II. Kegelschnitte, die zwei Seiten eines Dreiecks in den Ecken berühren.

Von **R. Henke**, Dresden.

Mit 10 Abbildungen im Text.

1. Das Dreieck ABC (Fig. 1) werde bezogen auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen x-achse AB und dessen Nullpunkt der Mittelpunkt C_0 von AB ist. Für die Stücke von ABC gelten die üblichen Bezeichnungen, nur wird $\frac{1}{2}c = m$ gesetzt. Die Koordinaten von C seien $C_1 C_0 = p$, $C C_1 = h$.

Ein Kegelschnitt ($\mathfrak{K}$), der durch A und B $(\pm m, 0)$ geht, hat dann die Gleichung

$$x^2 + \lambda y^2 + 2\mu xy + 2\nu y - m^2 = 0.$$

Soll $\mathfrak{K}$ die Seiten AC und BC in A und B berühren, so muſs AB die Berührungssehne (Polare) von C sein, deren Gleichung

$$px + \lambda hy + \mu(hx + py) + \nu(h + y) - m^2 = 0$$

in $y = 0$ übergeht, wenn

$$p + \mu h = 0,\quad \mu = -\frac{p}{h},$$

$$\nu h - m^2 = 0,\quad \nu = \frac{m^2}{h}$$

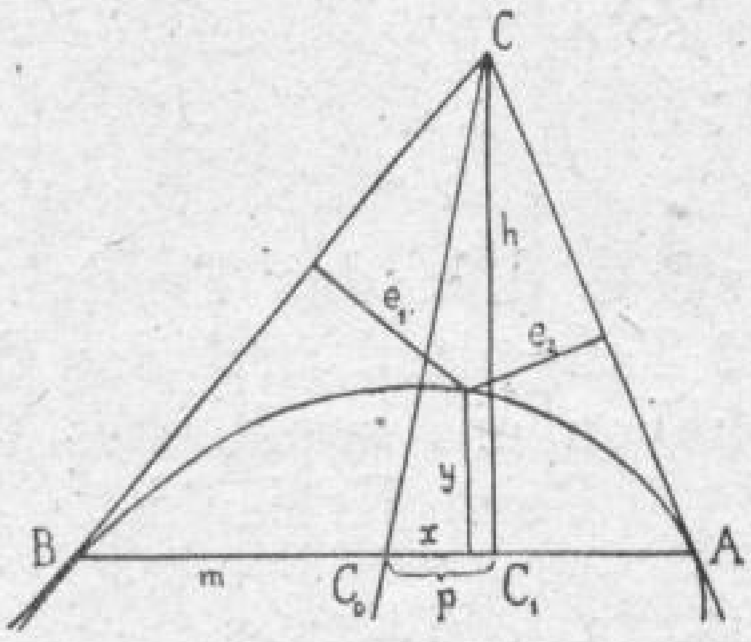

Fig. 1.

ist. Damit erhält man die Gleichung von $\mathfrak{K}$ in der Form:

$$(1)\qquad x^2 + \lambda y^2 - 2\frac{p}{h}xy + 2\frac{m^2}{h}y - m^2 = 0,$$

die, wenn λ als veränderlicher Parameter betrachtet wird, ein Kegelschnittbüschel darstellt. $\mathfrak{K}$ ist je nachdem

$$\lambda \gtreqless \left(\frac{p}{h}\right)^2,\quad p^2 - \lambda h^2 \lesseqgtr 0 \text{ eine } \begin{cases} \text{Ellipse} \\ \text{Parabel} \\ \text{Hyperbel.} \end{cases}$$

Der besondere Fall des Kreises kann nur eintreten, wenn $p = 0$, d. h. das Dreieck gleichschenklig und $\lambda = 1$ ist. Für $\lambda = -1$ ergibt sich die gleichseitige Hyperbel.

Die Gleichung (1) läſst sich auf die Form bringen:

$$(2)\qquad (hx - py)^2 - m^2(h - y)^2 + k^2 y^2 = 0,\quad k^2 = m^2 - p^2 + \lambda h^2$$

und stellt, je nachdem