Kurven gefällt werden können, gleich dem Quadrate der kleinen bez. imaginären Halbachse ist, so erhält man analog als Gleichungen der Ellipse und Hyperbel

$$(r - x_1 \cos \vartheta - y_1 \sin \vartheta)(r - x_2 \cos \vartheta - y_2 \sin \vartheta) = \pm b^2,$$

wobei x_1, y_1 und x_2, y_2 die Brennpunktskoordinaten und b bez. $i\,b$ die kleine bez. imaginäre Halbachse bedeuten.

Wir nehmen nun noch die Parabel. Zunächst soll sie in ihrer einfachsten Lage dem Koordinatensystem gegenüber gegeben sein. Die Parabelachse soll Koordinatenachse sein, der Brennpunkt soll der Anfangspunkt sein, die Scheiteltangente soll den Abstand $\frac{p}{2}$ vom Anfangspunkt haben. Nun gilt der Satz: Der Ort der Fuſspunkte der vom Brennpunkt auf die Parabeltangenten gefällten Lote ist die Scheiteltangente.

Dann folgt sofort als Parabelgleichung $r \cos \vartheta = \frac{p}{2}$.

Jetzt nehmen wir die allgemeine Lage: die Brennpunktskoordinaten seien x_0, y_0. Der Winkel zwischen Parabelachse und Systemachse sei ω. Dann ist nach dem genannten Satze

$$(r - x_0 \cos \vartheta - y_0 \sin \vartheta) \cos (\vartheta - \omega) = \frac{p}{2}$$

die Gleichung der Parabel.

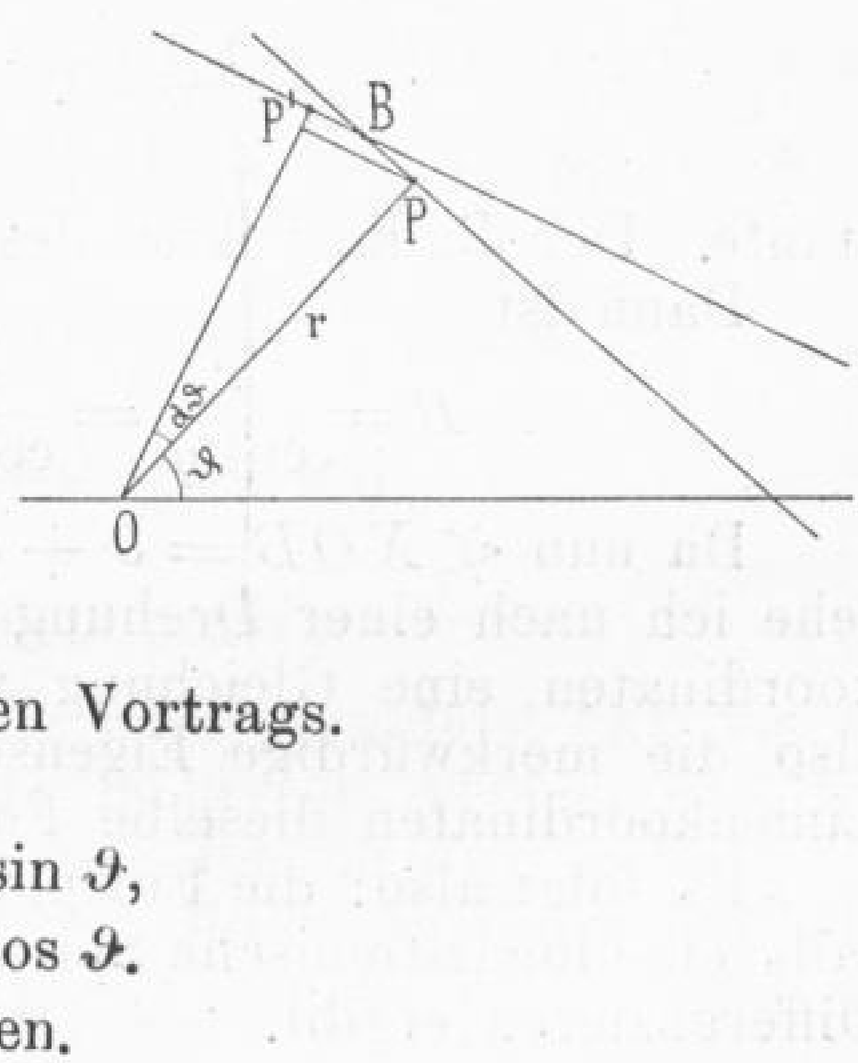
Dieses Koordinatensystem hat wie jedes andere seine Licht- und Schattenseiten. Ich möchte hier auf erstere aufmerksam machen. Zunächst die leichte Koordinatentransformation. Rechtwinklige Punktkoordinaten verschieben sich leicht, drehen sich schwer, polare Punktkoordinaten drehen sich leicht, verschieben sich schwer, polare Linienkoordinaten aber drehen sich leicht und verschieben sich leicht. — Dann die sehr einfache geometrische Deutung der Konstanten der Kegelschnittsgleichung.

Ich gehe jetzt zur eigentlichen Aufgabe über.

Es sei gegeben eine Kurve in polaren Linienkoordinaten $r = f(\vartheta)$.

Wir wollen zunächst den Berührungspunkt B der Tangente mit der Kurve bestimmen, dann die Normale, hierauf die Evolute und endlich die Evolvente. Wir fragen uns, wo der Berührungspunkt B liegt. Derselbe ist aufzufassen als Schnittpunkt zweier benachbarter Tangenten.

Fig. 2.



Wie aus Fig. 2 ersichtlich, ist nun

$$O\,P' = r + d\,r = r \cos d\,\vartheta + B\,P \sin d\,\vartheta,$$

$$\text{also } B\,P = \frac{r + d\,r - r \cos d\,\vartheta}{\sin d\,\vartheta} = \frac{d\,r}{d\,\vartheta} = r',$$

also ist $\boldsymbol{B\,P = r'}$.

Dies ist der Kernpunkt meines heutigen Vortrags.

Die Koordinaten des Punktes B sind

$$x = r \cos \vartheta - r' \sin \vartheta,$$
$$y = r \sin \vartheta + r' \cos \vartheta.$$

Jetzt wollen wir die Normale bestimmen.

*