

VI. Zur Behandlung der Kegelschnitte in der darstellenden Geometrie.

Von W. Ludwig in Dresden.

Mit 3 Abbildungen.

Die elementarste Behandlung der Kegelschnitte ist wohl diejenige, die sie als ebene Schnitte des geraden Kreiskegels definiert, durch den Dandelin'schen Beweis ihre Fokaleigenschaften nachweist und aus diesen die weiteren, jeweils gebrauchten Kegelschnittsätze ableitet. Die darstellende Geometrie nun bedarf vor allem solcher Eigenschaften der Kegelschnitte, auf Grund deren sie erstens möglichst unmittelbar brauchbare Konstruktionsmethoden entwickeln und zweitens zeigen kann, wie sich die Kegelschnitte projizieren; weil es sich hierbei vorwiegend um Parallelprojektionen handelt, sind besonders nützlich Erzeugungen der Kegelschnitte, die für ihre drei Arten charakteristisch und zugleich gegenüber jeder Parallelprojektion invariant sind. Für die Ableitung solcher Erzeugungen jedoch bedeutet der oben geschilderte — dem Wesen der Projektion fremde — Weg schon an sich einen Umweg; außerdem läßt er aber auch die gerade für die darstellende Geometrie nicht unwichtige Behandlung der ebenen Schnitte schiefer Kreiskegel ganz beiseite; als der natürliche Zugang zu der hier in Betracht kommenden Gruppe von Kegelschnittsätzen erweist sich vielmehr die Zentralkollineation, die zwischen der Ebene des Leitkreises des Kegels und der in sie erfolgenden Umlegung der Schnittebene besteht. Zuhörern indessen, deren Interessen nicht ausgesprochen mathematische sind, bietet der immerhin recht abstrakte Begriff der Verwandtschaft zweier geometrischen Figuren erfahrungsgemäß Schwierigkeiten; diese werden bei der ja leicht zu übersehenden perspektiven Affinität in der Regel gerade noch eben überwunden, aber nicht mehr oder wenigstens nur mit großer Mühe bei der verwickelteren Zentralkollineation; die Affinität fügt sich ja auch dem Unterrichtsgange, der die Parallelprojektion in den Vordergrund stellt, organisch ein, während die eigentliche Bedeutung der Zentralkollineation erst bei der Zentralprojektion zu Tage tritt, die in der Regel später und gesondert behandelt werden muß. Aus diesem Grunde habe ich nach einem Zugange zu der Kegelschnittslehre gesucht, der die Vorteile der Zentralkollineation benutzt, ohne ihrer Abstraktion zu bedürfen; freilich stellt er einige Anforderungen an das räumliche Anschauungsvermögen; doch läßt dieses sich durch die beigefügten Figuren 1—3 unterstützen, die ich auf großen Tafeln für die Vorlesung ausgeführt habe und auch in verkleinerter Reproduktion den Zuhörern in die Hand gebe.

Ehe ich nun auseinandersetze, wie ich die Figuren verwende, muß ich vorausschicken, daß vorher die Ellipse als affines Bild des Kreises