Konstruktion in Abb. 3, bei der man auf das fünfmalige Eintragen von s_5 in den Kreis angewiesen ist, wenn man das Fünfeck in den Kreis einzeichnen will.

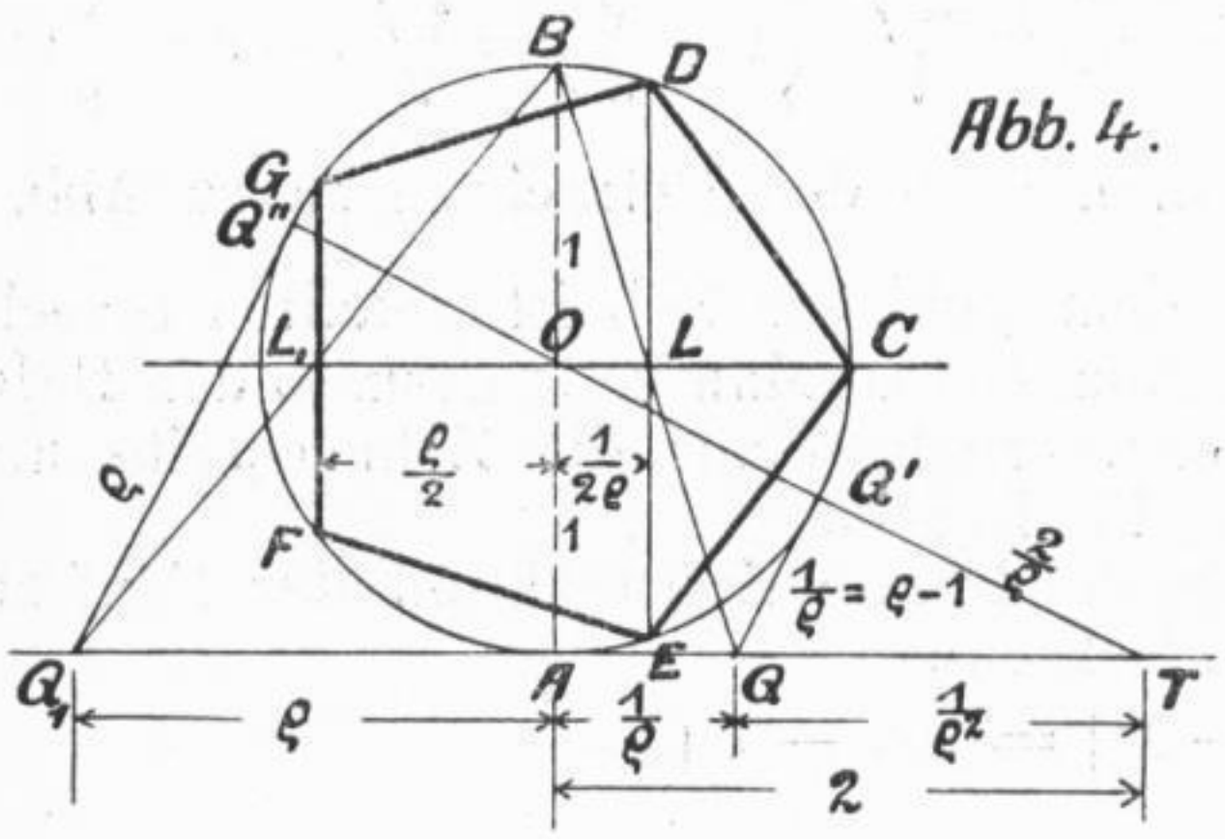


Abb. 4.

Diese Konstruktion (Abb. 4) besteht darin, dafs man zunächst nach Abb. 3 die Zehneckseite

$$Q'Q = s_{10} = \frac{1}{\varrho}$$

und die Sternzehneckseite

$$Q''Q_1 = d_{10} = \varrho$$

konstruiert; dann ist auch $AQ_1 = \varrho$ und $AQ = \frac{1}{\varrho}$. Man hat dann die Punkte Q und Q_1 mit dem Gegenpunkte B des Punktes A zu verbinden und erhält damit auf dem zur Tangente in A parallelen Durchmesser die Punkte L und L_1, so dafs $OL = \frac{1}{2\varrho}$ und $OL_1 = \frac{\varrho}{2}$ ist. Errichtet man in L und L_1 die Senkrechten zum Durchmesser, so schneiden diese auf dem Kreise 4 Ecken des Fünfecks aus, während die letzte nach C fällt. Dafs man durch diese Konstruktion die Ecken des Fünfecks erhält, ersieht man ohne Schwierigkeit aus den Gleichungen (37), denn diese zeigen, dafs z. B. die Punkte $D\,(= z_2)$ und $E\,(= z_5)$ die Abszisse $\frac{\varrho - 1}{2} = \frac{1}{2\varrho}$ haben.

