der Temperaturabnahme) einsetzt, d. h. Temperaturabnahme proportional der Höhe voraussetzt. Man erhält dann die zuerst von General Beyer aufgestellte Barometerformel

$$h = \frac{T_0}{\alpha}\left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{R\alpha}\right]$$

(p_0 und p_1 Luftdrücke an der unteren, bezw. oberen Station), die im wesentlichen mit der eingangs erwähnten thermodynamischen Barometerformel identisch ist.

Unter mathematischen Barometerformeln werden solche verstanden, bei denen ein bestimmter physikalischer Zusammenhang zwischen T und p oder zwischen T und h nicht vorausgesetzt wird, bei denen vielmehr das bestimmte Integral

$$\int_{p_0}^{p_1} T \frac{dp}{p}$$

durch Anwendung der Mittelwertsätze der Integralrechnung näherungsweise dargestellt wird.

Aus dem 1. Mittelwertsatze

$$\int_a^b f(x)\, dx = (b - a) f(\xi)$$

($f(x)$ eine stetige Funktion, ξ ein im allgemeinen nicht bekannter mittlerer Wert zwischen a und b) fließt, wenn man $f(x) = \frac{T}{p}$ setzt, die Barometerformel

$$h = R \frac{p_0 - p_1}{2}\left(\frac{T_0}{p_0} + \frac{T_1}{p_1}\right) \tag{1}$$

(T_0 und T_1 abs. Temp. an der unteren, bezw. oberen Station), wobei also für $f(\xi)$ als einfache Annahme das arithmetische Mittel zwischen den Werten der Funktion $\frac{T}{p}$ an der unteren und an der oberen Station genommen ist. Diese Formel gibt, wie die Erfahrung gelehrt hat, im allgemeinen zu kleine Werte. Man kann aber auch, wenn f dieselbe Bedeutung wie vorher hat,

$$f(\xi) = \frac{T_0 + T_1}{p_0 + p_1}$$

setzen, denn nach einem bekannten, von Cauchy angegebenem Satze ist der Ausdruck rechter Hand ein Mittelwert zwischen $\frac{T_0}{p_0}$ und $\frac{T_1}{p_1}$, wenn nur p_0 und p_1 positiv sind, und es ergibt sich dann die bekannte Babinetsche Barometerformel

$$h = R\,(T_0 + T_1)\frac{p_0 - p_1}{p_0 + p_1}, \tag{2}$$

die bis zu Höhenunterschieden von 1000 m ebenso zuverlässige Werte liefert, wie andere Barometerformeln. Bei größeren Höhenunterschieden gibt sie nach den vorliegenden Erfahrungen zu kleine Werte.

Nimmt man schließlich $f(x) = T$ und setzt wieder für $f(\xi)$ das arithmetische Mittel zwischen den Werten von T an der unteren und oberen Grenze des Integrals, so bekommt man die allgemein bekannte Laplace-Bauernfeindsche Barometerformel

$$h = R\frac{T_0 + T_1}{2} \operatorname{logn} \frac{p_0}{p_1}, \tag{3}$$

die zurzeit noch und zwar mit Recht unter den einfachen Barometerformeln als beste und zuverlässigste auch für große Höhenunterschiede angesehen wird.

Der 2. Mittelwertsatz der Integralrechnung lautet

$$\int_a^b \varphi(x)\,\psi(x)\,dx = \psi(a)\int_a^\xi \varphi(x)\,dx + \psi(b)\int_\xi^b \varphi(x)\,dx$$

($\psi(x)$ eine monotone Funktion, ξ ein im allgemeinen nicht bekannter mittlerer Wert zwischen a und b). Nimmt man hierin $\varphi(x) = 1$, $\psi(x) = \frac{T}{p}$ und für den mittleren Wert ξ das geometrische Mittel $\sqrt{p_0 p_1}$, so erhält man die neue Barometerformel

$$h = R\,T_0\left(1 - \sqrt{\frac{p_1}{p_0}}\right) + R\,T_1\left(\sqrt{\frac{p_0}{p_1}} - 1\right). \tag{4}$$