geführt, deren Näherungsbrüche die Brüche

$$\frac{1}{0}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3} \cdots\cdot \frac{a_{n+1}}{a_n} \cdots\cdot \text{ sind.}$$

Derartige Kettenbruchentwickelungen lassen sich aber für jede ganzzahlige positive Potenz von ϱ anschreiben, denn nach (12) ist für jedes n

$$\varrho^n = b_n \pm \frac{1}{\varrho^n},$$

wobei das obere Zeichen für ungerades n gilt und umgekehrt.

So ist z. B.

$$\varrho^4 = b_4 - \frac{1}{\varrho^4} = 7 - \cfrac{1}{7 - \cfrac{1}{7 - \cfrac{1}{7 - 1 \cdots\cdot}}}$$

und dies gibt nach dem üblichen Schema:

	+7	−7	+7	−7	+7	−7	....
0	+1	+7	−48	−329	+2255	+15456	....
+1	0	+1	−7	−48	+329	+2255	....

die Näherungsbrüche

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{0}, \frac{7}{1}, \frac{48}{7}, \frac{329}{48}, \frac{2255}{329}, \frac{15456}{2255}, \cdots\cdots$$

während sich z. B. für ϱ^5 die Näherungsbrüche

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{0}, \frac{122}{11}, \frac{1353}{122}, \frac{15005}{1353}, \cdots\cdots$$

ergeben.

Die unendliche Kettenbruchentwickelung (24) läfst sich an beliebiger Stelle mit dem beliebigen Nenner z abbrechen, z. B.

$$\varrho = 1 + \frac{1}{z} \quad \text{oder} \quad \varrho = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{z}} \quad \text{oder} \quad \varrho = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{z}}} \quad \text{usw.}$$

Die Werte dieser endlichen Kettenbrüche sind nacheinander

$$\frac{z+1}{z}, \frac{2z+1}{z+1}, \frac{3z+2}{2z+2}, \frac{5z+3}{3z+2}, \cdots\cdots$$

sodafs man zu der Zahlenfolge (23) zurückgelangt.

Da man jeden unendlichen Kettenbruch in eine Reihe entwickeln kann, so läfst sich für ϱ die konvergente Reihe

$$\varrho = 1 + \frac{1}{1 \cdot 1} - \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} - \cdots\cdots \tag{25}$$

anschreiben. Ihre Partialsummen sind die Näherungsbrüche $\frac{a_{n+1}}{a_n}$. Ebenso läfst sich z. B. die Reihe

$$\frac{\varrho + 2}{5} = 1 - \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 11} - \frac{1}{11 \cdot 18} + \cdots\cdots \tag{25a}$$