dung kommt p in (6) und auch in den späteren Formeln vor; deshalb verlangt dieser Fall keine eigene analytische Behandlung; wohl aber zeigt er eine geometrische Besonderheit, die wir später (Nr. 5) besprechen werden.

3. Die Untersuchung unserer Umdrehungsfläche vereinfacht sich durch zwei Bemerkungen:

Erstens genügt es, irgend einen, besonders bequemen Wert von n herauszugreifen. Denn n geht lediglich als Faktor in die Formel für z ein, und somit erhalten wir, wenn wir R, r, h festhalten und n verändern, den Satz:*)

Die Umdrehungsflächen, die in einen trochoidischen Zylinder die Schraubenlinien einschneiden, gehen sämtlich aus einander hervor durch affine Dehnungen, bezw. Verkürzungen des Raumes in Richtung der Zylinderkanten.

Zweitens können wir n so bestimmen, dafs die Meridiankurve der zugehörigen Umdrehungsfläche mit einer bekannten Kurve in einer einfachen konstruktiven Beziehung steht. Wählen wir nämlich

$$(7) \qquad n = \frac{R}{2\sqrt{|r| \cdot (R+r)}}, \text{ also } A = (r+h)\sqrt{\frac{R+r}{|r|}} = r_1 \cdot \sqrt{\frac{|p|}{m}}$$

und setzen

$$(8) \qquad \sigma^2 = \frac{|p|}{m} r_1^2 (1 - m \sin^2 \varphi),$$

so bestimmen die Gleichungen (5) und (8) in einem rechtwinkeligen $z\sigma$-Koordinatensysteme eine Kurve, für die sich durch Elimination von φ die Differentialgleichung

$$(9) \qquad \frac{d\sigma}{dz} = \frac{\sqrt{(a^2-\sigma^2)(\sigma^2-b^2)}}{\sigma^2}$$

ergibt, in der

$$(9a) \qquad a^2 = \frac{|p|}{m} r_1^2, \quad b^2 = \frac{|p|}{m} r_1^2 (1-m), \quad a^2 > b^2 \geqq 0$$

ist. Diese Kurve besteht, solange nicht $b = 0$ ist, aus zwei getrennten reellen Zügen, die zu beiden Seiten der z-Achse verlaufen und in bezug auf diese zu einander symmetrisch sind; jeder der beiden Züge ist die Rollbahn des Mittelpunktes einer Ellipse von den Halbachsen a und b, wenn diese auf der z-Achse ohne zu gleiten abrollt, d. h. er ist eine Sturmsche Kurve**). Ist dagegen $b = 0$, so wird (9) erfüllt durch die Kreise, die um die Punkte der z-Achse mit dem Halbmesser a geschlagen werden können; nehmen wir von diesen eine Reihe Halbkreise, die auf derselben Seite der z-Achse liegen und in ihren Endpunkten zusammenstofsen, so erhalten wir den Grenzfall einer Sturmschen Kurve, in dem die abrollende Ellipse die Halbachsen $a > 0$, $b = 0$ besitzt; also können wir den Fall $b = 0$ unter den allgemeinen Fall unterordnen.

Die durch Abrollen einer Ellipse entstehende Sturmsche Kurve ist eine Wellenlinie, die zwischen den beiden — auf derselben Seite der z-Achse parallel zu ihr verlaufenden — Geraden $\sigma = a$ und $\sigma = b$ liegt; unser Parameter φ hat für sie die geometrische Bedeutung, dafs er in

*) Vgl. das Verfahren, nach dem F. Nugel (a. a. O. S. 58) die Schraubenlinien des Umdrehungsellipsoides aus denen der Kugel ableitet.

**) G. Loria: Spezielle algebraische und transcendente Kurven. Leipzig 1902, Nr. 212.

*