$$k^2 \gtreqless m^2 \text{ eine } \begin{cases} \text{Ellipse} \\ \text{Parabel} \\ \text{Hyperbel} \end{cases}$$

dar. Beim Kreise ist $k^2 = m^2 + h^2 = a^2$, wenn a der Schenkel des gleichschenkligen Dreiecks ist. Im Fall der Hyperbel kann auch $k^2 \leqq 0$ sein. Für $k^2 = 0$ würde die Gleichung von $\mathfrak{K}$ übergehen in

$$(hx - py)^2 - m^2(h - y)^2 = 0.$$

Nun sind aber die Gleichungen von BC und AC:

$$h(x + m) - (m + p)y = 0, \quad hx - py + m(h - y) = 0$$
$$h(x - m) + (m - p)y = 0, \quad hx - py - m(h - y) = 0,$$

deren Produkt die fragliche Gleichung ergibt. $\mathfrak{K}$ zerfällt also für $k^2 = 0$ in die beiden Geraden BC und CA.

2. Die Entfernung eines Punktes xy auf $\mathfrak{K}$ von BC ist

$$e_1 = \frac{hx - py + m(h - y)}{a}, \quad a = \sqrt{(m + p)^2 + h^2}$$

und die von AC:

$$e_2 = \frac{-(hx - py) + m(h - y)}{b}, \quad b = \sqrt{(m - p)^2 + h^2},$$

so daſs

$$e_1 e_2 = -\frac{(hx - py)^2 - m^2(h - y)^2}{ab} = \frac{k^2}{ab} y^2,$$

also

$$\frac{e_1 e_2}{y^2} = \frac{k^2}{ab}$$

wird, d. h. das Produkt der Entfernungen eines Kegelschnittpunktes von 2 Tangenten und das Quadrat seiner Entfernung von der Berührungssehne haben ein konstantes Verhältnis.

Beim Kreise ist

$$e_1 e_2 = y^2,$$

bei der Parabel

$$\frac{e_1 e_2}{y^2} = \frac{m^2}{ab}.$$

Die Gleichung (1) läſst sich auch, wenn man beachtet, daſs

$$\cot\alpha = \frac{m - p}{h}, \quad \cot\beta = \frac{m + p}{h}$$

ist, umformen in

$$x^2 + \lambda y^2 + xy(\cot\alpha - \cot\beta) + my(\cot\alpha + \cot\beta) - m^2 = 0$$

und es wird dann

$$\frac{e_1 e_2}{y^2} = \frac{k^2}{ab} = \frac{m^2 - p^2}{ab} + \lambda \frac{h^2}{ab} = \cos\alpha\cos\beta + \lambda\sin\alpha\sin\beta.$$

Diese Gleichung gilt noch für den Fall eines zentrischen $\mathfrak{K}$, wenn AB selbst ein Durchmesser, also BC parallel zu CA und $\alpha + \beta = 180^0$ wird, mithin das Dreieck in einen Parallelstreifen entartet. Man hat dann als Gleichung von $\mathfrak{K}$:

$$x^2 + \lambda y^2 + 2xy\cot\alpha - m^2 = 0$$

und