

werden; d. h. aber für jede Integralkurve von (1) ist eine Parameter-Darstellung von der Form

$$(3) \quad x = \lambda a \int \frac{\cos \tau \cdot d\tau}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cos^4 \tau}}, \quad (4) \quad y = \lambda a \int \frac{\sin \tau \cdot d\tau}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cos^4 \tau}}$$

möglich.

Demnach werden wir die endliche Gleichung der Integral-kurven unserer Differentialgleichung (1) dadurch herstellen können, daß wir zunächst die beiden in den Formeln (3) und (4) angedeuteten Quadraturen ausführen und hierauf aus den erhaltenen Relationen den Parameter  $\tau$  eliminieren.

Bei dieser Rechnung wollen wir, um das Schlußergebnis auf jeden Fall in reeller Form zu erhalten, unterscheiden, ob  $\lambda \leq 1$  ist. Für die beiden Fälle  $\lambda < 1$  und  $\lambda > 1$  führen wir die Rechnung durch, für den Fall  $\lambda = 1$  geben wir nur das Resultat an.

Wenn  $\lambda < 1$  ist, substituieren wir in dem Integral (3) der Reihe nach

$$\sin \tau = u, \quad u = \sqrt{\frac{1 + \lambda}{\lambda} - v^2}, \quad v = w \sqrt{\frac{1 + \lambda}{\lambda}};$$

dann ergibt sich

$$\begin{aligned} x &= a \int \frac{du}{\sqrt{\left(\frac{1 + \lambda}{\lambda} - u^2\right) \left(\frac{1 - \lambda}{\lambda} + u^2\right)}} \\ &= -a \int \frac{dv}{\sqrt{\left(\frac{1 + \lambda}{\lambda} - v^2\right) \left(\frac{2}{\lambda} - v^2\right)}} \\ &= -a \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \int \frac{dw}{\sqrt{\left(1 - w^2\right) \left(1 - \frac{1 + \lambda}{2} w^2\right)}}; \end{aligned}$$

hieraus folgt durch Umkehrung bei geeigneter Wahl der Integrationskonstanten

$$w = -\operatorname{sn}\left(\frac{x - x_0}{a} \sqrt{\frac{2}{\lambda}}, \sqrt{\frac{1 + \lambda}{2}}\right),$$

und mithin

$$(5a) \quad \sin \tau = \sqrt{\frac{1 + \lambda}{\lambda}} \cdot \operatorname{cn}\left(\frac{x - x_0}{a} \sqrt{\frac{2}{\lambda}}, \sqrt{\frac{1 + \lambda}{2}}\right).$$

In dem Integral (4) substituieren wir zunächst  $\sqrt{\lambda} \cdot \cos \tau = u$  und nachher  $u = \sqrt{1 - v^2}$ ; dann finden wir

$$y = -a \sqrt{\lambda} \int \frac{du}{\sqrt{1 - u^4}} = +a \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \int \frac{dv}{\sqrt{\left(1 - v^2\right) \left(1 - \frac{1}{2} v^2\right)}}.$$

also