfiehlt sich zunächst $\mathfrak{H}_1 = 0$ zu nehmen wegen der Einfachheit der Gleichung und der Abwesenheit der Gröſse h. Als zweiten Kegelschnitt wählen wir den Kreis $\mathfrak{K} = 0$. Für denselben ist:

$$
(7)\qquad \alpha = \left(\frac{q}{p} + \frac{p}{q}\right) : e^2 \qquad \beta = 1 : p \qquad \gamma = 1 : q.
$$

Man erhält:

$$
(8)\qquad
\begin{aligned}
\mathfrak{K} \equiv x^2 + y^2 - x \cdot \frac{a^2}{pe^2}(p^2+q^2+e^2) + y\,\frac{b^2}{qe^2}(p^2+q^2-e^2)\\
+ a^2 + b^2 - h^2 \cdot \left(\frac{x}{p} + \frac{y}{q}\right) = 0.
\end{aligned}
$$

Variiert h, so beschreibt $\mathfrak{K} = 0$ ein Kreisbüschel mit der gemeinsamen Sekante $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 0$. Diese Gerade schneidet die Hyperbel $\mathfrak{H}_1 = 0$ im Koordinatenanfang und im Punkte $x = p\,\frac{a^2+b^2}{e^2}$, $\quad y = -q\,\frac{a^2+b^2}{e^2}$. Diese Werte befriedigen auſserdem $\mathfrak{K} = 0$, aber nicht $\mathfrak{H}_2 = 0$ und $\mathfrak{H}_3 = 0$. Daher ist dieser Punkt der falsche Schnittpunkt F.

(9) Koordinaten des Punktes F: $x = p\,\frac{a^2+b^2}{e^2}$, $y = -q\,\frac{a^2+b^2}{e^2}$.

Fig. 1.