VII. Zur Erzeugung rationaler ebener Linien 3. Ordnung.

Von R. Heger.

Bezeichnen x, y rechtwinklige Punktkoordinaten, λ einen Perameter, ferner A, B, C, D, E ganze Funktionen ersten Grades von x, y, so wird durch die beiden Gleichungen

1) $$A + B \cdot \lambda = 0,$$

2) $$C + 2\,D \cdot \lambda + E \cdot \lambda^2 = 0$$

bekanntlich eine rationale Linie 3. Ordnung dargestellt, deren Doppelpunkt $A = B = 0$ ist. Die Geraden 1) sind ein Strahlbüschel, die 2) setzen einen quadratischen Strahlverein zusammen, der von dem Kegelschnitte

3) $$K \equiv CE - D^2 = 0$$

getragen wird. Die Gerade 2) verbindet den Punkt

4) $$C = 0, \quad 2D + E \cdot \lambda = 0$$

mit dem Punkte

5) $$C + 2D \cdot \lambda = 0, \quad E = 0.$$

Die so erzeugten Punktreihen sind mit dem Büschel 1) projektiv. Da man diese Schlüsse auch umkehren darf, so hat man den Satz: Sind ein Strahlbüschel und zwei Punktgerade projektiv, so ist der Ort der Punkte, in denen ein Strahl des Büschels die Gerade der beiden entsprechenden Punkte der beiden Punktgeraden schneidet, eine bestimmte rationale Linie 3. Ordnung.

Diesen Satz kann man, je nachdem K eine Parabel oder ein anderer Kegelschnitt ist, auch so fassen: Bewegt sich ein beständiger Winkel so, dafs ein Schenkel sich um einen festen Punkt dreht, während der Scheitel P eine gerade Punktreihe durchläuft, so erzeugt der Schnittpunkt des anderen Schenkels mit dem entsprechenden Strahle eines der Reihe der P projektiven Strahlbüschels eine rationale Linie 3. Ordnung, die den Träger des Büschels zum Doppelpunkte hat. Bewegt sich ein beständiger Winkel so, dafs ein Schenkel sich um einen festen Punkt dreht, während der Scheitel einen festen Kreis durchläuft, so erzeugt der Schnitt des anderen Schenkels s mit dem Strahle eines Büschels, das der Reihe der Spuren des s auf irgend einer Sonderlage von s projektiv ist, eine bestimmte rationale Linie 3. Ordnung, die den Träger des Büschels zum Doppelpunkte hat.