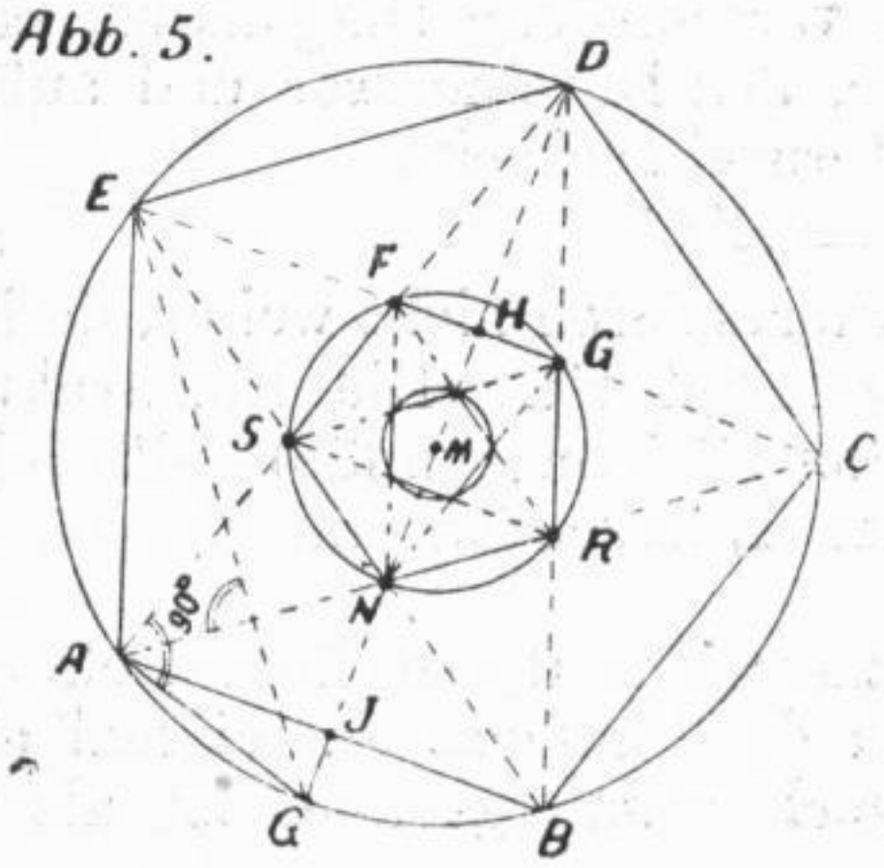
Wie man sieht, ist damit eine sogenannte Steinersche Konstruktion ausgeführt, d. h. eine solche, bei der ein fester Kreis — hier der zu teilende — mit Mittelpunkt gegeben ist und im übrigen nur gerade Linien gezogen werden dürfen. Eine ähnliche, etwas weniger einfache Konstruktion hat v. Staudt (1842) gegeben, die auf einer besonderen Methode zur Konstruktion der Wurzeln einer quadratischen Gleichung beruht. (Vgl. z. B. Weber-Wellstein, Encykl. der Elementar-Mathematik 1909, I. Band, S. 348.)

Wenn man aus dem Bereiche der rationalen Zahlen durch Hinzunahme der Zahl ϱ und der weiteren Irrationalität

$$\varrho' = \sqrt{\varrho + 2} \tag{42}$$

einen neuen erweiterten Rationalitätsbereich bildet, so lassen sich in diesem sämtliche Beziehungen am Fünf- und Zehneck rational ausdrücken. Es ist nämlich (vgl. Abb. 5)

Abb. 5.



$$AB = s_5 = \frac{\varrho'}{\varrho},\quad AQ = s_{10} = \frac{1}{\varrho},$$

$$CE = d_5 = \varrho',\quad QE = d_{10} = \varrho,$$

$$MJ = \frac{\varrho}{2},\quad QJ = 1 - \frac{\varrho}{2},\quad MH = \frac{1}{2\varrho},$$

$$MN = \frac{1}{\varrho^2},\quad DH = \frac{3 - \varrho}{2},\quad HJ = \frac{2\varrho - 1}{2},$$

$$DJ = \frac{\varrho + 2}{2},\ DF = \frac{\varrho'}{\varrho^2},\ FG = \frac{\varrho'}{2\varrho + 1} \text{ usw.}$$

Der Halbmesser des Kreises durch N ist $\frac{1}{\varrho^2}$, der des nächst kleineren, der durch

Sächsische Landesbibliothek - Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
SMWK
ISIS Naturwissenschaftliche Gesellschaft zu Dresden e.V.