

IV. Über die Annäherung einer Ellipse durch ihre Scheitel-Krümmungskreise.

Von W. Ludwig in Dresden.

§ 1. Einleitung.

Bei der Konstruktion einer Ellipse aus ihren Achsen benutzt man mit Vorteil ihre Scheitel-Krümmungskreise; jedoch ist meines Wissens noch nicht untersucht worden, bis auf welche Entfernungen von den Scheiteln die Ellipse durch Bögen der Krümmungskreise mit genügender Annäherung ersetzt werden darf*). Ferner ist bei der Ausführung der Konstruktion leicht die Beobachtung zu machen**), daß man eine bessere Annäherung erhält, wenn man statt der Krümmungskreise an den Scheiteln der großen Achse ein wenig größere Kreise und an den Scheiteln der kleinen Achse ein wenig kleinere Kreise nimmt.

Im folgenden soll untersucht werden, welches die Grenzen der Annäherung einer Ellipse durch ihre Scheitel-Krümmungskreise und wie groß die Radien der Kreise sind, die eine bessere Annäherung liefern.

Teil I: Die Scheitel der großen Achse.

§ 2. Ansatz.

Wenn uns eine Ellipse durch ihre Achsen gegeben ist, so betrachten wir sie zunächst in der Nähe des einen Scheitels A der großen Achse und nehmen auf dieser zu derselben Seite von A , zu der sich der Krümmungsmittelpunkt K_0 von A befindet, einen Punkt K an. Um diesen schlagen wir mit dem Radius $r = KA$ den Kreis und erhalten dabei nicht den mathematischen Kreis k_r , der K zum Mittelpunkt und r zum Radius hat, sondern einen Streifen von einer kleinen Breite δ , den wir uns etwa durch die mathematischen Kreise mit demselben Mittelpunkt K und den Radien $r - \varepsilon\delta$ und $r + (1 - \varepsilon)\delta$ begrenzt denken können; hierbei ist ε ein positiver echter Bruch, dessen Wert sich nicht bestimmen läßt und dem wir infolgedessen den jeweils für uns bequemsten Wert zuzuschreiben berechtigt sind. Im Innern dieses Kreisstreifens wird nun zu beiden Seiten von A ein gewisses Stück weit die mathematische Ellipse verlaufen, und gerade so weit dürfen wir unseren Kreisstreifen für die Herstellung des Streifens benützen,

*) Auf diese Frage bin ich zuerst durch Herrn F. Schur aufmerksam gemacht worden.

**) Vergl. Müller, E.: Lehrbuch der darstellenden Geometrie, Bd. I, S. 158, Anm. Leipzig 1908.