

Für die Ordinate findet man aus rechtwinkligen Dreiecken der Figur den Wert $n \sin^2 \varepsilon$, wenn n die Ordinate des Umkreismittelpunkts ist. Es ist auch

$$n = r \cos \gamma = r \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{p^2 + h^2 - m^2}{2h} = \frac{l^2 - m^2}{2l \sin \varepsilon},$$

mithin

$$n \sin^2 \varepsilon = \frac{1}{2} l \left(1 - \frac{m^2}{l^2}\right) \sin \varepsilon.$$

Als Gleichung der Achse ergibt sich:

$$y = x \tan \varepsilon - \frac{m^2}{l} \sin \varepsilon,$$

oder

$$x \sin \varepsilon - y \cos \varepsilon - \frac{m^2}{l} \sin \varepsilon \cos \varepsilon = 0,$$

oder

$$hx - py - m^2 \frac{ph}{l^2} = 0,$$

so daß für den Scheitel T_0 ($\xi_0 \eta_0$) gilt

$$h\xi_0 - p\eta_0 = m^2 \frac{ph}{l^2}$$

und die Parabelgleichung

$$(h\xi_0 - p\eta_0)^2 - m^2 h (h - 2\eta_0) = 0,$$

woraus folgt

$$\eta_0 = \frac{1}{2} h \left(1 - \frac{m^2 p^2}{l^4}\right).$$

Die Gleichung der Scheiteltangente

$$(h\xi_0 - p\eta_0)(hx - py) - m^2(h - \eta_0 - y) = 0$$

wird dann

$$px + hy - \frac{1}{2} \left(l^2 + \frac{m^2 p^2}{l^2}\right) = 0$$

oder

$$x \cos \varepsilon + y \sin \varepsilon - \frac{1}{2} \left(l + \frac{m^2}{l} \cos^2 \varepsilon\right) = 0.$$

$FT_0 = \frac{1}{2} f$ ist die Entfernung des Brennpunktes von der Scheiteltangente, also

$$-\frac{1}{2} f = \frac{1}{2} \left(l + \frac{m^2}{l}\right) \cos^2 \varepsilon + \frac{1}{2} \left(l - \frac{m^2}{l}\right) \sin^2 \varepsilon - \frac{1}{2} \left(l + \frac{m^2}{l} \cos^2 \varepsilon\right)$$

und

$$f = \frac{m^2}{l} \sin^2 \varepsilon = \frac{m^2 h^2}{l^3} = \frac{\mathfrak{J}^2}{l^3},$$

wenn \mathfrak{J} der Inhalt des Dreiecks ABC ist. Die Halbparameter der drei Parabeln, die je 2 Seiten des Dreiecks in den Ecken berühren, verhalten sich umgekehrt wie die Kuben der Mittellinien.

Als Entfernung der Ecke C (ph) von der Scheiteltangente ist

$$CL_0 = l - \frac{1}{2} \left(l + \frac{m^2}{l} \cos^2 \varepsilon\right) = \frac{1}{2} l \left(1 - \frac{m^2 p^2}{l^4}\right) = \frac{\eta_0}{\sin \varepsilon} = T_0 Q.$$