Einen Zylinder, dessen Normalschnitt eine Trochoide ist, nennen wir einen trochoidischen Zylinder; der Mittelpunkt und die Scheitel der Trochoide führen zu der Achse und zu den Scheitelkanten des Zylinders. Der trochoidische Zylinder berührt längs seiner Scheitelkanten die mit ihm gleichachsigen Umdrehungszylinder, deren Halbmesser r_1 und r_2 sind, und ist vollständig in dem von ihnen gebildeten ringförmigen Raume enthalten. Ergänzen wir das benutzte Koordinatensystem zu einem räumlichen dreirechtwinkeligen xyz-System, so stellen die Gleichungen (1) einen trochoidischen Zylinder dar; für jede auf diesem verlaufende Kurve tritt zu ihnen noch eine Gleichung hinzu, die z als Funktion von ω bestimmt. Von den Schraubenlinien eines trochoidischen Zylinders lehren die Symmetrieverhältnisse sofort, dafs sie in ihn durch Umdrehungsflächen eingeschnitten werden, deren Achsen in die z-Achse hineinfallen; die Meridiankurven dieser Umdrehungsflächen wollen wir nun bestimmen.

Ist n der Tangens des Steigungswinkels der betrachteten Schraubenlinie, so ist

$$\frac{n}{\sqrt{1+n^2}} = \frac{\frac{dz}{d\omega}}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\omega}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\omega}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\omega}\right)^2}}$$

und somit nach (1)

$$\frac{dz}{d\omega} = n\sqrt{\left(\frac{dx^2}{d\omega}\right) + \left(\frac{dy}{d\omega}\right)^2} = \frac{n}{r}(R+r)(r+h)\sqrt{1 - \frac{4hr}{(r+h)^2}\sin^2\frac{R}{2r}\omega}.$$

Wir nehmen hier den oben gefundenen Ausdruck für ϱ hinzu und führen noch folgende Abkürzungen ein:

$$(4)\quad \begin{cases} \varphi = \dfrac{R}{2r}\,\omega\text{*)}, & A = \dfrac{2n}{R}(R+r)(r+h), \\ m = \dfrac{4hr}{(r+h)^2}, & p = \dfrac{4h(R+r)}{r_1^2} = \dfrac{r_1^2 - r_2^2}{r_1^2}; \end{cases}$$

dann erhalten wir die Gleichungen

$$(5)\qquad \frac{dz}{d\varphi} = A\sqrt{1 - m\sin^2\varphi}$$

und

$$(6)\qquad \varrho = r_1\sqrt{1 - p\sin^2\varphi},$$

die die gesuchte Meridiankurve bestimmen, wenn wir z und ϱ als rechtwinkelige Koordinaten auffassen. Wir bemerken sofort, dafs auf Grund der Bedingungen (2a) und (2b) in allen Fällen

$$(5\text{a})\qquad 0 < m \leqq 1$$

ist, dagegen im Falle eines epitrochoidischen Zylinders

$$(6\text{a})\qquad 0 < p \leqq 1$$

und im Falle eines hypotrochoidischen Zylinders

$$(6\text{b})\qquad 0 > p \geqq -\infty.$$

Den Wert $-\infty$ nimmt p an, wenn $h = -(R+r)$ ist; dann ist aber zugleich $r_1 = 0$ und nach (4) $p\,r_1^2 = -4(R+r)^2$. Nur in dieser Verbin-

*) Die geometrische Bedeutung von φ ist in Fig. 1 angedeutet.