Im Anschluss an seine in der vorhergehenden Sitzung (am 10. Mai 1900) gegebene Mittheilung über die Lösung der Kreisberührungsaufgaben durch Kreisverwandtschaft entwickelt der Vortragende die Auflösung der Kugelberührungsaufgaben durch die Kugelverwandtschaft, das räumliche Seitenstück der Kreisverwandtschaft. Die 15 Aufgaben werden auf 2 Stufen vertheilt; der Unterstufe, die hier ausser Betracht blieb, werden die 5 Aufgaben zugewiesen, bei denen nur Punkte und Ebenen gegeben sind, sowie noch die Aufgabe „3 Ebenen und 1 Kugel", da sie durch einen die 3 Ebenen berührenden Umdrehungskegel auf die ebene Aufgabe „2 Gerade und 1 Kreis" zurückgeführt wird. Die Aufgaben, bei denen neben Ebenen und Kugeln noch mindestens 1 Punkt gegeben ist, werden gelöst, indem man eine Kugelverwandtschaft benutzt, deren Verwandtschaftsmitte der gegebene Punkt (bez. einer der gegebenen Punkte) ist, denn die gesuchte Kugel wird alsdann als Ebene abgebildet. Hiernach sind noch die Aufgaben zu erledigen, bei denen 2 Ebenen und 2 Kugeln, oder 1 Ebene und 3 Kugeln, oder 4 Kugeln gegeben sind. Aus dem Gesammtgebiete dieser Aufgaben kann man zwei Gebietstheile ausscheiden, die zum Ganzen ein endliches Verhältniss haben. Wenn nämlich 3 von den gegebenen Flächen $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ einen gemeinsamen (realen) Punkt O haben, so werden sie von O als Verwandtschaftsmitte aus als Ebenen $\varkappa_1'$, $\varkappa_2'$, $\varkappa_3'$ abgebildet, und hierdurch wird die Aufgabe auf „3 Ebenen und 1 Kugel" zurückgeführt. Wenn ferner unter den 4 gegebenen Flächen 2, $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$, sind, die sich nicht schneiden, so kann man sie in 2 mittengleiche Kugeln verwandeln, indem man einen der beiden Nullpunkte des Büschels $\varkappa_1\ \varkappa_2$ als Verwandtschaftsmitte benutzt; man hat dann die Kugel x' zu zeichnen, welche 2 mittengleiche Kugeln $\varkappa_1'$ und $\varkappa_2'$ und noch 2 andere Kugeln $\varkappa_3'$ und $\varkappa_4'$ berührt. — Für das Restgebiet führen folgende Betrachtungen zum Ziele. Eine Kugel, die den Ebenen $\alpha_1\ \alpha_2$ eingeschrieben ist, wird von einer der beiden Mittelebenen von $\alpha_1\ \alpha_2$ rechtwinklig geschnitten; durch Kugelverwandtschaft folgt hieraus sofort, dass eine Kugel x, welche die Kugeln $\varkappa_1\ \varkappa_2$ berührt, von einer der beiden Kugeln $\varkappa_{12}$ und $\varkappa_{12}'$ rechtwinklig geschnitten wird, die dem Büschel $\varkappa_1\ \varkappa_2$ angehören und die Kugeln $\varkappa_1\ \varkappa_2$ unter gleichen Winkeln schneiden. Haben die Kugeln die Normalgleichungen $\varkappa_1 = 0$, $\varkappa_2 = 0$ und die Halbmesser r_1 und r_2, so ist

$$\varkappa_{12} \equiv \frac{1}{r_1}.\varkappa_1 - \frac{1}{r_2}.\varkappa_2 = 0, \qquad \varkappa_{12}' \equiv \frac{1}{r_1}.\varkappa_1 + \frac{1}{r_2}.\varkappa_2 = 0.$$

Zu den 4 Kugeln $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$, $\varkappa_4$ gehören 6 Paare winkelhalbirende Kugeln

$$\varkappa_{ab} \equiv \frac{1}{r_a}.\varkappa_a - \frac{1}{r_b}.\varkappa_b = 0, \qquad \varkappa_{ab}' \equiv \frac{1}{r_a}.\varkappa_a + \frac{1}{r_b}.\varkappa_b = 0$$

und diese bilden 8 Bündel zu je 6 Kugeln, nämlich

1)	12,	23,	13,	14,	24,	34	5)	23,	34,	24,	12′,	13′,	14′
2)	12,	23,	13,	14′,	24′,	34′	6)	12,	34,	13′,	24′,	23′,	14′
3)	12,	24,	14,	13′,	23′,	34′	7)	13,	24,	12′,	34′,	23′,	14′
4)	13,	34,	14,	12′,	23′,	24′	8)	14,	23,	12′,	24′,	34′,	13′

Man hat nun die 8 Kugeln zu zeichnen, welche je eins dieser 8 Bündel rechtwinklig schneiden und eine der 4 gegebenen Kugeln berühren; von jedem der 8 Bündel hat man dabei natürlich 3 Kugeln λ, μ, ν zu verwenden, welche n i c h t ein Büschel bilden. Haben λ, μ, ν einen realen Punkt gemein, so nimmt man diesen als Verwandtschaftsmitte; x' hat dann den Schnittpunkt der Ebenen λ', μ', ν' zum Mittelpunkte. Wenn unter den 3 Kugeln λ, μ, ν zwei sind, die sich nicht schneiden, z. B. λ und μ, so bilde man sie als mittengleiche Kugeln λ' μ' ab; x' ist dann eine Ebene, welche die gemeinsame Mitte von λ' und μ', sowie die Mitte von ν' enthält. Wenn keine dieser Voraussetzungen zutrifft, so beachte man, dass die Kugeln, welche λ, μ, ν rechtwinklig schneiden, ein Büschel bilden, dessen (realer) Grundkreis die auf der Mittelebene von λ, μ, ν enthaltenen Hauptkreise dieser Kugeln rechtwinklig schneidet. Nimmt man einen Punkt dieses Grundkreises als Verwandtschaftsmitte, so bildet sich x als Ebene x' ab, die eine gegebene Gerade enthält.

An jeden der beiden Vorträge schliesst sich eine kurze Discussion.

Herr R. M. Pestel legt ein Sphärometer für dioptrische Zwecke vor.