

V. Über die Schraubenlinien auf trochoidischen und zykloidischen Zylindern.

Von W. Ludwig in Dresden.

Mit 5 Figuren im Text.

1. Die Schraubenlinien auf den Umdrehungsflächen zweiten Grades, d. h. die Kurven dieser Flächen, deren Tangenten mit der Umdrehungsachse einen konstanten Winkel bilden, sind vielfach*) untersucht worden; insbesondere ist bekannt, daß die Schraubenlinien des Umdrehungsellipsoides und des einmanteligen Umdrehungshyperboloides in der Richtung der Umdrehungsachse auf eine zu dieser senkrechte Ebene projiziert, sich in Epi- bzw. Hypozykloiden abbilden. Als Umkehrung folgt hieraus der bekannte Satz:

In einen epi- oder hypozykloidischen Zylinder werden die Schraubenlinien durch Umdrehungsellipsoide bzw. einmantelige Umdrehungshyperboloide eingeschnitten.

Ebenfalls bekannt ist der als Sonderfall des soeben ausgesprochenen Satzes anzusehende Satz:**)

In einen Zylinder, der eine gemeine Zyklode zum Normalschnitt hat, werden die Schraubenlinien durch parabolische Zylinder eingeschnitten.

Dagegen scheinen bisher noch nicht behandelt worden zu sein die Schraubenlinien auf Zylindern, deren Normalschnitte Epi- oder Hypotrochoiden***) sind. Ihre Untersuchung läßt zunächst vom geometrischen Standpunkte aus weniger interessante Ergebnisse erwarten; denn die Rektifikation der Trochoiden führt auf ein elliptisches Integral, und dieses geht ein in die Parameterdarstellung der Umdrehungsflächen, auf denen die gesuchten Schraubenlinien liegen. Aber dennoch kann man diesen Schraubenlinien auch geometrisch näher kommen, weil die Meridiankurven jener Umdrehungsflächen sich in sehr einfacher Weise konstruktiv ableiten lassen aus einer ebenen transcendenten Kurve von bekannter geometrischer Bedeutung. Dasselbe gilt auch von den Schraubenlinien auf Zylindern, deren Normalschnitte verschlungene oder geschweifte Zykloiden sind; wir

*) Vgl. F. Nügel: Die Schraubenlinien. Dissertation Halle a. S. 1912.

***) W. Blaschke: Bemerkungen über allgemeine Schraubenlinien. Monatshefte für Mathem. und Phys., Bd. 19.

E. Stübler: Aufgabe 278. Archiv für Mathem. und Phys., III, Bd. 15.

***) Bei der Benennung dieser Kurven folgen wir dem Artikel III D 4 von G. Scheffers in der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften.