6. Zieht man durch O die Parallele zur x-achse, setzt also $y = v$ und $py = hu$, so ist nach (4) in Nr. 5

$$h(x-u)^2 = m^2(h-v).$$

Es ist aber $x - u = f$ der zur x-achse parallele Halbmesser des $\mathfrak{K}$, also

$$f = m\sqrt{\frac{h-v}{h}}.$$

Der zu f konjugierte Halbmesser ist $O\mathfrak{C}_1 = O\mathfrak{C}_2 = g$. Setzt man also in (4) $hx - py = 0$, so wird

$$h - 2y + \frac{y^2}{v} = 0,\ (y-v)^2 = v(v-h),$$

also

$$g = \frac{y-v}{\sin\varepsilon} = \frac{\sqrt{v(v-h)}}{\sin\varepsilon},$$

wobei $\varepsilon = \angle CC_0A$, also $\sin\varepsilon = \frac{h}{l}$, $l = \sqrt{p^2+h^2}$ die Mittellinie CC_0 des $\triangle ABC$ ist.

Bei der Ellipse, wo $v < 0$, sind f und g reell; bei der Hyperbel, wo $v > 0$, ist f reell für $v < h$, g imaginär; dagegen für $v > h$ ist f imaginär, g reell.

Bei der Ellipse oder Hyperbel kann $f^2 = \pm g^2$ sein, also

$$m^2\frac{h-v}{h} = \pm\frac{v(v-h)}{\sin^2\varepsilon},\ v = \mp\frac{m^2}{l}\,.\sin\varepsilon.$$

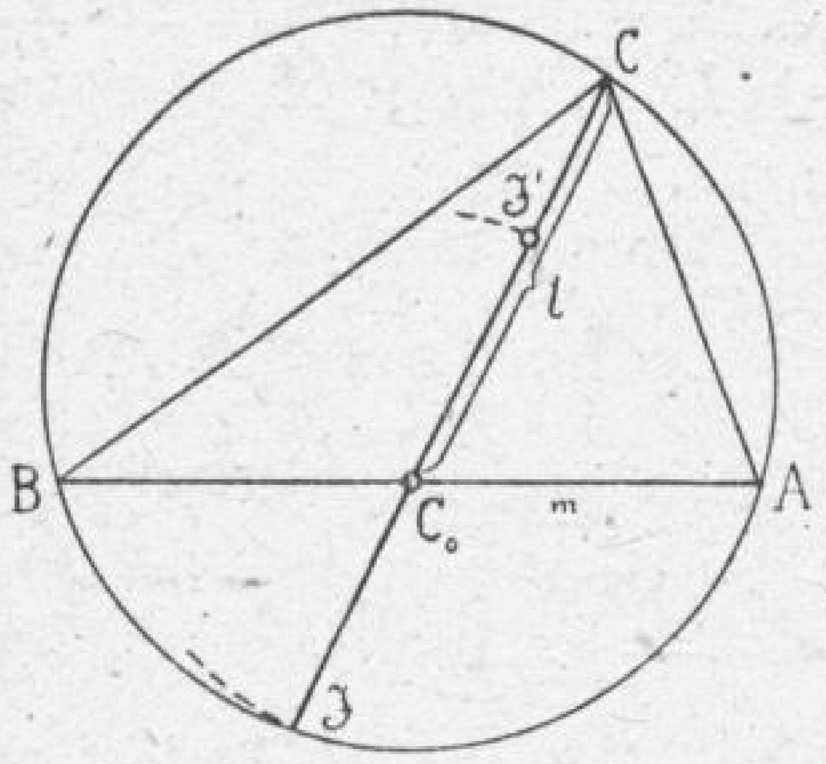

Fig. 4.

Verlängert man (Fig. 4) CC_0 bis zum Schnittpunkt $\mathfrak{J}$ mit dem Umkreis des $\triangle ABC$, so ist $C_0\mathfrak{J} = \frac{m^2}{l}$, also $\mathfrak{J}$ der Mittelpunkt der Ellipse, die dieser Voraussetzung entspricht. Das gibt den Satz: der Kreis, den man durch einen Punkt der Diagonale des um eine Ellipse beschriebenen Rechtecks, dessen Seiten den Achsen parallel sind und durch die Berührungspunkte der von ihm an die Ellipse gelegten Tangenten legt, geht durch den Mittelpunkt der Ellipse. Macht man dagegen $C_0\mathfrak{J}' = C_0\mathfrak{J}$, so ist $\mathfrak{J}'$ der Mittelpunkt der zu dem $\mathfrak{K}$-büschel gehörigen gleichseitigen Hyperbel.

7. Zur Bestimmung der Schnittpunkte der beweglichen Tangenten im Punkte $T(\xi\eta)$ mit den beiden festen BC und AC hat man ihre Gleichung (3) in Nr. 3

$$(h\xi - p\eta)(hx - py) - m^2(h-\eta)(h-y) + k^2\eta y = 0,$$

wozu noch die Gleichung (2) in Nr. 1 kommt, der $\xi\eta$ genügen müssen

$$(h\xi - p\eta)^2 - m^2(h-\eta)^2 + k^2\eta^2 = 0$$

mit der Gleichung des Vereins der beiden Geraden

$$(hx - py)^2 - m^2(h-y)^2 = 0.$$

Man erhält zunächst:

$$m^2\eta(h-y)^2 - 2m^2(h-\eta)y(h-y) + k^2\eta y^2 = 0.$$