Ueber die Axiome der Mathematik.

Nachdem die Bedeutung des von Kirchhoff ausgesprochenen Satzes hervorgehoben worden, dass es die Aufgabe der Mechanik sei, die in der Natur vor sich gehenden Bewegungen vollkommen und auf die einfachste Weise zu beschreiben, stellt sich der Vortragende die Aufgabe, an den Axiomen der Geometrie und der Analysis nachzuweisen, dass die Mathematik auch nicht a priori zu begründen sei und als Erfahrungswissenschaft betrachtet werden müsse. Nachdem aus der Mannigfaltigkeit einer Dimension die Existenz der reellen ganzen Zahlen hergeleitet, die Operation der Addition definirt und der Satz der Unabhängigkeit einer Summe von der Reihenfolge der Summanden als Erfahrungssatz hingestellt worden, nachdem ferner die Multiplication als Operation eingeführt worden, vermöge welcher die Zahlen nicht wie bei der Addition aus der Einheit, sondern auseinander entstanden gedacht werden sollen, wobei die Unabhängigkeit eines Productes von der Reihenfolge der Factoren wieder als aus der Wirklichkeit entnommen erkannt wurde, trat die Frage auf, ob wir noch andere Zahlen als diejenigen, welche mit Hilfe der a priorischen Anschauung des „neben" und „nach einander" gefunden worden, durch Wiederholung ein und derselben geistigen Thätigkeit, ausgeübt an Objecten der sinnlichen Wahrnehmung, in die Arithmetik einzuführen berechtigt sind. Wenn man nach Gauss nicht Substanzen, sondern Relationen als das Gezählte betrachtet, so wird man auf neue Zahlengattungen geführt; aber die Zeit als Mannigfaltigkeit einer Dimension, ebenso wie die Linie, wird uns nur negative Zahlen liefern, für welche die Rechnungsregeln wieder nur aus der Erfahrung mit Hilfe der erweiterten Definition einer geometrischen Summe und eines geometrischen Productes sich herleiten lassen, wobei zu beachten, dass als nothwendige Bedingung für die Einführung neuer Zahlengattungen die festzuhalten ist, dass die Regeln der Addition und Multiplication, die für positive ganze Zahlen gelten, erhalten bleiben müssen.

Um weitere Zahlengattungen zu finden, wurde in Kurzem eine Betrachtung der Axiome der Geometrie vorausgeschickt, wie sie von Riemann und Helmholtz entwickelt worden. Die Durchführung einer Geometrie im Euclid'schen Sinne wurde nur für Flächen constanten Krümmungsmaasses statthaft gefunden, aber es zeigte sich, dass die Axiome von einer geodätischen Linie zwischen zwei Punkten und einer zu einer geodätischen Linie parallelen geodätischen Linie zum Theil für die Flächen constanten positiven, zum Theil für die Flächen constanten negativen Krümmungsmaasses unrichtig werden. Für Mannigfaltigkeiten von mehr als zwei Dimensionen wurde die von Riemann hervorgehobene quantitative Vergleichbarkeit der Linien verschiedener Richtungen und die von Helmholtz statt des bestimmten analytischen Ausdruckes des Bogenelementes geforderte Verschiebbarkeit der Körper im Raume mit drei oder mehr Dimensionen besprochen; die Verallgemeinerung der mathematischen Begriffe des Krümmungsmaasses auf mehr als zwei Variable liefert für den Raum, in dem wir leben, einen verschwindenden Werth des Krümmungsmaasses, und der Beweis, dass dieser Werth Null ist, lässt sich mit dem Beweise der Euclid'schen Axiome identificiren; daher werden nach Riemann und Helmholtz, so wenig als ein Beweis von der Unendlichkeit des Krümmungsradius unseres Raumes möglich ist, die Euclid'schen Axiome sich beweisen lassen. Nachdem diese Erweiterung des Raum-

Sächsische Landesbibliothek - Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
SMWK
Naturwissenschaftliche Gesellschaft ISIS zu Dresden e.V.