

## VII. Über den goldenen Schnitt.

Von Baurat Dr. A. Schreiber.

Mit 5 Abbildungen.

Der Lehre vom goldenen Schnitt wurde schon bei den Pythagoräern eine wichtige, bis zum Mystizismus gesteigerte Bedeutung beigemessen, und bis in die neueste Zeit hinein hat es nicht an ernsthaften Versuchen gefehlt, diese Lehre zum Gegenstande eines Natur und Kunst durchdringenden morphologischen Grundgesetzes zu machen. In mathematischer Hinsicht dagegen hat man sich, wenigstens in neuerer Zeit, der Sache kaum angenommen, und in den Lehrbüchern wird diese mathematisch doch immerhin interessante Lehre nur flüchtig gestreift. Im Folgenden soll daher der Versuch gemacht werden, alles das, was sich etwa vom mathematischen Standpunkte aus über die Lehre vom goldenen Schnitt sagen läßt, zusammenzustellen.

### I. Arithmetische Betrachtungen.

Die einfachste gemischt quadratische Gleichung mit ganzzahligen Koeffizienten ist die Gleichung

$$x^2 = x + 1 \quad (1)$$

Man überzeugt sich leicht, daß diese Gleichung keine rationalen Wurzeln hat, und daß ihre einzige positive Wurzel zwischen 1 und 2 liegt. Wir nennen diese Wurzel  $\varrho$  die Zahl des goldenen Schnittes, und es kommt nun zunächst darauf an, die irrationale Zahl  $\varrho$  durch rationale Grenzprozesse zu definieren, d. h. Zahlenfolgen aufzustellen, deren Glieder sich schließlicb beliebig wenig von  $\varrho$  unterscheiden. Zu diesem Zwecke setzen wir die aus (1) folgenden Proportionen

$$\varrho : 1 = (\varrho + 1) : \varrho \quad \text{und} \quad 1 : \varrho = (\varrho - 1) : 1$$

an, aus denen die Gleichungssysteme folgen:

$$\begin{array}{l} \frac{\varrho + 1}{\varrho} = \frac{2\varrho + 1}{\varrho + 1} \\ \frac{2\varrho + 1}{\varrho + 1} = \frac{3\varrho + 2}{2\varrho + 1} \\ \frac{3\varrho + 2}{2\varrho + 1} = \frac{5\varrho + 3}{3\varrho + 2} \\ \text{usw.} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{\varrho - 1}{1} = \frac{2 - \varrho}{\varrho - 1} \\ \frac{2 - \varrho}{\varrho - 1} = \frac{2\varrho - 3}{2 - \varrho} \\ \frac{2\varrho - 3}{2 - \varrho} = \frac{5 - 3\varrho}{2\varrho - 3} \\ \text{usw.} \end{array} \quad (2)$$